

sind, so gesperrt gehende Räder nicht geeignet, beziehlich die kleinen Zähnezahlen zu vermeiden.

So wird also für die Satzräder die Evolventenverzahnung nur bei grösseren Zähnezahlen (wo etwa das kleinere Rad im Paare nicht unter 30 Zähne hat) zu empfehlen sein, wo ihre guten Eigenschaften sich dann gut verwerthen lassen, während für Räder mit kleinen, unter Umständen möglichst kleinen Getrieben die Radlinienverzahnung den entschiedenen Vorzug verdient. Da diese ausserdem auch für grosse Zähnezahlen vortrefflich ist und in Bezug auf Reibung und Abnutzung sehr günstig steht, so empfiehlt es sich, bei neuen Fabrikanlagen nur sie allein für die Satzräder, insbesondere die Stirnräder, in Anwendung zu bringen. Für manche Einzelräder und sodann für die Kegelräder, welche in der Regel nicht Satzräder sind, eignet sich indessen der einfachen Form wegen die Evolventenverzahnung auch sehr gut. Vergl. auch §. 222.

Die Punktverzahnungen und die gemischten leisten für besondere Fälle, namentlich bei Hebzeugen und anderen Windwerken, wo unter Umständen als Zahnmaterial Schmiedeeisen und Stahl gebraucht wird, ausgezeichnete Dienste. Die Daumenverzahnung kann auch in Triebwerken recht nützlich werden, da sie geringere Zahndicken anzuwenden erlaubt, als die anderen.

Die Schildräder haben eine beschränkte Verwendung; doch erweisen sie sich in mancherlei Mechanismen sehr nützlich, wovon noch weiter unten die Rede sein wird (Kapitel XVIII).

B. Verzahnung der Kegelräder.

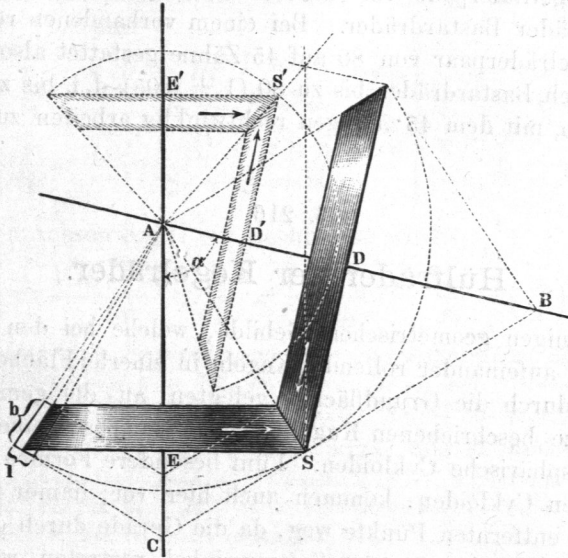
§. 215.

Allgemeines über die Kegelradzähne.

Bei den Kegel- oder Winkelrädern liegen die berührenden Verhältnisskreise zusammenarbeitender Räder in den Grundkegeln, deren Spitzen im Schnittpunkt der geometrischen Achsen der Räder zusammentreffen. Unter den Theilkreisen verstehen wir die an den Grundflächen der Grundkegel liegenden berührenden Verhältnisskreise SD und SE , Fig. 596. Die Zahnlänge wird auf dem Ergänzungskegel des Grundkegels gemessen; SB ist die Kante des Ergänzungskegels zu SD , SC diejenige zu SE , wobei

$BC \perp$ zu AS . Die Zahnlänge wird auf SB und SC , die Zahnbreite auf SA gemessen, die Zahndicke auf dem Theilkreis; die Zähne sind Pyramiden, deren Spitzen in A liegen.

Fig. 596.



Die zusammengehörigen Halbmesser SD und SE der Grundkegel werden gefunden, indem man durch die Berührungslinie SA den Achsenwinkel α so theilt, dass sich die Lothe SD und SE , welche aus einem Punkte S derselben auf die Achsen gefällt werden, verhalten wie die Zähnezahlen oder verkehrt wie die Umlaufzahlen der Räder, sodass also: $SD : SE = z : z_1 = n_1 : n$. Es sind jedesmal zwei Lösungen möglich, jenachdem man die Theilungslinie SA innerhalb α oder in den Nebenwinkel legt, oder mit anderen Worten, jenachdem man α oder den Nebenwinkel als Achsenwinkel betrachtet. Die beiden Lösungen unterscheiden sich dadurch, dass bei unverändertem Drehungssinn der treibenden Welle die getriebene Welle bei der einen Lösung rechts, bei der anderen links umläuft (Fig. 596). Eine der Lösungen kann ein Hohlrad liefern; dies geschieht, wenn $n_1 : n < \cos \alpha$.

Wenn Kegelräder Satzräder werden sollen (vergl. §. 200), so müssen sie ausser gleicher Theilung auch noch gleichlange Berührungslinien (AS , Fig. 596) haben. Da diese Bedingung nur selten erfüllt werden kann, so sind Kegelräder von gleicher

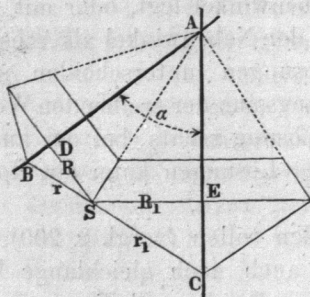
Theilung und Verzahnungsart doch meist Einzelräder. In der Praxis findet man übrigens Abweichungen bis zu 5 Proz. in der Länge der Berührungslinie noch als statthaft betrachtet. Man nennt solche mit einem kleinen Fehler behaftete zu einem vorhandenen Kegelräderpaar für denselben Achsenwinkel hinzu konstruierte Räder Bastardräder. Bei einem vorhandenen rechtwinkligen Kegelräderpaar von 80 auf 45 Zähne gestattet also z. B. die Praxis noch, Bastardräder bis zu 80 ($1 \pm 0,05$), d. i. bis zu 84 und 76 Zähnen, mit dem 45 zähligen rechtwinklig arbeiten zu lassen.

§. 216.

Hülfräder der Kegelräder.

Diejenigen geometrischen Gebilde, welche bei den in Rede stehenden aufeinander rollenden Kegeln in einerlei Fläche bleiben, sind die durch die Grundflächen gelegten, aus der gemeinsamen Kegelspitze beschriebenen Kugelflächen. Sie beschreiben gegeneinander sphärische Cykloiden. Fünf besondere Formen, wie bei den ebenen Cykloiden, kommen auch hier vor; immer fallen die unendlich entfernten Punkte weg, da die Gerade durch den Plankegel, den Kegel von 180° Spitzenwinkel vertreten wird. Die allgemeinen Formen der sphärischen Cykloiden sind denen der ebenen ähnlich, bis auf die der Evolvente analoge Kurve, erzeugt durch Rollung eines Plankegels auf einem gewöhnlichen Kegel; hier reihen sich die Kurvenäste zickzackförmig aneinander*). Wollte man die sphärischen Cykloiden als Zahnprofile wirklich zur Ausführung bringen, so würde man in nicht geringe Schwierigkeiten gerathen. Man erhält in-

Fig. 597.



dessen, wie Tredgold zuerst gezeigt hat, brauchbare Zahnformen für die Kegelräder, wenn man ihre als Stirnräder verzahnten Hülfräder auf die durch die Ergänzungskegel gegebenen Endflächen der Zähne aufwickelt. Hülfräder zweier Kegelräder R und R_1 (Fig. 597) heissen die Stirnräder von derselben Theilung,

*) Siehe Berliner Verhandl. 1876, S. 321, 449, Reuleaux, Modelle zur Veranschaulichung der sphärischen Cykloiden.

welche zu Halbmessern r und r_1 die Erzeugenden BS und CS ihrer Ergänzungskegel haben.

Bei gegebenem Achsenwinkel α bestimmen sich der Halbmesser r und die Zähnezah z eines Hülfrades aus den bekannten Halbmessern und Zähnezahlen R, R_1, z und z_1 der Kegelräder mittelst der Formeln:

$$\left. \begin{aligned} \frac{r}{R} &= \frac{\sqrt{R^2 + R_1^2 + 2 R R_1 \cos \alpha}}{R_1 + R \cos \alpha} \\ \frac{z}{z_1} &= \frac{\sqrt{z^2 + z_1^2 + 2 z z_1 \cos \alpha}}{z_1 + z \cos \alpha} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (192)$$

Ist der Achsenwinkel ein Rechter, so wird:

$$\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{R^2 + R_1^2}}{R_1}, \quad \frac{z}{z_1} = \frac{\sqrt{z^2 + z_1^2}}{z_1}, \quad \frac{r}{r_1} = \left(\frac{n_1}{n} \right)^2$$

Beispiel. Ein Kegelräderpaar habe die Zähnezahlen 30 und 50 und einen Achsenwinkel $\alpha = 60^\circ$, so ist $\cos \alpha = \frac{1}{2}$, und es findet sich für das Hülfrad zu dem 30zähnigen Rade: $z = 30 \cdot \sqrt{30^2 + 50^2 + 2 \cdot 30 \cdot 50 \cdot 0,5} : (50 + 30 \cdot 0,5) = 6 \cdot \sqrt{4900} : 13 = 32,3$, wofür man 32 nehmen könnte. Für das 50zähnige Rad erhält man ferner: $z_1 = 50 \cdot \sqrt{4900} : (30 + 50 \cdot 0,5) = 50 \cdot 70 : 55 = \text{nahe } 64$. Mit diesen Zähnezahlen und der gegebenen Theilung sind die Hülfräder zu verzahnen.

Kleine Zähnezahlen sind für Kegelräder nicht günstig, da bei solchen die Fehler, welche die Methode der Hülfräder enthält, merklich auftreten. Macht man aber nur von Zähnezahlen über 24 Gebrauch, so erhalten die Hülfräder nicht unter 28 Zähnen, und man kann sich dann der Evolventenverzahnung bedienen. Diese ist hier wegen der leichten Abformbarkeit der Zähne vorthellhaft, sodass sie trotz ihren kleinen Mängeln an diesem Platze den Vorzug verdient. Auch wegen der Ausführungsfehler in der Verzahnung, welche hier leicht weit grösser ausfallen als bei den Stirnrädern, empfiehlt es sich, grosse Zähnezahlen anzuwenden.

Die Zahnreibungsverluste der Kegelräder sind sehr annähernd gleich denen ihrer Hülfräder.

§. 217.

Das Planrad.

Die innenverzahnten oder Hohlkegelräder sind nicht praktisch, da ihre Modellirung und Herstellung weit schwieriger ist,

Je eines der Räder R_2 und R_3 kann strenggenommen mit dem Planrade R_1 nur dann benutzt werden, wenn die Zähnezahlen die genügend angenäherte Verwirklichung des Verhältnisses $\sin \gamma_2$ gestatten. Obgleich hiernach in seiner Anwendung beschränkt, ist doch das Planrad manchmal benutzbar, indem es schiefwinklige Uebertragungen sehr leicht ausführbar macht*).

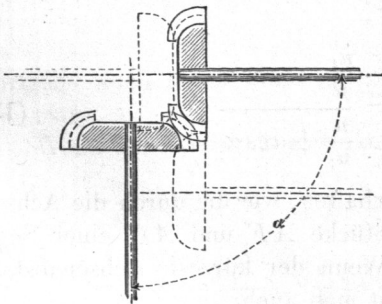
C. Die Hyperbelräder.

§. 218.

Grundkörper der Hyperbelräder.

Die hyperboloidischen oder kurz Hyperbelräder dienen bei geschränkten Achsen, und erhalten Zahnberührung längs einer Linie, weshalb sie zu den Krafträdern gerechnet werden (vergl. S. 558). Ihre Grundkörper sind Drehungshyperboloide, welche einander in einer gemeinschaftlichen Erzeugenden berühren. Die Bestimmung derselben kann wie folgt geschehen. Fig. 600 (a. f. S.) ist eine Projektion normal zur kürzesten Achsenentfernung oder dem Achsenloth. Man theile den Schrängungswinkel α so in zwei Stücke β und β_1 , dass die aus irgend einem Punkte A der Theilungslinie SA auf die Achsen gefällten Lothe AB und AC sich

*) Die von Prof. Beylich 1866 angegebenen „Universalräder“ sollen konische Räder in Fällen ersetzen, wo der Achsenwinkel häufig zu ändern ist. Sie können dazu dienen,



Achsen zu verbinden, die einen beliebigen Winkel, von 0 bis 180° einschliessen und innerhalb dieser Grenzen gegeneinander verstellt werden sollen. Die Räder, in beistehender Figur skizzirt, sind verzahnte Ausschnitte von Globoiden III. Kl. (vergl. §. 224), die den Meridianen nach mit Lückenfurchen und Zähnen versehen sind. Anwendungen scheinen selten;

Modell in dem kin. Kabinet der königl. techn. Hochschule. Vergl. übrigens Schluss von §. 211.