nehme man den Durchmesser D des dem Querschnitt-Vieleck eingeschriebenen Kreises nicht kleiner als 1,75 mal die Dicke der gusseisernen gleichbeanspruchten Welle. Bei dem letzteren Verhältniss verwinden sich beide Wellen um gleichviel, indem 1,75 die $\sqrt[4]{}$ aus dem Verhältniss des Elastizitätsmoduls 10 000 des Gusseisens zu 1100, dem des Holzes ist. Hölzerne Wellen kommen übrigens nur noch sehr selten vor.

§. 150.

Belastete Wellen.

Unter einer belasteten Welle wird hier eine solche Welle verstanden, welche ausser einer verdrehenden Beanspruchung noch eine solche auf Biegung erfährt. Wie wir oben sahen, fallen streng genommen sehr viele Wellen unter diese Kategorie; bei einer grossen Zahl indessen durften wir die Biegungsbeanspruchung vernachlässigen. Wo letzteres nicht geschehen darf oder soll, hat man eine Berechnung auf zusammengesetzte Festigkeit auszuführen. Am bequemsten vollzieht sich diese, wenn man die vereint wirkenden statischen Momente in ein ideelles biegendes Moment verwandelt (vergl. §. 18) und dann so rechnet, als sei die belastete Welle eine Tragachse, welcher jene ideellen biegenden Momente zukommen.

Ist M_d das einen Querschnitt verdrehende Moment,
M_b das ebendaselbst wirkende biegende Moment,
so ist das ideelle biegende Moment, welches diese beiden ersetzt:

$$(M_b)_i = {}^3/_8\, \mathrm{M}_b + {}^5/_8 \sqrt{M_b{}^2 + M_d{}^2} \quad . \; . \; . \quad (139)$$

Diese Formel wird für numerische Rechnungen nach dem Poncelet'schen Theorem genügend genau angenähert:

wenn $M_b > \mathrm{M}_d$, durch

$$(M_b)_i = 0{,}975\, M_b + 0{,}25\, \mathrm{M}_d \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (140)$$

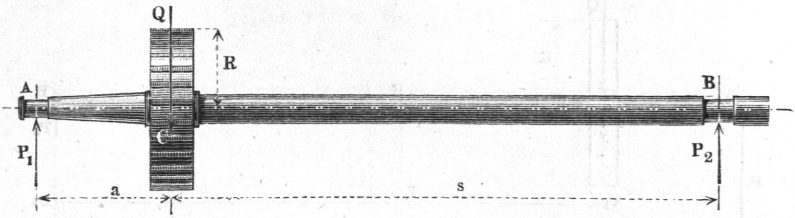
und wenn $M_d > M_b$, durch

$$(M_b)_i = 0{,}625\, M_b + 0{,}6\, M_d \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (141)$$

Wir wenden wieder beide, zuerst das analytische, dann das graphostatische Verfahren an.

I. Analytisches Verfahren. Die Achse oder Welle ABC, welche in Fig. 424 dargestellt ist, trägt bei C ein Stirnrad R, an dessen Umfang die Kraft Q tangential angreift; dann beansprucht diese den Schaft CB auf Verdrehung mit dem Moment $M_d = QR$;

Fig. 424.



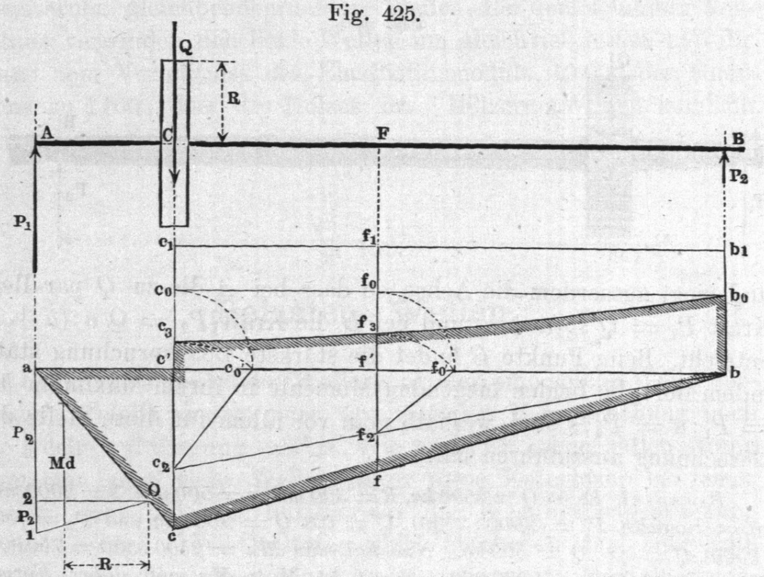
und biegt ausserdem die Achse, so dass bei A die zu Q parallele Kraft $P_1 = Q\, s:(a+s)$ und bei B die Kraft $P_2 = Q\, a:(a+s)$ entsteht. Beim Punkte C findet die stärkste Beanspruchung statt, indem dort die beiden biegenden Momente in ihrem Maximum $M_b = P_1 : a = P_2 . s$ sind, weshalb man vor allem für diese Stelle die Berechnung auszuführen hat.

Beispiel. Es sei $Q = 2500$ kg, $R = 300$ mm, $a = 500$ mm, $s = 2000$ mm, so ist zunächst $P_1 = (2000 : 2500) . Q = 0{,}8\ Q = 2000$ kg und $P_2 = (500 : 2500)\ Q = 0{,}2 . Q = 500$ kg. Nun hat man $M_d = 2500 . 300 = 750\,000$, $M_b = 2000 . 500 = 1\,000\,000$. Somit ist $M_b > M_d$ und daher Formel (140) zu benutzen. Man erhält: $(M_b)_i = 0{,}975 . 1\,000\,000 + 0{,}25 . 750\,000 = 975\,000 + 187\,500 = 1\,162\,500$ kg $\times$ mm. Hieraus kann die Achsenkopfdicke bei C unmittelbar berechnet werden. Ist die Welle aus Gusseisen, und bei C mit kreisförmigem Querschnitt herzustellen, so hat man für den Durchmesser D aus: $(M_b)_i = \mathfrak{S}\, \pi/_{32}\, D^3$ bei einer Spannung $\mathfrak{S} = 3$ kg : $D = \sqrt[3]{1162\,500 . 32 : 3\pi} = 158$ mm. Der Zapfen bei A erhielte nach Tabelle §. 91, Spalte 4, Zeile 10 die Dicke $d_1 = 70$ mm. Für den Wellenhals bei B erhält man nach Tabelle §. 145, Spalte 2, Zeile 5 (bei dem doppelten Werthe des verdrehenden Moments, da wir Gusseisen vor uns haben) $d_2 = 110$ mm. Hierbei ist nur auf die Festigkeit, nicht auf den Verdrehungswinkel Rücksicht genommen.

II. Graphostatisches Verfahren. Wir behandeln sofort dasselbe Beispiel graphostatisch. Nachdem man, Fig. 425 (a. f. S.), für die biegenden Momente das mit horizontaler Schlusslinie konstruirte Gelenkpolygon $a\,b\,c$ verzeichnet, und das Kräftepolygon $a\,1\,O$ aufgetragen hat, liefert dasselbe zunächst sofort P_1 und P_2 und in $a\,c\,c'$ die Momentenfläche für den Schenkel $A\,C$.

Nun ist das Moment M_d aufzusuchen. Hierfür ziehen wir im Kräftepolygon in einem Abstand R von dem Pol O eine Vertikalordinate, so ist diese $= M_d$. Dieselbe nach $c'\,c_1 = b\,b_1$, und sodann $^5/_8$ davon nach $c'\,c_0 = b\,b_0$ tragend, haben wir in $c'\,c_0\,b_0\,b$ das Torsionsrechteck für den Schenkel CB. Die Zusammensetzung der drehenden mit den biegenden Momenten vollziehen wir nun nach Formel (139). Wir machen nämlich $c c_2 = {}^3/_8\, cc'$ und ziehen

Fig. 425.



die Gerade $c_2 b$, so ist auch an jeder anderen Stelle des Polygons, z. B. bei f, der Abschnitt $f f_2 = {}^3/_8 ff'$. Klappt man nun die $c' c_o$ nach $c' c_o'$ auf die $a b$, so ist die Hypotenuse des Dreiecks $c_2 c' c_o'$: $c_2 c_o' = \sqrt{({}^5/_8\, cc')^2 + ({}^5/_8\, c_1 c')^2}$, also die Summe $c c_2 + c_2 c_o' = c c_2 + c_2 c_3$ das gesuchte Moment $(M_b)_i$ für die Stelle C. Ebenso erhält man in $f f_2 + f_2 f_0' = f f_2 + f_2 f_3$ das Moment $(M_b)_i$ für die Stelle F. Die Linie $c_3 f_3 b_0$ ist eine Kurve (Hyperbel), welche man auch durch eine Gerade $c_3 b_0$ im vorliegenden Falle genügend genau annähern könnte. Aus dem gefundenen Polygon $a c b b_0 c_3 c'$ ermittelt man schliesslich, wie bei den Achsen gelehrt wurde, die Abmessungen der belasteten Welle.

Andere Aufgaben für Momentenzusammensetzung finden sich weiter unten bei den Hebel- und Kurbelachsen.