Form gleicher Festigkeit für diesen Schenkel entsprechen würde, und trage die (meist vorgeschriebene) Kopfbreite b je zur Hälfte von der Mitte des Zapfens d_2 aus beiderseits auf. Der Durchschnitt der nach D hin gelegenen Begrenzung des Kopfes mit der Parabel liefert dann den Durchmesser ∂ des Achsenkopfes, der übrigens wird:

$$\frac{\partial}{d_2} = \sqrt[3]{\frac{b}{l_2}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (124)$$

Beispiel. Gegeben die einseitige Belastung $Q = 6600\,kg$, $a_1 = 1200\,mm$, $a_2 = 600\,mm$, $b = 330\,mm$. *Material Gusseisen*, $n < 150$. *Man hat:* $P_1 = 0{,}5\,Q = 3300\,kg$, $P_3 = 1{,}5\,Q = 9900\,kg$. *Nach Tabelle* §. 91 *ist nun zu nehmen* $d_1 \sim 94\,mm$, $d_2 \sim 160\,mm$, *wonach* $l_1 = 141\,mm$, $l_2 = 240\,mm$. *Nun wird* $D = 160\sqrt[3]{600:120} = 1{,}71 \,.\, 160 \sim 274\,mm$, $l_3 = \sqrt{141^2 + 240^2} \sim 278\,mm$, $\partial = 160\sqrt[3]{330:240} = 1{,}12 \,.\, 160 \sim 180\,mm$.

§. 132.

Graphostatische Berechnung der einfachen Achse.

Die Aufsuchung der auf die Zapfen fallenden Kräfte geschieht auf graphostatischem Wege so, wie es in den Sätzen I. bis V., §. 39, angegeben ist. Ebendaselbst wird die Aufsuchung des Seil- oder Gelenkpolygons schon gelehrt, welches nach §. 43 und 44 in seinen der Kraftrichtung parallelen Ordinaten die statischen Momente liefert, welche an den einzelnen Punkten wirken, weshalb dieses Polygon hier auch Momentenfläche zu nennen ist. Für die vorliegenden Aufgaben leiten sich aus den allgemeinen Sätzen folgende einfache Verfahrungsweisen ab.

I. Die Last wirkt normal zur Achse.

a) Nabe und Last zwischen den Zapfen. Fig. 392 (a. f. S.). Ueber der Verbindungslinie AC der Zapfenmittel errichte ein Dreieck ABC, dessen Spitze B in der Richtungslinie von Q liegt, mache die zu AC normale $A.3 = Q$, ziehe $3.O \parallel BC$, $2.O \parallel AC$, so ist $A.2 = P_1$, $2.3 = P_2$. Durch Fällung der Lothe B_1 und B_2 aus den Nabenrändern wird Q in zwei daselbst wirkende Kräfte Q_1 und Q_2 zerlegt, welche das Kräftepolygon nach Ziehung von $Ob \parallel B_1 B_2$ liefert, nämlich $Ab = Q_1$, $b.3 = Q_2$.

Die Vertikalordinate t an irgend einer Stelle der Momentenfläche ist proportional dem an ihrem Schnitte mit der Achse wirkenden statischen Momente M_y, ebenso die Ordinate t_1 dem statischen Momente M_1 an der Wurzel des Zapfens für P_1. Man hat für beide einzeln:

$$y^3 = \frac{32}{\pi \mathfrak{S}} M_y, \qquad d_1^3 = \frac{32}{\pi \mathfrak{S}} M_1$$

und daraus:

$$\frac{y}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{M_y}{M_1}}, \text{ d. i.} = \sqrt[3]{\frac{t}{t_1}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (124)$$

wonach die Aufsuchung der y leicht geschehen kann*).

b) Die Nabe zwischen den Zapfen, die Last ausserhalb derselben. Fig. 393. Ueber der zur Achse parallelen AC

Fig. 392.

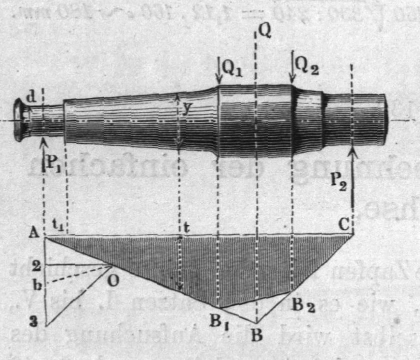
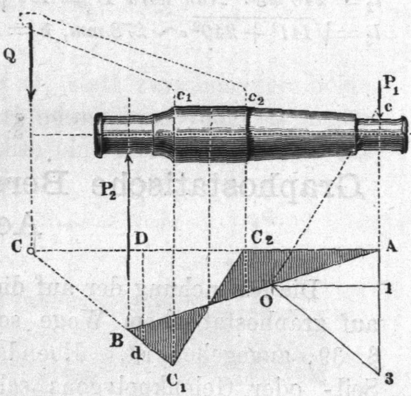


Fig. 393.



errichte das Dreieck ABC, die Punkte A, B und C in die Kraftrichtungen legend, suche den Fusspunkt D desjenigen Lothes auf AC, von welchem die CB das Stück $Dd = Q$ abschneidet, mache $O.1 \parallel AC$ und $= CD$, $A.1.3$ normal zu AC, $O.3 \parallel CB$, so ist $1.3 = Q$, $A.1 = P_1$, $3.A = P_2$. Die Kraft Q ist in zwei Kräfte an den Nabenrändern zu zerlegen, was durch Verbindung der Lotheinschnitte C_1 und C_2 und Ziehung von $Oc \parallel C_1 C_2$ geschieht; es ist nämlich nun $c.3 =$ der bei C_1, $1.c =$ der

*) Wählt man die in Berechnung gezogenen Werthe von t so aus, dass sie durch t_1 aufgehen, so ist die Wurzeltafel der natürlichen Zahlenreihe zu benutzen, und sind wenige Werthe derselben ausreichend, z. B. die der ersten Zahlentafel am Ende des Buches. Berechnet man sofort y für die grösste der Ordinaten t, und misst die übrigen auf dieser, indem man dieselbe in 10tel etc. theilt, so ist der Quotient unter der Kubikwurzel immer kleiner als 1, und die zweite Zahlentafel am Schluss des Buches zu verwerthen.

bei C_2 angreifenden Kraft. Das Diagramm zeigt, dass die Achse innerhalb des Achsenkopfes einen Wendepunkt der elastischen Linie besitzt, an welchem die Biegungsbeanspruchung Null ist.

c) Freitragende Achse, die Last ausserhalb der Zapfen. Fig. 394. Zeichne das Dreieck ABC wie vorhin bei b),

Fig. 394.

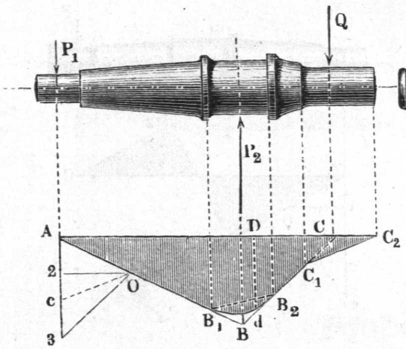
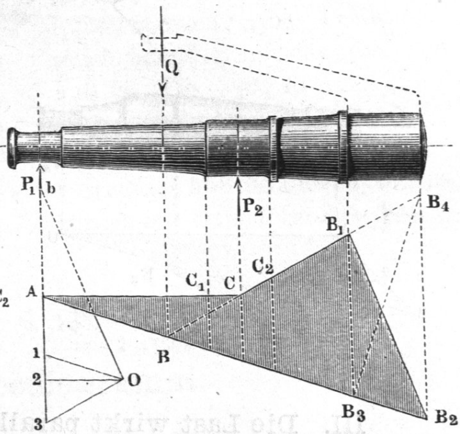


Fig. 395.



suche ebenso CD so, dass $Dd = Q$, mache $A.3$ normal zu AC, $O.2 = CD$ und $\parallel AC$, $O.3 \parallel CB$, so ist wieder $A.2 = P_1$, $3.A = P_2$. Q nach C_1 und C_2 zerlegend, und $Oc \parallel C_1 C_2$ ziehend, hat man $c.3$ und $2.c =$ den bei C_1 und C_2 wirkenden Kräften. Der Zapfen bei B ist gleichförmig belastet, seine Momentenfläche deshalb durch einen Parabelbogen zu profiliren (s. §. 42).

d) Freitragende Achse, die Last zwischen den Zapfen, Fig. 395. Nachdem das Dreieck ABC wie bei a) gebildet worden, ist die Zerlegung von Q nach B_1 und B_2 zu machen, wodurch das Polygon ACB_1B_2 entsteht (welchem das andere ACB_4B_3 gleichwerthig ist). Im Kräftepolygon ist $1.3 = Q$, $2.1 = P_1$, $3.2 = P_2$, und nachdem $Ob \parallel B_2B_1$ gemacht, $b.3 =$ der bei B_1B_3, $1.b =$ der bei B_2B_4 angreifenden Kraft*).

II. Die Last wirkt schief zur Achse. Fig. 396 (a. f. S.). Kräftepolygon und Seilpolygon werden schief, wie die Richtung von Q angibt, sonst wie bei I. gezeichnet. Die Vertikalprojektionen

---

*) Achsen von der hier behandelten Beanspruchungsweise, obwohl sehr kleiner Belastung, sind die neuen sogenannten Ringspindeln der amerikanischen Spinnstühle.

aA und $3.c$ geben die Zapfendrucke P_1 und P_2 an; die Horizontalkomponente von Q wird durch einen oder beide Zapfen, die dafür als Stützzapfen wirken, aufgenommen*).

Fig. 396.

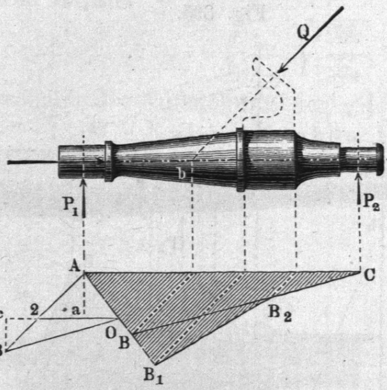
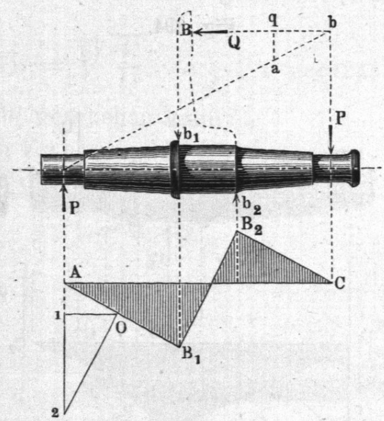


Fig. 397.

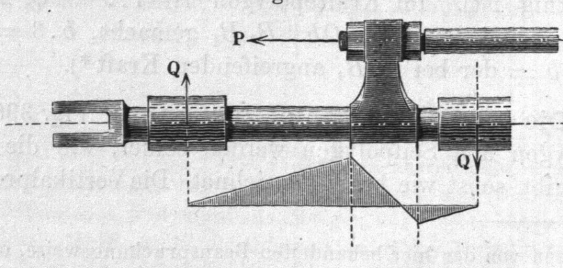


III. Die Last wirkt parallel zur Achse. Fig. 397. Es entstehen zwei Kräftepaare, eines aus den gleichgrossen Zapfenbelastungen P, ein zweites aus den gleichgrossen Nabenbelastungen gebildet. (Vergl. §. 38.) Ziehe von den Zapfenmitteln A und C aus die Parallelen AB_1 und CB_2 bis zu den Nabenrandlothen, und verbinde B_1 mit B_2, so ist AB_1B_2C die Momentenfläche. Behufs Auffindung der Kräfte verschiebe Q von B nach bq bis zum Lothe Cb, verbinde b mit dem anderen Zapfenmittel, und

---

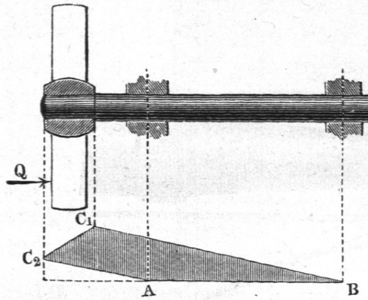
*) Eine der obigen ähnliche Aufgabe kommt an dem sogenannten Schieberbayonnet, Fig. 398, vor, welches bei Lokomotiven häufig angewandt ist. Die Beanspruchung wechselt hier periodisch den Richtungssinn unter fortwährender Verlegung der Angriffpunkte an der gegabelten Stange.

Fig. 398.



ziehe bis zu dieser Verbindungslinie das Loth $q\,a$, so ist dieses $= P$. Trägt man dasselbe nach $A\,.\,1$ auf, zieht $1\,.\,O \parallel A\,C$ und $O\,.\,2 \parallel B_2 B_1$, so ist $1\,.\,2$ die Kraft bei b_1 und $2\,.\,1$ die bei b_2. — Liegt die Nabe bei übrigens gleichen Umständen ausserhalb der Zapfen, wie es z. B. bei einer freigetragenen, zum Theil austauchenden Schiffschraube der Fall ist, Fig. 399, so nimmt das Diagramm die Gestalt $A\,B\,C_1\,C_2$ an, wonach die Länge der Hervorragung auf die Biegungsbeanspruchung keinen Einfluss hat.

Fig. 399.



§. 133.

Probediagramm.

Um eine gegebene Achse auf ihre Biegungsfestigkeit rechnerisch zu untersuchen, hat man die den einzelnen Punkten zukommenden Querschnittmodel zu ermitteln. Sind wie hier alle Querschnitte kreisförmig, so verhalten sich die Model wie die dritten Potenzen der Durchmesser. Man hat also alle Durchmesser zu kubiren. Dies kann unter Benutzung der Lehrsätze in §. 28 sehr gut wie folgt graphisch geschehen. Unter der Voraussetzung, dass das zu erhaltende Diagramm mit einem theoretischen, d. i. einer vorher ermittelten Momentenfläche verglichen werden solle, bringt man am besten das neue Diagramm sofort auf den Maassstab des alten. Zu dem Ende trage von dem Schnittpunkt O der beiden rechtwinkligen Achsen X und Y nach oben die ganze (oder halbe) Zapfendicke $O\,a$ des zu untersuchenden Achsenschenkels, und auf die Rückwärtsverlängerung nach $O\,b$ die zugehörige Ordinate t_1 der theoretischen Momentenfläche, schlage über $a\,b$ einen Halbkreis $a\,c\,b$, ziehe $a\,e$ normal zu $a\,c$, und betrachte $O\,e$ als Einheit, dann ist $O\,b = (O\,a)^3$. Macht man dann $O\,.\,1 = y$, $O\,.\,2 = y_2$ u. s. w. und zieht nach der Y- und der X-Achse die Normalen 1,1′, I., 2,2′, II. u. s. w., so sind O I., O.II. u. s. w. die gesuchten Werthe y_1^3, y_2^3 . ., die man nun zu einem Diagramm in die Hauptfigur zusammenträgt.