

## Erste Benutzungsart der vorstehenden Tabelle.

*Beispiel.* Ein Rad soll 63 Zähne und 30 mm Theilung erhalten, welchen Halbmesser erhält sein Theilkreis? — Nach Zeile 7 Spalte 5 ist hier  $R : t = 10,03$ , also  $R = 10,03 \cdot t = 10,03 \cdot 30 = 300,9$  mm, abzurunden auf 301 mm. Wäre die Theilung 30 Sechzehntelzoll gewesen, so würde  $R = 301$  Sechzehntel geworden sein.

**Zweite Benutzungsart.** Die Tabelle erleichtert auch das Auffinden der Zähnezah, welche man einem Rad von bekannter (berechneter) Theilung und gegebenem (noch abrundbarem) Theilkreishalbmesser zu geben hat.

*Beispiel.* Welche Zähnezah erhält ein Rad von 1000 mm Theilkreishalbmesser bei 40 mm Theilung? — Es ist hier  $R : t = 1000 : 40 = 25$ . Fast genau entspricht diesem Werth die Zahl 24,99 in Spalte 9 Zeile 16, und erhält demnach das Rad  $150 + 7 = 157$  Zähne. Der Halbmesser wäre streng genommen zu verkleinern auf  $24,99 \cdot 40 = 999,6$  mm, was aber einen vernachlässigbaren Unterschied liefert.

**Dritte Benutzungsart.** Bei gegebenem Halbmesser und gegebener Zähnezah die Theilung eines Rades zu suchen.

*Beispiel.* Gegeben  $R = 400$ ,  $z = 54$ . Dem Werthe  $z = 54$  entspricht nach Spalte 6 Zeile 6 der Quotient  $R : t = 8,59$ . Man hat demnach hier zu nehmen:  $t = R : 8,59 = 400 : 8,59 = 46,56$  mm.

Wird die Zahnkopflänge  $= 0,3t$  gemacht, vergl. §. 207 ff., so ist der Kopfkreishalbmesser  $R' = R \pm 0,3t$ . Mit Hülfe der Tabelle erhält man hiernach das Verhältniss  $R' : t$ , wenn man für ein aussenverzahntes Rad zum Tabellenwerth 0,3 zuzählt, für ein Hohlräder 0,3 von demselben abzieht.

## §. 203.

## Allgemeine Verzahnung.

In einem Stirnräderpaare liegen zusammenarbeitende Zahnurrisse in einem Lothschnitt zu den Radachsen, und geschieht deshalb die Verzeichnung und Auftragung der Zahnformen in einem solchen Schnitte. Die sogenannte allgemeine Verzahnung lehrt, wie bei gegebenem Zahnprofil des einen Rades dasjenige für das eingreifende Rad bei der Forderung gleichförmiger Bewegungübertragung zu bestimmen ist.

**I. Erstes Verfahren des Verfassers.** Fig. 570. Zahnprofil  $a S b c$  gegeben und Theilkreis  $T$  des Rades  $O$  gewählt, damit der Theilkreis  $T_1$  des Rades  $O_1$  gegeben; gesucht wird die Zahnkurve  $a_1 S \dots$  des Rades  $O_1$ . Lege die gegebene Kurve so, dass ihr Theilkreispunkt  $S$  in die Centrale  $OO_1$  fällt, so ist  $S$  gleichzeitig ein Punkt des gesuchten Zahnprofils. Um einen zweiten Punkt  $a_1$  zu finden, der mit  $a$  zusammentreffen soll, ziehe  $a_1$  normal zur gege-

benen Kurve in  $a$ , mache Bogen  $S1' = \text{Bogen } S1$ , sodann die Strecke  $1s_1 = \text{der Strecke } S1'$ , und  $Ss_1 = 1'1$ , schlage sodann aus  $S$  einen Kreisbogen mit  $s_1a$  und aus  $1'$  einen solchen mit  $1a$ , so ist der Schnittpunkt  $a_1$  der gesuchte Kurvenpunkt. Solche

Fig. 570.

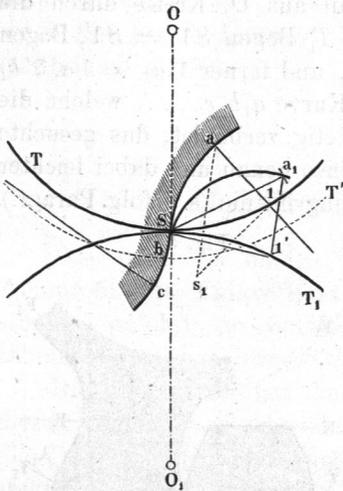
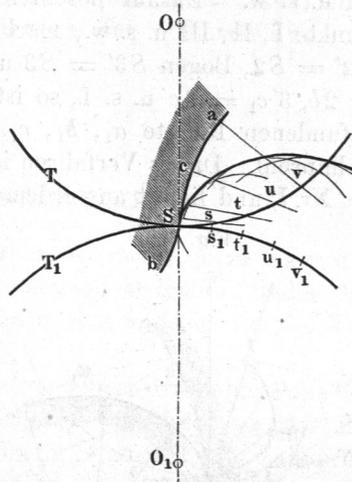


Fig. 571.



Profilpunkte, welche wie  $c$  so gelegen sind, dass ihre Normale den zugehörigen Theilkreis nicht trifft, sind für den gegebenen Theilkreis nicht benutzbar; um sie dazu zu machen, müsste man die Theilkreise  $T$  und  $T_1$  verlegen (hier vergrößern). Die gefundene Kurve kann Spitzen, Schleifen, überhaupt unausführbare Formen erhalten, ohne deshalb geometrisch unrichtig zu werden.

**II. Abgekürztes Verfahren (Poncelet), Fig. 571.** Man suche auf dem Theilkreis  $T_1$  die Punkte  $s_1, t_1, u_1, v_1 \dots$  auf, welche mit den Punkten  $s, t, u, v \dots$  des gegebenen Kreises  $T$  zusammentreffen, beschreibe aus  $s_1, t_1, u_1$  u. s. w. mit den Längen der Normalen zur gegebenen Zahnkurve  $va, uc$  u. s. w. Bögen, und führe berührend an dieselben eine stetige Kurve, so ist diese das gesuchte Zahnprofil. Die Punkte  $s, t, u, v \dots$  sollen in kleinen Abständen gewählt werden. — Trägt man in beiden Verfahrensarten von den Punkten  $s_1, t_1, u_1 \dots$  die Länge der Normalen  $va, uc$  u. s. w. rückwärts statt vorwärts auf, so erhält man die Hohlradverzahnung (innere Verzahnung) für das Rad  $O_1 T_1$ .

**III. Zweites Verfahren des Verfassers.** Fig. 572 (a. f. S.). Zahnprofil  $abcSde$  gegeben und zugehöriger Theilkreis  $T$  gewählt, damit der Theilkreis  $T_1$  gegeben. Man ziehe die Normalen  $a1, b2$

$c3$  u. s. w., beschreibe aus  $O$  durch  $a, b, c$  u. s. w. Kreise, mache dann  $SI = a1, SII = b2, SIII = c3$  u. s. w., und ziehe die Kurve I, II, III, S, IV, V u. s. w., so gibt diese, welche den Namen Eingrifflinie führt, zunächst den geometrischen Ort der Zahnberührungen, und zwar greift der Punkt  $a$  ein, wenn er in I liegt,  $b$  in II,  $c$  in III u. s. w. Darauf beschreibe man aus  $O_1$  Kreise durch die Punkte I, II, III u. s. w., mache auf  $T_1$  Bogen  $S1' = S1$ , Bogen  $S2' = S2$ , Bogen  $S3' = S3$  u. s. f., und ferner  $1'a_1 = 1a, 2'b_1 = 2b, 3'c_1 = 3c$  u. s. f., so ist die Kurve  $a_1b_1c_1 \dots$ , welche die gefundenen Punkte  $a_1, b_1, c_1 \dots$  stetig verbindet, das gesuchte Zahnprofil. Dieses Verfahren ist ebenso genau und dabei leichter als Nr. I, und liefert ausserdem die Eingrifflinie (s. d. folg. Paragr.).

Fig. 572.

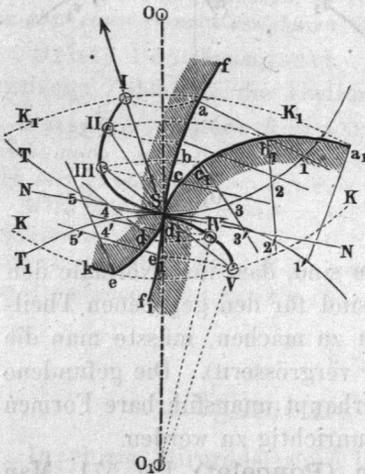
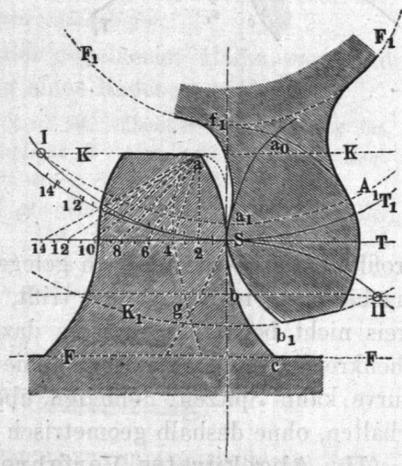


Fig. 573.



#### IV. Theoretisches Profil des Zahnfußansatzes. Fig. 573.

Manchmal muss man, um den Zahnfuß genügend stark zu erhalten, dessen Ansatz an den Radboden soweit als thunlich in die Lücke hineinbiegen: dieses sein Ansatzprofil darf aber nicht in die Bahn der Spitze des Gegenzahnes hineinschneiden. Letztere Bahn, welche der Kürze halber die Kopfbahn des betreffenden Rades heisse, wird auf folgende Weise gefunden.  $aSb$  Zahnkurve des Rades  $T$ ,  $a_1Sb_1$  die des Rades  $T_1$ ,  $a_1a_0$  Verlängerung des Fussprofils des letzteren Zahnes,  $ISII$  Eingrifflinie, durch die Kopfkreise  $K$  und  $K_1$  begrenzt. Trage nun von  $S$  aus die beziehlich gleichen Theilkreisstücke  $S1, 12, 23 \dots, S1', 1'2', 2'3' \dots$  auf  $T$  und  $T_1$  in der Richtung der zu profilirenden Zahnücke auf, fasse nacheinander  $Sa, 1a, 2a, 3a \dots$  in den Zirkel und be-

schreibe mit den erhaltenen Zirkelöffnungen aus  $1', 2', 3' \dots$  Kreise, so hüllen diese die Kopfbahn  $a a_1 g \dots$ , das sogenannte theoretische Profil des Zahnfusses, ein, an welches tangierend das wirkliche Profil  $a_1 f_1$  des Zahnfusses so angelegt wird, dass es in den Fusskreis  $F_1$  übergeht. Das genannte theoretische Profil ist eine verlängerte oder verkürzte cyklische Kurve (s. §. 205), hier, wo  $T$  eine gerade Linie ist (Zahnstange), eine verkürzte Evolvente (s. übrigens §. 209).

## §. 204

## Ueber den Zahneingriff.

Das dritte der obigen Verfahren hat neben dem gesuchten Zahnprofil die Eingrifflinie\*) zusammenarbeitender Räder bestimmen gelehrt; an dieselbe knüpfen sich folgende für die Verzahnungstheorie wichtige Sätze.

Die Eingrifflinie hat den Theilkreispunkt des Zahnprofils mit diesem gemein, und schneidet dasselbe rechtwinklig, so dass also die Tangente  $NN$  der Eingrifflinie in  $S$  normal zum Zahnprofil steht. Jedem Eingriffpunkt entspricht eine Zahnberührung, und demnach ein Berührungspunkt auf jedem der Theilkreise, so dem Eingriffpunkte  $II$  der Punkt  $2$  auf  $T$ ,  $2'$  auf  $T_1$ ; es heisse der Theilkreisbogen zwischen dem Theilkreispunkte der Eingrifflinie und dem einen Eingriffpunkte entsprechenden Berührungspunkte der Theilkreise der Wälzungsbogen zu dem betreffenden Eingriffpunkte. So ist  $S2$  der Wälzungsbogen auf  $T$  zum Punkte  $II$ , Bogen  $S2'$  der auf  $T_1$  zu demselben Eingriffpunkte.

Die Summe der Wälzungsbogen zu den äussersten Eingriffpunkten (Bogen  $1S + S5$  oder Bogen  $1'S + S5'$ ) heisst der Eingriffbogen, seine Länge in Theilungen ausgedrückt die Eingriffdauer des betrachteten Zahneingriffes, welche hiernach leicht graphisch zu bestimmen ist. Dieselbe hängt von der Länge der Eingriffstrecke, d. i. des benutzten Stückes der Eingrifflinie ab. Da nun aber der Zahnfuss wegen des Ansatzes an den Radboden sowohl, als wegen des Durchlassens des Gegenzahnkopfes über den Kopfkreis des Gegenrades hinaus verlängert werden muss, so sind es bei unseren gewöhnlichen Rädern die Kopfkreise  $K$  und  $K_1$ , welche die Eingriffstrecke (V-I) begrenzen.

\*) In Moll und Reuleaux's Konstruktionslehre für den Maschinenbau zum erstenmal behandelt.