

finden  $d$  zwischen 200 und 220, genauer nach (134)  $d = 143 \sqrt[5]{5,4} = 143 \cdot 1,52 = 217 \text{ mm}$ , was ebenfalls sehr nahe mit der Ausführung übereinstimmt.

## §. 147.

### Berechnung des Verdrehungswinkels der Wellen.

Bei einer cylindrischen Welle von der Dicke  $d$ , welche durch ihre ganze Länge  $L$  das verdrehende statische Moment  $PR$  überträgt, ist, wenn das Material den Drehungsmodul  $G$  hat, nach §. 13 Nro. I. der Verdrehungswinkel

$$\vartheta^0 = \frac{32 \cdot 360}{2 \pi^2} \frac{PR}{d^4} \frac{1000 L}{G} = \frac{360 \text{ S}}{\pi G} \frac{1000 L}{d} \quad \dots \quad (136)$$

woraus für Schmiedeeisen, wo  $G = 8000$ :

$$\vartheta^0 = 72,95 \frac{PRL}{d^4} = 14,32 \text{ S} \frac{L}{d} \quad \dots \quad (137)$$

und für Gusseisen das Doppelte oder

$$\vartheta^0 = 155,9 \frac{PRL}{d^4} = 28,65 \text{ S} \frac{L}{d} \quad \dots \quad (138)$$

folgt. Hierbei ist  $L$  wieder ausnahmsweise in Meter eingeführt; zugleich bedeutet S wieder die Spannung am Wellenumfang. Man sieht, dass man bei bekanntem S den Winkel  $\vartheta$  sehr leicht berechnen kann. Hierbei ist nicht zu vergessen, dass S und  $d$  von einander abhängen, dass also z. B.  $d$  unter Annahme von S berechnet sein muss.

Die Abgebung des verdrehenden Momentes kann auch so erfolgen, dass einzelne Abgabestellen über die Welle vertheilt sind. Man kann aber auch dann von den obigen Formeln Gebrauch machen (vergl. §. 13, S. 38 und 39), wenn man nämlich für  $L$  setzt:

a. die ganze Wellenlänge (in Meter), wenn die Triebkraft an dem einen Ende eingeleitet, am andern ganz abgeleitet wird;

b. die halbe Wellenlänge, wenn die Kraftabgabe gleichförmig über die ganze Welle vertheilt ist, was in langen Wellensträngen in der Regel der Fall ist;

c. ein Drittel der Wellenlänge, wenn die Kraftabgabe gleichförmig abnehmend vom Krafteinleitungspunkte bis zum Wellenende vertheilt ist (siehe Fall III. in §. 13), was in Fabriksälen mit

verschieden starken Maschinen sich manchmal zweckmässigerweise angeordnet findet;

d. im allgemeinen den Abstand des Angriffsschwerpunktes der zu überwindenden Widerstandsmomente, wenn die Kraftabgabe irgendwie über die Welle vertheilt ist (siehe Fall IV. in §. 13). Man findet den Angriffsschwerpunkt, wenn man die Produkte aus den einzelnen Widerstandsmomenten (in Pferdestärken) und den Abständen ihrer Angriffspunkte vom Wellenanfang bildet und addirt, und die erhaltene Summe durch die ganze Kraftabgabe (in Pferdestärken) theilt.

Als Beispiele können mehrere der im vorigen §. berechneten Wellen dienen.

1. *Beispiel.* Die Schraubenwelle des Indret'schen Schiffes aus Beispiel 1. verdreht sich im Maximum — unter Vernachlässigung der Verstärkungen durch Anläufe u. s. w. — wegen  $\mathcal{E} = 5,77$ ,  $d = 380$  und  $L = 22$  nach (139) um  $14,32 \cdot 5,77 \cdot 22 : 380 \sim 47/8^\circ$ , welche Verdrehung auf das  $7/10$  fache oder  $\sim 3 1/3^\circ$  zurückgeht, wenn je eine der Kurbeln in den Todpunkt tritt.

2. *Beispiel.* Die Welle aus Beispiel 3. gibt unterwegs keine Kraft ab, verwindet sich aber in den 32 Lagerhälsen, deren Länge = 100 mm sein möge, stärker als in den Schäften. Wir haben nach (104)  $\mathfrak{F} = 14,32 \cdot [(32 \cdot 0,1 \cdot 5,2 : 96) + (68 - 3,2) 4,6 : 100] = 14,32 (0,173 + 2,981) \sim 45 1/6^\circ!!$  eine Verdrehung, welche bei schwankender Kraftabnahme sehr merkbar wirken muss, und wenigstens bei einer feineren Fabrikation nicht zulässig sein würde.

3. *Beispiel.* Gäbe man derselben Welle gemäss der von Fairbairn empfohlenen Regel 200 mm Dicke durchweg, so hätte man gemäss dem ersten Ausdruck in (104), da  $N : n = 1,263$  ist:  $\mathfrak{F} = 72,95 \cdot 716 \cdot 200 \cdot 1,263 \cdot 68 : 200 k = 3,87^\circ$ .

4. *Beispiel.* In der Bindfadenfabrik bei Schaffhausen ist eine Welle aus Bessemerstahl angewandt; sie hat 149,1 m Länge und steigt, beiläufig bemerkt, ähnlich der des 2. Beispiels, vom Rhein aus schräge am Ufer hinauf (Steigungswinkel  $23^\circ$ ). Ihr Durchmesser ist  $d = 122$ , dabei  $N = 200$ ,  $n = 120$ . Dies gibt  $\mathcal{E} = 3,345$  und damit, da Stahl denselben Elastizitätsmodul wie Schmiedeisen hat, gemäss (139)  $\mathfrak{F} = 14,32 \cdot 3,345 \cdot 149,1 : 122 \sim 58 1/2^\circ!!$ .

5. *Beispiel.* Lässt man durch einen 50 m langen schmiedeeisernen Wellenstrang von konstanter Dicke 70 Pferdestärken bei 100 Umdrehungen an Maschinen abgeben, welche eine ungefähr gleichförmig über die Welle vertheilte Kraftabgabe veranlassen, so hat man zunächst nach Spalte 5, Zeile 16 zu nehmen  $d = 110$  mm. Bei der Verdrehungsberechnung haben wir nun für  $L$  die halbe Wellenlänge einzuführen, erhalten also  $\mathfrak{F} = 72,95 \cdot 716 \cdot 200 \cdot 0,7 \cdot 25 : 110 k = 6,45 \sim 6 1/2^\circ$ . Direkt erhielte man, da  $L = 25$  einzusetzen, und weil wir oben  $\mathfrak{F} = 1/4 L$  in die Berechnung der Formel (139) einführen,  $\mathfrak{F} = 6 1/4^\circ$ .

Erscheint in einem bestimmten Falle eine solche Verdrehung zu gross, so erhöhe man den Durchmesser entsprechend und hat dabei zu bedenken, dass das Steigerungsverhältniss mit seiner vierten Potenz, also sehr stark auf die Verminderung von  $\vartheta$  einwirkt.

6. *Beispiel.* Sollte die im vorigen Beispiel berechnete Welle einen nur halb so grossen Verdrehungswinkel, als wir fanden, erhalten, so hätte man  $d$  auf das  $\sqrt[4]{2}$  fache, d. i. nach der Zahlentafel Nr. I. auf das 1,189 fache zu erhöhen, also zu nehmen  $d = 110 \cdot 1,189 \sim 130$  mm.

### §. 148.

## Drehzapfen der Wellen. Rundgewalzte Wellen.

Die Zapfen der Triebwellen sind entweder Endzapfen, und dürfen dann als Stirnzapfen behandelt werden, oder sie sind, was der gewöhnliche Fall ist, Halszapfen, über deren Längenbemessung in §. 92 gesprochen wurde. Bei den Triebwerkwellen der Fabriken und manchen anderen Wellen ist übrigens eine besondere Berechnung der Zapfenlänge unnöthig. Man nehme hier, wenn nicht ausnahmsweise die Zapfenlänge  $l$  beschränkt werden muss (was z. B. bei den Lokomotiven zu geschehen hat),  $l$  recht gross, z. B.  $\frac{3}{2}d$ ,  $2d$ ,  $4d$  u. s. w. (vergl. §. 109 ff.), vorausgesetzt, dass Vorsorge für das gute Aufliegen des Zapfens im Lager getroffen ist.

Seit einiger Zeit werden durch das Kirkstaller Eisenwerk\*) in zunehmendem Maasse Triebwellen eingeführt, welche statt abgedreht zu sein, durch einen besonderen Walzprozess gerundet oder rund geglättet sind. Das Rundglätten geschieht zwischen ebenen Scheiben, deren geometrische Achsen horizontal und parallel in etwa 22,5 cm Abstand liegen, und die sich in gleichem Sinne gleich schnell und sehr rasch drehen\*\*). Die Scheiben ertheilen dem kurz nach dem Auswalzen unter Wasserzuführung zwischen sie gebrachten Rundstabe, indem sie ihn rollen und zugleich fortschieben, eine fast genau cylindrische Form und eine äusserst reine und glatte Oberfläche, sodass das Abdrehen des Stabes, wenn er als Triebwelle dienen soll, unterbleiben kann. Ausserdem

\*) Kirkstall Forge Company, Leeds, England.

\*\*\*) Vergl. §. 195.