Für ein Rad gibt es zu einem gegebenen Zahnprofile bei bekanntem Theilkreis nur eine Eingrifflinie, und zu einer gegebenen Eingrifflinie nur ein richtiges Zahnprofil. Dieses letztere ist nur in dem Falle aus der Eingrifflinie bestimmbar, wenn im voraus die Wälzungsbogen zu den einzelnen Punkten der Eingrifflinie bekannt sind. Ist aber dieser Zusammenhang gegeben, so kann das entsprechende Zahnprofil konstruirt werden. Diese Aufgabe ist es, welche das obige Verfahren, von einem gegebenen Zahnprofil ausgehend, löst.

Bei den cykloidischen Verzahnungen ist der Wälzungsbogen gleich der Eingriffstrecke, und deshalb sind diese Verzahnungen besonders einfach hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften.

Bei richtig zusammenarbeitenden Zahnrädern sind die Eingrifflinien kongruent und die Wälzungsbogen zu homologen Eingriffpunkten gleich lang. Unter Einhaltung dieser Bedingung können beliebig viele Räder zu einem gegebenen hinzukonstruirt werden. Solche Räder sind unter der weiteren Bedingung Satzräder (s. §. 200), dass die allen gemeinschaftliche Eingrifflinie so geformt ist, dass sie durch den Theilkreis sowohl, als durch den Radius zu ihrem Theilkreispunkt in zwei kongruente Stücke zerlegt wird.

Bei allen Satzräderverzahnungen sind deshalb bei der Zahnstange die Zahnprofilstücke über und unter dem Theilkreise kongruent.

Der Strahl, welcher von dem Theilkreispunkte der Eingrifflinie aus nach irgend einem Eingriffpunkte gezogen wird (z. B. *SI* in Fig. 572), gibt die Richtung und den Angriffpunkt des Zahndruckes für den betreffenden Eingriffpunkt an.

§. 205.

Die cyklischen Kurven.

Zur Erzielung der Satzräderverzahnungen, oder überhaupt solcher Verzahnungen, deren geometrische Eigenschaften man allgemein vorausbestimmen will, eignen sich am besten die Kreisrollungs- oder cyklischen Kurven. Wenn ein Kreis auf einem anderen, mit dem er in derselben Ebene liegt, ohne Gleitung rollt, so beschreibt jeder Punkt in einem seiner Radien eine solche Kurve, welche eine gemeine, verlängerte oder verkürzte Cykloide heisst, je nachdem der beschreibende Punkt auf dem Umfang des rollenden Kreises liegt, oder durch eine Verlängerung oder durch eine Verkürzung des Halbmessers des rollenden Kreises zu erreichen ist.

Der ruhende Kreis ist der Grundkreis der Kurve, sein Halbmesser werde hier mit R bezeichnet; der rollende Kreis heisst der Wälzungskreis oder Radkreis und habe den Halbmesser r; der dem beschreibenden Punkt diametral gegenüberliegende Punkt des Radkreises werde der Gegenpunkt des Kurvenpunktes genannt. Bezeichnet man nun den Halbmesser desjenigen der beiden Kreise, welcher den anderen mit seiner Innenseite berührt, als negativ, den anderen als positiv, so lassen sich zunächst die fünf Arten der cyklischen Kurven, welche sich durch Veränderung von R und r ergeben, wie folgt zusammenstellen.

Grundkreis	Radkreis	Entstehende Kurve
$+R$	$+r$	Aufradlinie oder Epicykloide
$+\infty$	$+r$	Radlinie schlechthin oder Orthocykloide*)
$-R$	$+r$	Inradlinie oder Hypocykloide
$+R$	$\pm\infty$	Fadenlinie oder Kreisevolvente
$+R$	$-r$	Umradlinie oder Pericykloide

Bei allen fünf Arten gelten sodann die beiden folgenden Sätze:

1. Die Normale zu einem Kurvenelement geht durch den zugehörigen Berührungspunkt der Erzeugungskreise.

2. Der Krümmungsmittelpunkt zu einem Element der Kurve ist der Durchschnitt der Normalen mit der Geraden, welche den Gegenpunkt mit dem Mittelpunkt des Grundkreises verbindet. Bei den verlängerten und verkürzten Kurven liegt der Gegenpunkt auf dem verlängerten Radius zum Kurvenelement und der durch den Berührungspunkt gezogenen Senkrechten zur Normale.

Auf dem ersteren Satze beruht die vorzügliche Anwendbarkeit der cyklischen Kurven zur Verzahnung; auf den zweiten lassen

*) So schlug der Verfasser statt „Cykloide“ vor, weil dieser letztere Name zur Bezeichnung des ganzen Kurvengeschlechtes dient.

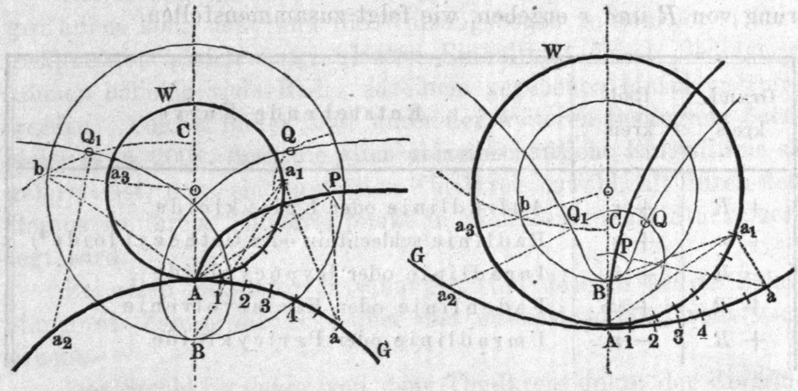
sich vortrefflich die Ersetzungen der cykloidischen Zahnkurven durch Kreisbögen stützen.

§. 206.

Verzeichnung der cyklischen Kurven.

I. Genaues Verfahren. Fig. 574. *G* Grundkreis, *W* Radkreis, *A* Anfangspunkt der Kurve. Trage von *A* aus auf *G* und *W* nach derselben Seite kleine gleichlange Bogenstücke auf, und es seien nun a und a_1 zwei zusammengehörige Theilpunkte. Be-

Fig. 574.



schreibe aus *A* mit dem Abstand $a\,a_1$ einen Bogen, und aus a mit der Sehne $A\,a_1$ ebenfalls einen Bogen, so schneidet letzterer den ersteren in einem Punkte *P* der gesuchten Kurve. Dieses Verfahren, welches in Fig. 574 nur für Auf- und Inradlinie angewandt ist, gilt für alle fünf Arten der cyklischen Kurven.

II. Abgekürztes Verfahren. Beschreibe aus den Theilpunkten 1, 2, 3, a, . . . mit den zugehörigen, von *A* aus gemessenen Sehnen des Radkreises Kreisbogen, so berühren diese sämmtlich die gesuchte Kurve und können, bei recht kleiner Theilung *A* — 1, 1 — 2 . . . zur Verzeichnung derselben dienen.

Für die in *B* anfangende verlängerte oder verkürzte Kurve bestimme zuerst *P* (wobei es nicht nöthig ist, die gemeine Kurve selbst zu verzeichnen), beschreibe dann aus a mit a_1B einen Bogen, und aus *P* einen solchen mit *AB*, so schneiden die beiden Bogen einander in einem Punkte *Q* der gesuchten Kurve.