

sind; sie heissen Tragachsen oder Stützachsen (entsprechend den Trag- und Stützzapfen), je nachdem sie quer auf ihre Zapfenachsen oder in deren Längenrichtung belastet sind. Reine Stützachsen kommen wenig vor; vorerst und hauptsächlich behandelt das Folgende die Tragachsen und solche, die theils Stütz-, theils Tragachsen sind, und deshalb auch unter die Tragachsen gerechnet werden können. Bei denselben ist die Belastung entweder an einer Stelle vereinigt, oder sie ist auf mehrere Tragstellen vertheilt; es unterscheiden sich hiernach

einfach tragende oder einfache Achsen und
mehrfach tragende Achsen.

Ihre Querschnitte werden bei Guss- und Schmiedeeisen entweder einfach kreisförmig oder nach zusammengesetzten Formen gebildet, wonach sich eine zweite Unterscheidung in der Berechnung ergibt. Bei sämtlichen Aufgaben der Achsenkonstruktion leistet die Graphostatik wesentliche Dienste. Es werden deshalb beide, das rechnerische und das zeichnerische Verfahren für das Entwerfen in Betracht gezogen.

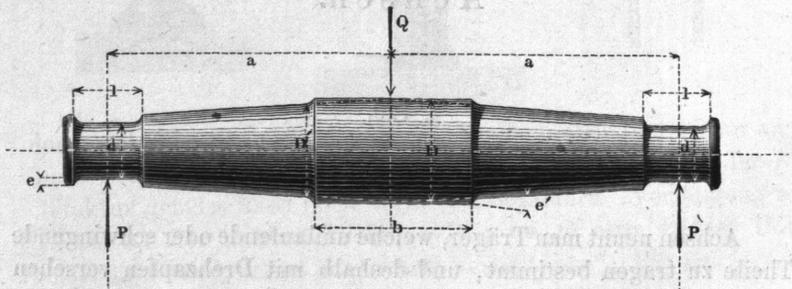
A. Die Querschnitte sind kreisförmig.

§. 130.

Gleichschenklige einfache Achse.

Die Last Q ist, lothrecht zur Achse gerichtet, in der Mitte derselben auf dem Achsenkopf angebracht, Fig. 389, der von einer

Fig. 389.



Hülse oder Nabe umschlossen wird. Die Verbindungen von Kopf und Zapfen heissen die Schenkel der Achse. Die Zapfen werden

nach den Regeln des V. Kapitels für $P = \frac{1}{2} Q$ berechnet, und die Achse selbst annähernd von gleicher Festigkeit mit dem Zapfen konstruiert.

Nennt man:

- d den Durchmesser, l die Länge des Zapfens,
- e die dem Zapfen zukommende Anlauf- oder Anpasshöhe,
- D den Durchmesser des Achsenkopfes, b dessen Breite,
- D' den Durchmesser des Schenkels dicht neben dem Achsenkopf,
- $e' = \frac{1}{2}(D - D')$ den Vorsprung des letzteren,
- a die Schenkellänge,

so nehme man

$$\frac{D'}{d} = \sqrt[3]{\frac{a - 0,5b}{0,5l}} \dots \dots \dots (121)$$

Hierbei erhält die Achse dieselbe Sicherheit wie der Zapfen, sodass, abgesehen von den Abrundungen und Annäherungsformen, bei schmiedeisernen Achsen die Spannung $\mathfrak{S} = 6^k$, bei gusseisernen $\mathfrak{S} = 3^k$ durchweg wird. Will man eine andere Spannung einführen, so unterlege man einen ideellen Zapfen, der mit derselben berechnet ist.

Die strenge Form des Achsenschenkels würde ein kubisches Paraboloid sein (vergl. §. 10, Nro. VI., Bemerkungen), welches als Hilfskonstruktion mit aufzutragen für den Lernenden sehr nützlich ist. Für die gewöhnlichen Fälle aber forme man den Achsenschenkel als Kegelstumpf von dem Basisdurchmesser D' und dem Scheiteldurchmesser $d + 2e$. Dabei wird e' nicht grösser gewählt, als es die Anbringung einer Bahn für den Befestigungskeil erfordert.

§. 131.

Ungleichschenklige einfache Achse.

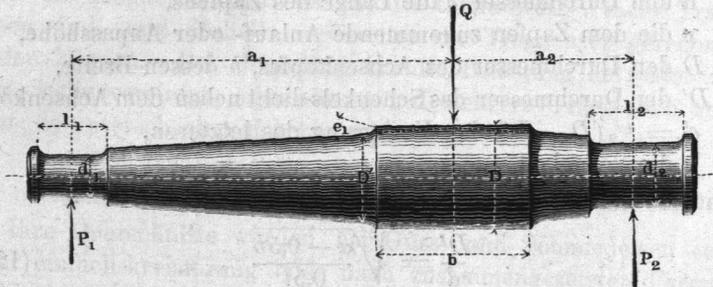
Sind die Schenkel ungleich lang, wie in Fig. 390 (a. f. S.), so vertheilt sich die Last ungleich auf die Zapfen d_1 und d_2 , und zwar ist

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_2}{Q} = \frac{a_1}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{a_2}{a_1} \dots \dots (122)$$

Die Mittelebene des Achsenkopfes theilt die Achse in zwei Stücke, von denen man jedes einzelne so behandelt, wie die Hälfte einer gleichschenkligen einfachen Achse, worauf man schliesslich durch gleichende Verbesserungen das Ganze vollendet. Man berechne

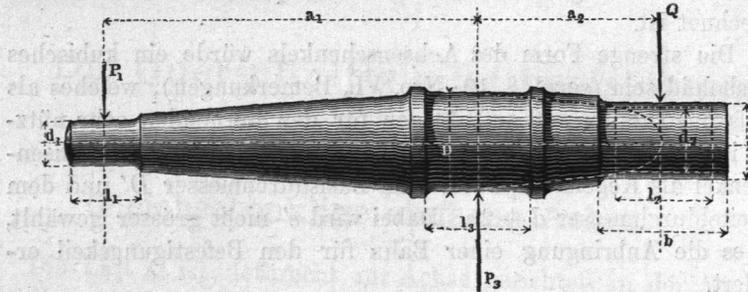
dann D' für beide Schenkel und behalte das grössere der sich für D ergebenden Resultate bei. Wird $a_1 = a_2$, so geht die Achse in die gleichschenklige über.

Fig. 390.



Wenn die Nabe für die Last Q , statt zwischen den beiden Zapfen, ausserhalb von deren Verbindung liegt (oder a_2 negativ wird), Fig. 391, so heisst die Achse eine freitragende oder flie-

Fig. 391.



gendtragende, wie die Praxis sich ausdrückt. Der Zapfen D wird hier ein Halszapfen (s. §. 92).

Man hat für die numerische Grösse der Kräfte:

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1}, \quad \frac{P_3}{Q} = \frac{a_1 + a_2}{a_1}, \quad \frac{P_1}{P_3} = \frac{a_2}{a_1 + a_2} \dots (123)$$

Zuerst bestimme man den Zapfen d_1 , darauf einen ideellen Zapfen d_2 für die Laststelle, und eine Achsenkopfdicke D für den Halszapfen, so als ob die Aufgabe die obige wäre, indem man für D die grössere der beiden Dicken D' und D'' beibehält, welche sich für die beiden Enden des Halszapfens aus Formel (121) ergeben, und mache alsdann die Zapfenlänge $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$. Hierauf lege man in den Schenkel a_2 die kubische Parabel, welcher der strengen

Form gleicher Festigkeit für diesen Schenkel entsprechen würde, und trage die (meist vorgeschriebene) Kopfbreite b je zur Hälfte von der Mitte des Zapfens d_2 aus beiderseits auf. Der Durchschnitt der nach D hin gelegenen Begrenzung des Kopfes mit der Parabel liefert dann den Durchmesser \varnothing des Achsenkopfes, der übrigens wird:

$$\frac{\varnothing}{d_2} = \sqrt[3]{\frac{b}{l_2}} \dots \dots \dots (124)$$

Beispiel. Gegeben die einseitige Belastung $Q = 6600 \text{ kg}$, $a_1 = 1200 \text{ mm}$, $a_2 = 600 \text{ mm}$, $b = 330 \text{ mm}$. Material Gusseisen, $n < 150$. Man hat: $P_1 = 0,5 Q = 3300 \text{ kg}$, $P_3 = 1,5 Q = 9900 \text{ kg}$. Nach Tabelle §. 91 ist nun zu nehmen $d_1 \sim 94 \text{ mm}$, $d_2 \sim 160 \text{ mm}$, wonach $l_1 = 141 \text{ mm}$, $l_2 = 240 \text{ mm}$. Nun wird $D = 160 \sqrt[3]{600 : 120} = 1,71 \cdot 160 \sim 274 \text{ mm}$, $l_3 = \sqrt{141^2 + 240^2} \sim 278 \text{ mm}$, $\varnothing = 160 \sqrt[3]{330 : 240} = 1,12 \cdot 160 \sim 180 \text{ mm}$.

§. 132.

Graphostatische Berechnung der einfachen Achse.

Die Aufsuchung der auf die Zapfen fallenden Kräfte geschieht auf graphostatischem Wege so, wie es in den Sätzen I. bis V., §. 39, angegeben ist. Ebendasselbst wird die Aufsuchung des Seil- oder Gelenkpolygons schon gelehrt, welches nach §. 43 und 44 in seinen der Krafrichtung parallelen Ordinaten die statischen Momente liefert, welche an den einzelnen Punkten wirken, weshalb dieses Polygon hier auch Momentenfläche zu nennen ist. Für die vorliegenden Aufgaben leiten sich aus den allgemeinen Sätzen folgende einfache Verfahrensweisen ab.

I. Die Last wirkt normal zur Achse.

a) Nabe und Last zwischen den Zapfen. Fig. 392 (a. f. S.). Ueber der Verbindungslinie AC der Zapfenmittel errichte ein Dreieck ABC , dessen Spitze B in der Richtungslinie von Q liegt, mache die zu AC normale $A.3 = Q$, ziehe $3.O \parallel BC$, $2.O \parallel AC$, so ist $A.2 = P_1$, $2.3 = P_2$. Durch Fällung der Lothe B_1 und B_2 aus den Nabenrändern wird Q in zwei daselbst wirkende Kräfte Q_1 und Q_2 zerlegt, welche das Kräftepolygon nach Ziehung von $Ob \parallel B_1 B_2$ liefert, nämlich $Ab = Q_1$, $b.3 = Q_2$.

Die Vertikalordinate t an irgend einer Stelle der Momentenfläche ist proportional dem an ihrem Schnitte mit der Achse wir-

kenden statischen Momente M_y , ebenso die Ordinate t_1 dem statischen Momente M_1 an der Wurzel des Zapfens für P_1 . Man hat für beide einzeln:

$$y^3 = \frac{32}{\pi \mathcal{E}} M_y, \quad d_1^3 = \frac{32}{\pi \mathcal{E}} M_1$$

und daraus:

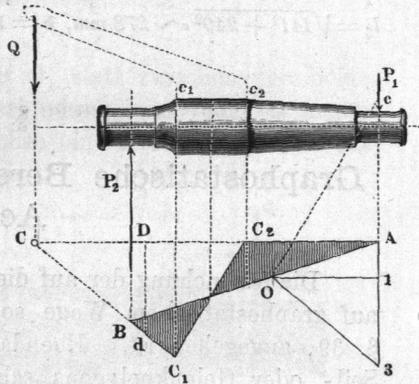
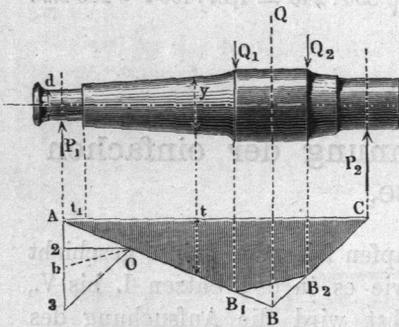
$$\frac{y}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{M_y}{M_1}}, \text{ d. i. } = \sqrt[3]{\frac{t}{t_1}} \dots \dots \dots (124)$$

wonach die Aufsuchung der y leicht geschehen kann*).

b) Die Nabe zwischen den Zapfen, die Last ausserhalb derselben. Fig. 393. Ueber der zur Achse parallelen AC

Fig. 392.

Fig. 393.



errichte das Dreieck ABC , die Punkte A, B und C in die Kraft-richtungen legend, suche den Fusspunkt D desjenigen Lothes auf AC , von welchem die CB das Stück $Dd = Q$ abschneidet, mache $O.1 \parallel AC$ und $= CD$, $A.1.3$ normal zu AC , $O.3 \parallel CB$, so ist $1.3 = Q$, $A.1 = P_1$, $3.A = P_2$. Die Kraft Q ist in zwei Kräfte an den Nabenrändern zu zerlegen, was durch Verbindung der Lotheinschnitte C_1 und C_2 und Ziehung von $Oc \parallel C_1 C_2$ geschieht; es ist nämlich nun $c.3 =$ der bei C_1 , $1.c =$ der

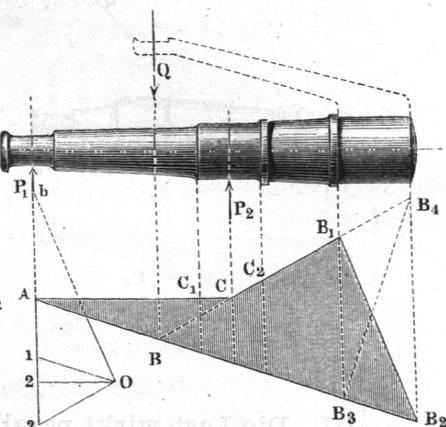
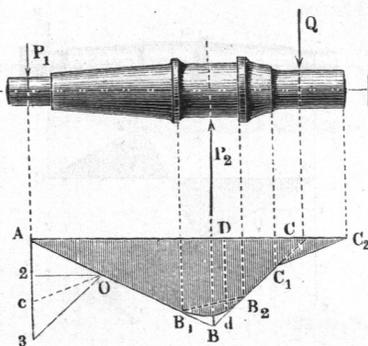
*) Wählt man die in Berechnung gezogenen Werthe von t so aus, dass sie durch t_1 aufgehen, so ist die Wurzeltafel der natürlichen Zahlenreihe zu benutzen, und sind wenige Werthe derselben ausreichend, z. B. die der ersten Zahlentafel am Ende des Buches. Berechnet man sofort y für die grösste der Ordinaten t , und misst die übrigen auf dieser, indem man dieselbe in 10tel etc. theilt, so ist der Quotient unter der Kubikwurzel immer kleiner als 1, und die zweite Zahlentafel am Schluss des Buches zu verwerthen.

bei C_2 angreifenden Kraft. Das Diagramm zeigt, dass die Achse innerhalb des Achsenkopfes einen Wendepunkt der elastischen Linie besitzt, an welchem die Biegungsbeanspruchung Null ist.

c) Freitragende Achse, die Last ausserhalb der Zapfen. Fig. 394. Zeichne das Dreieck ABC wie vorhin bei b),

Fig. 394.

Fig. 395.



suche ebenso CD so, dass $Dd = Q$, mache $A.3$ normal zu AC , $O.2 = CD$ und $\parallel AC$, $O.3 \parallel CB$, so ist wieder $A.2 = P_1$, $3.A = P_2$. Q nach C_1 und C_2 zerlegend, und $Oc \parallel C_1 C_2$ ziehend, hat man $c.3$ und $2.c =$ den bei C_1 und C_2 wirkenden Kräften. Der Zapfen bei B ist gleichförmig belastet, seine Momentenfläche deshalb durch einen Parabelbogen zu profiliren (s. §. 42).

d) Freitragende Achse, die Last zwischen den Zapfen, Fig. 395. Nachdem das Dreieck ABC wie bei a) gebildet worden, ist die Zerlegung von Q nach B_1 und B_2 zu machen, wodurch das Polygon ACB_1B_2 entsteht (welchem das andere ACB_4B_3 gleichwerthig ist). Im Kräftepolygon ist $1.3 = Q$, $2.1 = P_1$, $3.2 = P_2$, und nachdem $Ob \parallel B_2 B_1$ gemacht, $b.3 =$ der bei $B_1 B_3$, $1.b =$ der bei $B_2 B_4$ angreifenden Kraft*).

II. Die Last wirkt schief zur Achse. Fig. 396 (a. f. S.). Kräftepolygon und Seilpolygon werden schief, wie die Richtung von Q angibt, sonst wie bei I. gezeichnet. Die Vertikalprojektionen

*) Achsen von der hier behandelten Beanspruchungsweise, obwohl sehr kleiner Belastung, sind die neuen sogenannten Ringspindeln der amerikanischen Spinnstühle.

aA und $3.c$ geben die Zapfendrucke P_1 und P_2 an; die Horizontalkomponente von Q wird durch einen oder beide Zapfen, die dafür als Stützapfen wirken, aufgenommen*).

Fig. 396.

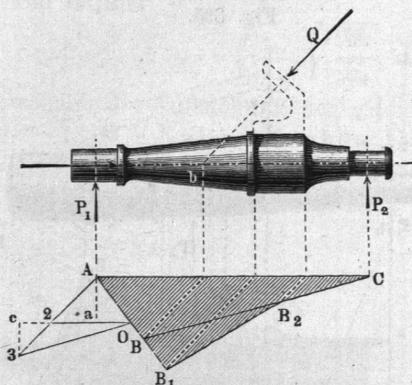
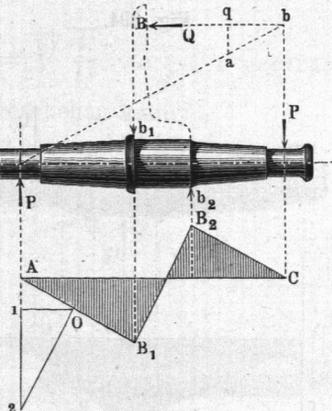


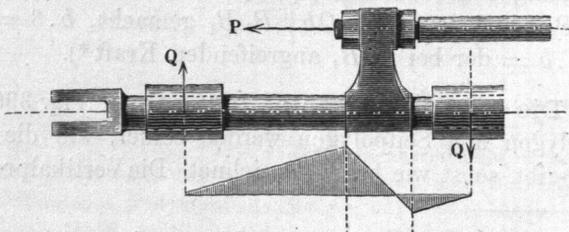
Fig. 397.



III. Die Last wirkt parallel zur Achse. Fig. 397. Es entstehen zwei Kräftepaare, eines aus den gleichgrossen Zapfenbelastungen P , ein zweites aus den gleichgrossen Nabenbelastungen gebildet. (Vergl. §. 38.) Ziehe von den Zapfenmitteln A und C aus die Parallelen AB_1 und CB_2 bis zu den Nabenrandlothen, und verbinde B_1 mit B_2 , so ist AB_1B_2C die Momentenfläche. Behufs Auffindung der Kräfte verschiebe Q von B nach bq bis zum Lothe Cb , verbinde b mit dem anderen Zapfenmittel, und

*) Eine der obigen ähnliche Aufgabe kommt an dem sogenannten Schieberbayonnet, Fig. 398, vor, welches bei Lokomotiven häufig ange-

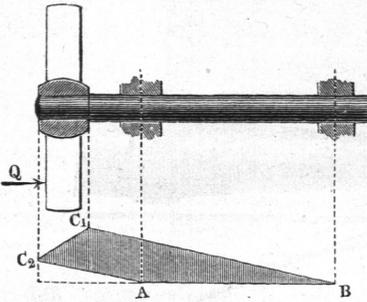
Fig. 398.



wandt ist. Die Beanspruchung wechselt hier periodisch den Richtungssinn unter fortwährender Verlegung der Angriffspunkte an der gegabelten Stange.

ziehe bis zu dieser Verbindungslinie das Loth qa , so ist dieses $= P$. Trägt man dasselbe nach $A \cdot 1$ auf, zieht $1 \cdot O \parallel AC$ und

Fig. 399.



$O.2 \parallel B_2B_1$, so ist 1.2 die Kraft bei b_1 und $2 \cdot 1$ die bei b_2 . — Liegt die Nabe bei übrigens gleichen Umständen ausserhalb der Zapfen, wie es z. B. bei einer freigetragenen, zum Theil austauschenden Schiffschraube der Fall ist, Fig. 399, so nimmt das Diagramm die Gestalt ABC_1C_2 an, wonach die Länge der Hervorragung auf die Biegungsbeanspruchung keinen Einfluss hat.

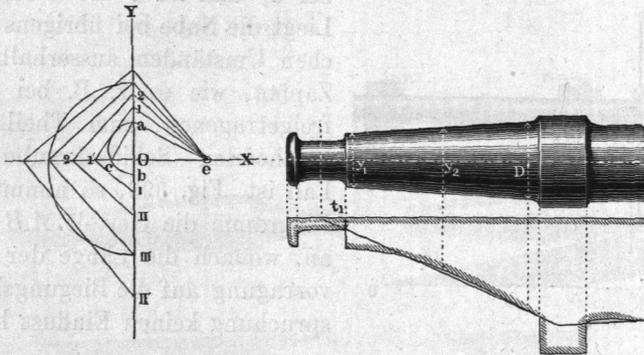
§. 133.

Probendiagramm.

Um eine gegebene Achse auf ihre Biegungsfestigkeit rechnerisch zu untersuchen, hat man die den einzelnen Punkten zukommenden Querschnittmodel zu ermitteln. Sind wie hier alle Querschnitte kreisförmig, so verhalten sich die Model wie die dritten Potenzen der Durchmesser. Man hat also alle Durchmesser zu kubiren. Dies kann unter Benutzung der Lehrsätze in §. 28 sehr gut wie folgt graphisch geschehen. Unter der Voraussetzung, dass das zu erhaltende Diagramm mit einem theoretischen, d. i. einer vorher ermittelten Momentenfläche verglichen werden solle, bringt man am besten das neue Diagramm sofort auf den Maasstab des alten. Zu dem Ende trage von dem Schnittpunkt O der beiden rechtwinkligen Achsen X und Y nach oben die ganze (oder halbe) Zapfendicke Oa des zu untersuchenden Achsenchenkels, und auf die Rückwärtsverlängerung nach Ob die zugehörige Ordinate t_1 der theoretischen Momentenfläche, schlage über ab einen Halbkreis acb , ziehe ae normal zu ac , und betrachte Oe als Einheit, dann ist $Ob = (Oa)^3$. Macht man dann $O.1 = y$, $O.2 = y_2$ u. s. w. und zieht nach der Y - und der X -Achse die Normalen $1,1'$, $I, 2,2'$, II u. s. w., so sind $O.I$, $O.II$ u. s. w. die gesuchten Werthe $y_1^3, y_2^3 \dots$, die man nun zu einem Diagramm in die Hauptfigur zusammenträgt.

Das so entstehende Probediagramm belehrt sehr deutlich über die Wirkung der angewandten Abrundungen, Zusätze, Aus-

Fig. 400.



kehrungen und etwa begangenen Rechenfehler und zeigt die Schwankungen in der Sicherheit klar an, indem die in Wirklichkeit eintretenden Spannungen sich zu der gewünschten konstanten Spannung verkehrt verhalten wie die Ordinaten des Probediagramms zu denen der theoretischen Momentenfläche. Auch diese Reihenfolge von Verhältnissen kann zeichnerisch aufgetragen werden und liefert dann eine die wirklich eintretenden Spannungen versinnlichende Kurve, die Spannungskurve. Kennt man die Uebereinstimmung des theoretischen mit dem Probediagramme von einer der grösseren Dimensionen, z. B. wie hier von D' , so ist das Aufsuchen der Einheit besser mittelst dieser Gegebenen auszuführen (wie es auch in unserer Figur angedeutet ist), da dann die Genauigkeit der Einheit Oe leichter zu erzielen ist.

§. 134.

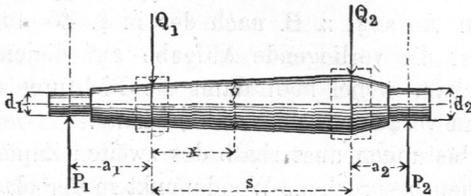
Achse mit zwei Tragpunkten.

Bei der in Fig. 401 schematisch dargestellten zweifach tragenden Achse heissen die Enden wieder die Schenkel der Achse, das Mittelstück der Schaft derselben. Sind Q_1 und Q_2 die Belastungen, s die Schaftlänge, so hat man für die Zapfendrucke:

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s + a_2 \left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right)}{a_1 + s + a_2}, \quad \frac{P_2}{Q_2} = \frac{s + a_1 \left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)}{a_1 + s + a_2}. \quad (125)$$

Aus den auf diese Weise ermittelten Zapfendrucken lassen sich nun die Zapfen d_1 und d_2 , sowie überhaupt die Schenkel a_1

Fig. 401.



und a_2 ganz bestimmen, wobei man zunächst die Durchmesser D_1 und D_2 solcher ideellen Achsenköpfe ermittle, bei welchen Q_1 und Q_2 je auf einen Punkt konzentriert gedacht werden.

Für die dem Schaft an den verschiedenen Stellen zu gebenden Durchmesser hat man alsdann, wenn y den Durchmesser in der Entfernung x vom Lastpunkte Q_1 bezeichnet:

$$\frac{y}{D_1} = \sqrt[3]{1 + \frac{x}{a_1} \left(1 - \frac{Q_1}{P_1}\right)} \dots \dots (126)$$

eine Gleichung, nach welcher das Profil des Schaftes nach zwei kubischen Parabelbogen zu begrenzen ist. Diese können indessen in der Regel durch zwei Geraden ersetzt werden, so dass der Schaft ein Kegelstumpf wird.

Die beiden Achsenköpfe werden gebildet, indem man geringe Verdickungen für die Keilbahnen anbringt, wie es in §. 130 gezeigt wurde, und den Tragstellen die Breite b gibt, welche das zu tragende Stück vorschreibt. In sehr vielen Fällen ist die vorliegende Achse gleichschenkelig und an beiden Lastpunkten gleichstark belastet, also $a_1 = a_2$, $Q_1 = Q_2$. Dann wird: $P_1 = P_2 = Q_1 = Q_2$, und $y = D$, also der Schaft cylindrisch. Hierzu gelangt man auch, wenn nur $P_1 a_1 = P_2 a_2$.

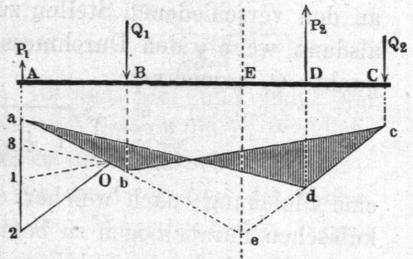
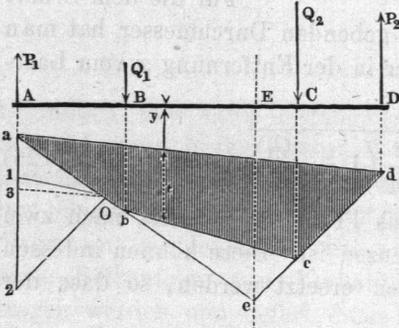
Die graphostatische Behandlung der vorliegenden Aufgabe ist leicht und löst auch unschwer die weniger einfachen Fälle. Sind wie vorhin die normal zur Achse AD in gleichem Sinne wirkenden Kräfte Q_1 und Q_2 gegeben, Fig. 402 (a. f. S.), so trage man auf der zu AD normal gerichteten $Aa \dots$ die $a1 = Q_1$, $1.2 = Q_2$ auf, wähle einen Pol O und ziehe die Strahlen Oa , $O1$, $O2$; ziehe dabei die $aO \dots$ bis zum Schnitte b mit der Kraft- richtung von Q_1 , darauf $bc \parallel 1O$, $ed \parallel 2O$, und verbinde d mit a . Durch Ziehung der $O3 \parallel da$ im Kräftepolygon erhält man dort in 2.3 die Kraft P_2 am Zapfen D und in $3a$ die Kraft P_1 bei A , in $abcd$ aber die Momentenfläche, deren Vertikalordinaten t

wieder zur Bestimmung der in ihrer Verlängerung liegenden Durchmesser y der Achse, wie es oben bei I. §. 132 gezeigt wurde, dienen. Der Schnittpunkt e der Verlängerten ab und dc liefert einen Punkt e der Lage Ee der Mittelkraft von Q_1 und Q_2 . Sucht man die Ee gleich von Anfang, z. B. nach der in §. 40 angegebenen Methode, so ist die vorliegende Aufgabe auf diejenige in §. 132 I. zurückführbar, wobei man dann die Richtung der Schlusslinie ad schon im voraus wie dort wählen kann.

Wirkt eine der Belastungen ausserhalb des zweiten Zapfens, Fig. 403, so kann der oben besprochene Wendepunkt in der elasti-

Fig. 402.

Fig. 403.

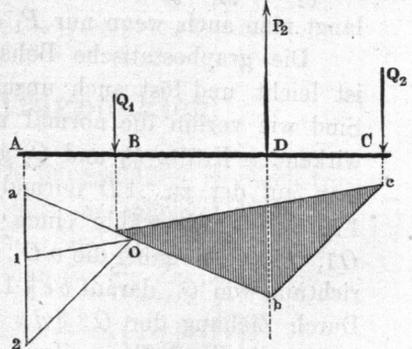
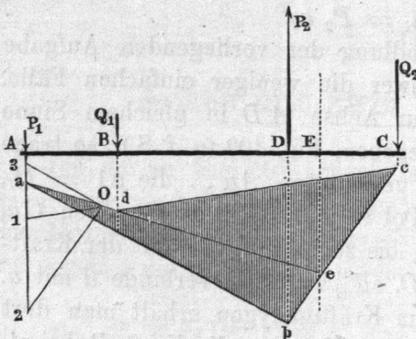


schen Linie entstehen; es geschieht, wenn die Mittelkraft von Q_1 und Q_2 zwischen die Stützen A und D fällt. Vergl. die Aufgabe §. 132 I. b. Die oben erwähnte scheinende Kraft wird durch 1.3 dargestellt.

Liegt die Mittelkraft von Q_1 und Q_2 ausserhalb der beiden

Fig. 404.

Fig. 405.



Zapfen, wie bei Fig. 404, so entsteht jener Wendepunkt nicht, die Kraft P_1 wird aber mit Q_1 und Q_2 gleichgerichtet; im übrigen

ist das einzuschlagende Verfahren nach wie vor dasselbe. Die Mittelkraft kann endlich auch gerade auf die Stütze D treffen, wie in Fig. 405. Alsdann werden die biegenden Kraftmomente in dem Stücke AB , welche bei der vorigen Aufgabe sehr klein waren, völlig Null; die beiden Begrenzungslinien der Momentenfläche fallen zusammen. Für den Schenkel AB und den Zapfen bei A bedeutet dies, dass beide nur den zufällig auf sie kommenden oder etwaigen anderen als den zur Berechnung gegebenen Kräften entsprechend zu machen sind, unter Umständen also sehr leicht und dünn ausgeführt werden dürfen. Die Zerlegung der einzelnen Belastungen auf die Nabenränder, welche je nach der Lage der Nabe das Diagramm wesentlich umgestalten kann, geschieht wie in §. 132 gezeigt wurde. — Andere Variationen als die betrachteten erhält man noch, wenn man die Kräfte Q_1 und Q_2 mit entgegengesetztem Sinne (oder Vorzeichen) einführt, obige Beispiele erklären aber das Verfahren auch dafür zur Genüge.

§. 135.

Schief belastete zweifach tragende Achsen. Eisenbahnwagenachse. Kranpfosten.

Bei schiefer Richtung der Kräfte Q_1 und Q_2 wird die zeichnerische Auflösung der vorliegenden Aufgabe kaum weniger einfach als vorher. Die schiefe Krafrichtung kommt unter anderem bei den Achsen mancher Gelenkgeradfürungen, sodann auch bei den Eisenbahnwagenachsen vor, weshalb wir eine solche als Beispiel nehmen.

Ausser der im Wagenschwerpunkt S , Fig. 406 (a. f. S.), angreifenden Vertikalbelastung Q der Achse wirkt an demselben Punkte zu Zeiten eine durch Zentrifugalkraft und Schwankungen hervorgerufene Horizontalkraft H , welche nach Scheffler*) gemäss den Wöhler'schen Versuchen auf $0,4 Q$ steigen kann, so dass eine schief gerichtete Mittelkraft R gegen die Achse hin drückt. Da der Werth $0,4 Q$ durch Wöhler vermöge unmittelbar am Wagen selbst auf langen Fahrten angestellte Versuche ermittelt ist, schliesst er die Einwirkungen der Schienenüberhöhung in Kurven bereits ein. Diese Kraft R wird sowohl nach den

*) Ad. Scheffler, Eisenbahnwagenachsen. Braunschweig.

Schienenköpfen K_1 und K_2 hin, als nach den Zapfen A und D hin zerlegt. Bei der ersten Zerlegung ist zu beachten, dass die

Fig. 406.

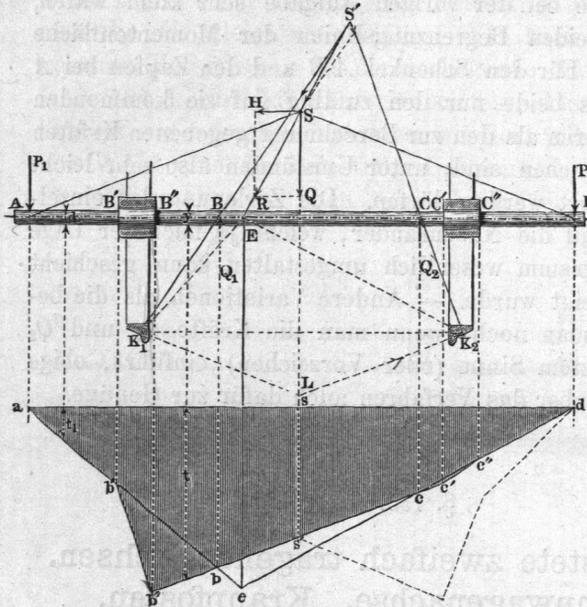
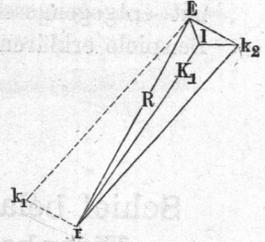


Fig. 407.



von H abgewendete Schiene K_2 nur normal (oder innerhalb des Reibungskegels) auf die Erzeugende des Radreifenkegels drücken kann, so dass $\angle L K_2 S' = 90^\circ$ zu machen ist. In den Durchschnittpunkten B und C der Schienenkräfte mit der Achse rufen die letzteren die Vertikalkräfte Q_1 und Q_2 und vernachlässigbare Horizontalkräfte hervor; die schiefen Zapfenpressungen werden ebenfalls in ausser Betracht fallende Horizontalkräfte und Vertikaldrucke P_1 und P_2 zerlegt. Aus diesen werden die Zapfen d_1 und d_2 berechnet und das grössere Resultat beibehalten. Darauf fälle man aus dem Angriffspunkt E der Mittelkraft R ein Loth Ee auf die zur Achse parallel gezogene ad ; ziehe ea und ed , verlängere die Richtungen von Q_1 und Q_2 bis b und c , und lege durch b und c eine Gerade. Hierauf fälle man aus den Nabenrandpunkten $B' B''$, $C' C''$ Lothe nach b' , b'' , c' , c'' und ziehe $b'b''$, $c'c''$, so ist $ab'b''c'c''d$ das Seilpolygon für die vorliegende Beanspruchung der Achse. Die Ordinaten t desselben dienen wie oben zur Berechnung der entsprechenden Dicken y aus der bekannten Zapfendicke d_1 und der Ordinate t_1 an der Zapfenwurzel.

Die Krafrichtung $K_1 B$ kann auch noch einfacher, als mittelst Aufsuchung des oft unbequem fallenden Punktes S' bestimmt werden. Man verbinde irgend einen Punkt der Richtungslinie von R , z. B. E mit den Schienenköpfen K_1 und K_2 und zerlege $R = Er$, Fig. 407, nach den Richtungen EK_1 und EK_2 in Ek_2 und $k_2 r = Ek_1$, ziehe die $k_2 l$ horizontal und die $El \parallel$ der bekannten Krafrichtung $K_2 S'$, so ist lE die Kraft in K_2 und rl die in K_1 , deren Richtung gesucht wurde, indem Ek_2 und $k_2 l$ die inneren Kräfte an der Ecke K_2 des Seilpolygons $EK_2 K_1$ sind, und mit der Kraft von der bekannten Richtung $K_2 S'$ ins Gleichgewicht treten u. s. w.

Da die Horizontalkraft H sowohl links als rechts gerichtet sein kann, so wird, wie die Punktirung rechts andeutet, die grössere Seite $as's'b''b'$ des Polygons für beide Achsenhälften benutzt. Ausserdem suche man auch das Seilpolygon für die blossе Vertikalbelastung Q auf. Liefert dasselbe für den Schaft eine grössere Ordinate als $s's'$ ist, so wird sie benutzt; die Totalform des Schaftes wird ein in der Schaftmitte verdünnter Drehkörper. Die Zapfen der Eisenbahnwagenachsen haben 250 bis 300 minutliche Umdrehungen. Es ergibt sich deshalb für sie, wenn aus Schmiedeeisen, das Längenverhältniss 2. Die Anläufe der beiden Zapfen vertreten hier Stützzapfen, und werden in Bahnkurven wegen der oben besprochenen Seitenkraft H nicht unbedeutend beansprucht. Man findet die Anlaufhöhe $e = \frac{1}{7}d$ bis $\frac{1}{6}d$, also stärker als bei gewöhnlichen Stirnzapfen gemacht.

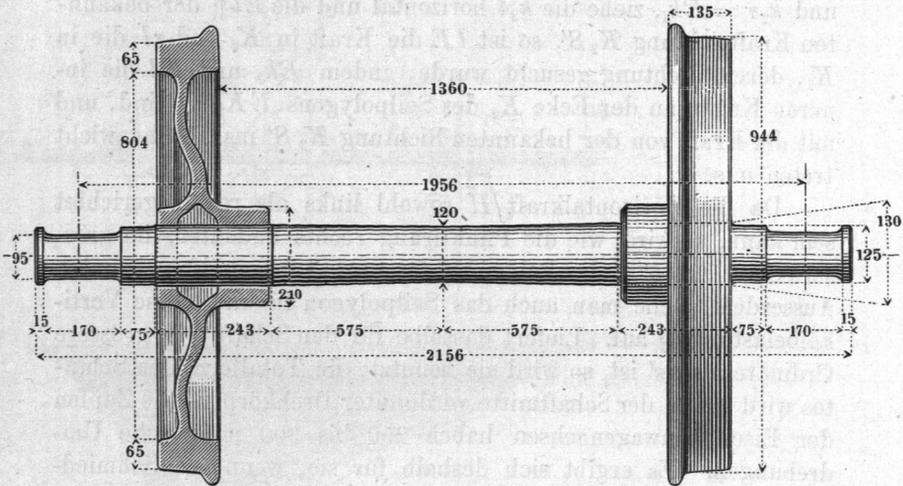
In verschiedenen Ländern bestehen Vorschriften oder Vereinbarungen, nach welchen die Achsen der Eisenbahnwagen auszuführen sind. Für die preussischen Bahnen ist Folgendes festgesetzt. Es soll genommen werden bei der Gesamtbelastung Q der Achsen, wenn

$Q = 3800$ kg	$D = 100$ mm	$d = 65$ mm
„ 5500 „	„ 115 „	„ 75 „
„ 8000 „	„ 130 „	„ 85 „
„ 10000 „	„ 140 „	„ 95 „

Die Zapfenlänge l kann dabei gewählt werden zwischen $1\frac{3}{4}$ und $2\frac{1}{4}d$; es ist also zweckmässiger Weise hier eine gewisse Freiheit gelassen. Als Material ist Schmiedeeisen vorausgesetzt; wird statt dessen Gussstahl angewandt, so kann Q um 20 Proz. erhöht werden. Man hat nach dem Früheren anzunehmen, dass die Maximalbelastung eines einzelnen Zapfens etwa $= \frac{2}{3}Q$ wird. Führt

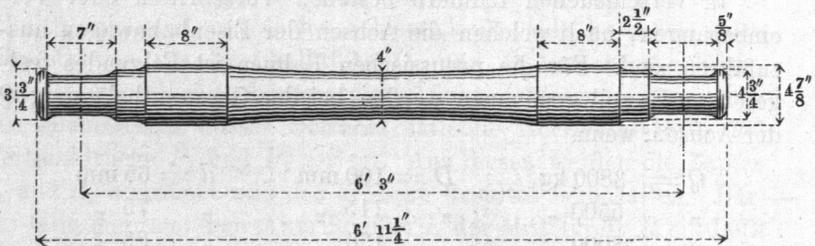
man damit eine Proberechnung aus, so findet man, dass \mathcal{S} zwischen 6,4 und 8,3, und p zwischen 0,30 und 0,41 schwankt. Eine gussstählerne Wagenachse der königl. Ostbahn, versehen mit ihren Rädern, stellt Fig. 408 dar.

Fig. 408.



In England ist eine schmiedeiserne Normalachse von den in Fig. 409 angegebenen Maassen in Gebrauch*). Die nordamerikanische Normalachse stimmt mit der englischen überein**). Die

Fig. 409.



zulässige Belastung Q scheint etwa $\approx 10\,000$ kg vorausgesetzt zu sein. — In Frankreich hat eine Vereinbarung über die Abmessungen der Bahnwagenachsen noch nicht stattgefunden; dagegen haben die einzelnen grossen Bahnen Normalien gewählt. Die Lyon-Mittelmeer-Bahn benutzt nach Couche acht Achsentypen. Bei

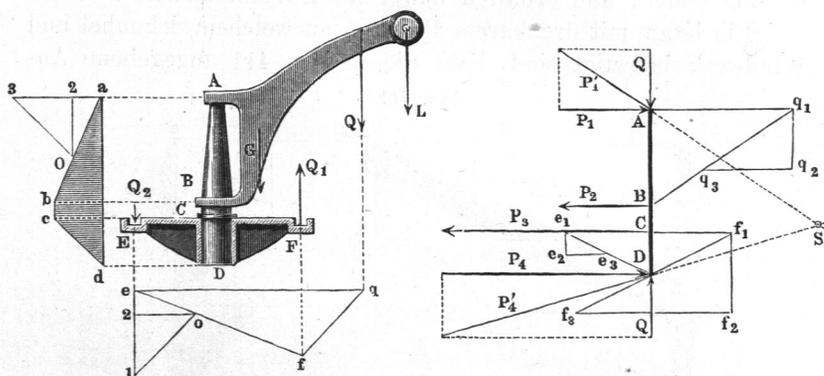
*) Nach Engineer 1873, November.

**) Nach Engineer 1873, Juni.

Typus No. 8 ist $d = 85$, $l = 170$, die Länge zwischen den Zapfenmitteln 1925, die Schenkeldicke in den Naben 125, die Schaftdicke in der Mitte 105 mm.

Die Kranpfosten sind gewöhnlich schief belastete, mehrfach tragende Achsen, wie folgende Beispiele zeigen. Ein Uferkran mit feststehendem Pfosten, Fig. 410, ist durch die Last L und das Eigengewicht G des Windwerks und Schnabels belastet, wodurch

Fig. 410.



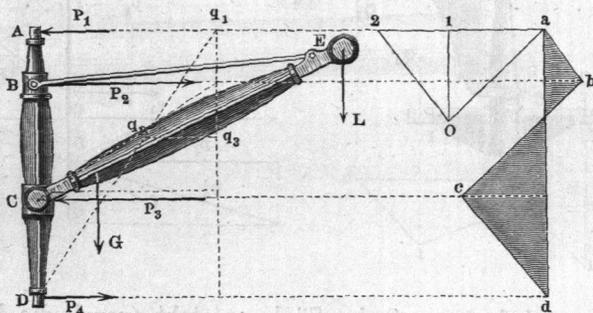
die Gesamtbelastung Q der Säule entsteht (vergl. die Beispiele §. 34 und die Anmerkung S. 100). Bei A und B sind Drehzapfen, bei CD ist der Pfosten in ein gusseisernes Kreuz eingesetzt, welches bei E und F festgehalten sei. Zuerst die Kräfte bei E und F aufsuchend, ziehen wir das Seilpolygon efq und das Kräftepolygon $e21O$, worin $21 = Q$, $1e =$ der Kraft Q_1 bei F , $e2 =$ der Kraft Q_2 bei E . Alle drei äusseren Belastungen wirken parallel der Achse, weshalb wir uns der bei Fig. 397 benutzten Methode bedienen können. Wir machen in der Hilfsfigur $q_1q_2 = Q$, und $q_2q_3 \parallel Aq_1$ normal zu AB . Diese Strecke liefert dann die Horizontalkräfte P_1 und P_2 bei A und B . Der Zapfen bei A soll die ganze Vertikalbelastung aufnehmen; es gesellt sich daher zu P_1 noch Q in A , die schief gerichtete Resultante P_1' liefernd. Ferner machen wir wieder Cf_1 normal zu AC , $f_2f_1 = Q_1$, ziehen die $f_1D \dots$ und die zu Cf_1 parallele f_2f_3 , so ist f_2f_3 die Grösse einer bei C nach links und einer bei D nach rechts wirkenden Kraft. Trägt man ganz entsprechend Q_2 nach e_1e_2 , und zieht die e_1D und die e_2e_3 , letztere $\parallel e_1C$, so liefert e_2e_3 die Grösse einer bei C ebenfalls nach links, bei D nach rechts wirkenden Kraft. Wir haben deshalb $P_3 = f_2f_3 + e_3e_2$ und $P_4 = e_2e_3 + f_3f_2$ zu

machen. Der Vertikaldruck des Pfostens werde ganz bei D aufgenommen; dann kommt dort die Vertikalcomponente $Q = f_2 f_1 - e_1 e_2$ zu P_4 hinzu, mit ihr die Resultante P_4' liefernd. (Probe: der Schnittpunkt S der P_1' und P_4' muss auf die Resultante der P_2 und P_3 fallen.)

Indem wir nun wieder wie früher die Zusammenpressung der Achse vernachlässigen, können wir aus P_1, P_2, P_3, P_4 das in Fig. 410 links in verjüngtem Maassstab eingetragene Kräftepolygon $a 2 3 O$ bilden, und erhalten damit die Momentenfläche $abcd$.

Ein Kran mit drehbarem Pfosten, an welchem Schnabel und Windwerk befestigt sind, habe die in Fig. 411 angegebene An-

Fig. 411.



ordnung. Die Lage von $Q = L + G$ wieder als gegeben betrachtend, verlegen wir Q nach $q_1 q_3$ an die zur Achse normal gerichtete $A q_1$, ziehen die $q_1 D$, und $\parallel A q_1$ die $q_3 q_2$ bis zum Schnitte mit $q_1 D$. Dann stellt die $q_3 q_2$ die Horizontalkraft P_1 bei $A, q_2 q_3$ die ebenfalls horizontale P_4 bei D dar. Liegt dort ein Stützapfen zur Aufnahme der Last Q , so setzt sich diese letztere mit P_4 zu einer schiefer Kraft zusammen.

Durch ganz ähnliche Zerlegung von Q nach B und C erhält man die dort wirkenden gleichen, aber entgegengesetzt wirkenden Horizontalkräfte P_2 und P_3 , von denen letztere, wofern bei B ein Gelenk für die Stange BE vorhanden ist, sich mit der Gegenwirkung Q zu einer schiefergerichteten Mittelkraft zusammensetzt. Die vier gefundenen Horizontalkräfte haben ganz dieselbe Anordnung wie die Normalbelastungen der Achse in Fig. 397. Wir erhalten eine jener ganz ähnliche Momentenfläche $abcd$, welcher zufolge zwischen B und D ein Nullpunkt für die biegenden Momente und demnach also Vorwärtsbiegung oberhalb, Rückwärtsbiegung unterhalb derselben entsteht. Im Kräftepolygon ist $2 a = P_2, a 2 = P_3, 2 1 = P_4$ und $1 2 = P_1$.

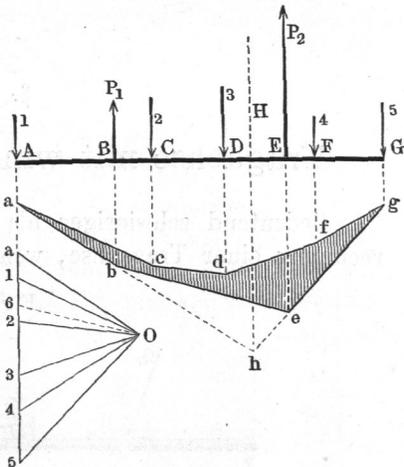
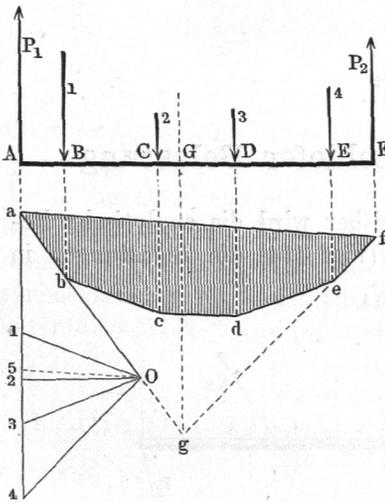
§. 136.

Achse mit drei und mehr Tragpunkten.

Die Zahl der Tragestellen der Achsen wird oft bis zu vier ausgedehnt. Zeichnerische Aufsuchung der Kräfte und Momente wie folgt. Man bilde (Fig. 412), unter dem Stützpunkt a beginnend, aus den gegebenen Kräften 1 bis 5 das Kräftepolygon $a_5 O$,

Fig. 412.

Fig. 413.



und daraus nach §. 40 das Gelenkpolygon $abcdefg$, und trage die zur Schlusslinie ga parallele Og in das Kräftepolygon ein, worauf $56 =$ der Kraft P_2 bei G , $6a =$ der Kraft P_1 bei A ist. Aus P_1 und P_3 können die Zapfen d_1 und d_2 bei A und G berechnet werden, während die Ordinaten des Seilpolygones wie bisher zur Berechnung der Durchmesser der Achse dienen.

Der Schnittpunkt h der verlängerten ab und gf ist ein Punkt der Richtungslinie Hh der Mittelkraft der Kräfte 1 bis 5. Will man die Mittelkraftlage zu Anfang durch aufeinanderfolgendes Zusammensetzen der Belastungen bestimmen (s. §. 40), so lässt sich O sehr bequem so legen, dass ag parallel AG fällt. Auch kann man das gefundene schiefliegende Gelenkpolygon leicht auf eine zu AG parallele Schlusslinie niederklappen.

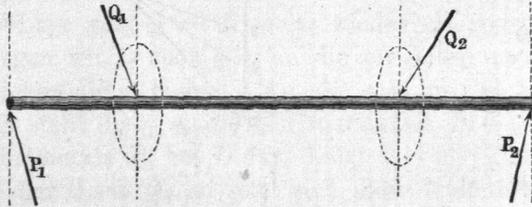
Hat die vielfach belastete Achse freitragende Schenkel, wie in Fig. 413 angenommen ist, so verfährt man ganz ähnlich wie oben, indem man, wieder bei dem ersten Kraftpunkte a beginnend, das Kräftepolygon $a5O$ aufträgt, die erste Seilpolygonseite ba nach dem Lothe der ersten Kraft, die zweite nach dem Lothe Cc der zweiten Kraft zieht, und so bis zur Schlusslinie eb fortfährt. Die erste und n te Seilrichtung schneiden sich nach wie vor auf der Richtung Hh der Mittelkraft. Variationen dieser Aufgaben ergeben sich, wenn die Belastungen von entgegengesetzter Richtung, und wenn sie schief gerichtet sind. Die früher vorgeführten Beispiele deuten den einzuschlagenden Weg zur Genüge an.

§. 137.

Tragachse mit windschiefer Belastung.

Bedeutend schwieriger als bisher wird die analytische Berechnung einer Tragachse, wenn (Fig. 414) die Belastungen in

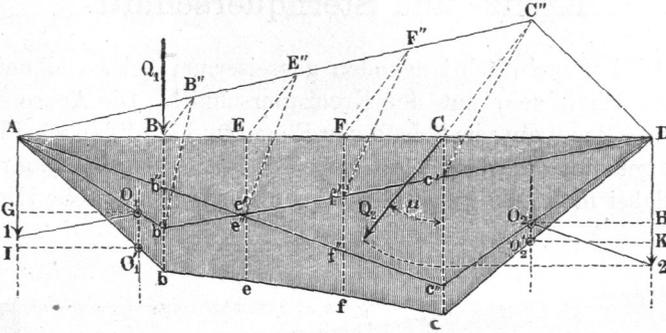
Fig. 414.



verschiedenen Ebenen wirken; mit der graphostatischen Methode dagegen sind die Schwierigkeiten leicht zu überwinden. Man trage zunächst, Fig. 415, die Kräftepolygone $A O_1 1$ und $D O_2 2$ für die Kräfte Q_1 und Q_2 bei gleichem Polabstand $G O_1 = H O_2$ so auf, dass beide Schlusslinien der alsdann zu zeichnenden Seilpolygone $A b' D$ und $A c'' D$ in AD zusammenfallen, bringe darauf das zweite Seilpolygon auf die schiefwinkligen Ordinaten $BB'' = Bb''$, $CC'' = Cc''$ u. s. w., so zwar, dass dieselben mit den (vertikalen) Ordinaten des ersten Polygons den Winkel μ der Kräfteebenen einschliessen, und ausserdem von den Anfangspunkten $B, C, E \dots$ rückwärts getragen werden. Hierauf mache man $Bb = B''b'$, $Cc = C''c'$, $Ee = E''e'$ u. s. w., und ziehe das Seilpolygon

$AbefcD$, so geben dessen Vertikalordinaten (nach §. 44) die wie bisher zu benutzenden biegenden Momente für die Achse an. Die

Fig. 415.



Linie $befc$ ist eine Kurve (Hyperbel), Ab und cD dagegen sind geradlinig. Zieht man noch $O_1 O_1' \parallel A1$, $O_2 O_2' \parallel D2$, und fällt die Lothe $O_1' J$ und $O_2' K$, so ist AJ die Zapfenkraft P_1 , DK die Zapfenkraft P_2 , beide mit dem in den Kräftepolygone benutzten Maassstab zu messen. Ihre Richtungen sind durch Zusammensetzung von beziehlich AG mit $H2$ und von DH mit $G1$ unter dem Winkel μ zu ermitteln.

B. Die Querschnitte sind zusammengesetzt.

§. 138.

Kreisringquerschnitt.

Will man eine Achse mit dem Kreisringquerschnitt, also rohrförmig ausführen, so berechne man vorerst die Zapfen als hohle Zapfen nach den Angaben in §. 90 und beziehe dann, unter Beibehaltung des bei den Zapfen angewandten Hohlungsverhältnisses, sämtliche Abmessungen ebenso auf die Dicke der hohlen Zapfen, wie es bisher für die vollen gezeigt wurde. Das gebräuchlichste Hohlungsverhältniss ist 0,6. Oder: man bestimme sämtliche Dimensionen der Achse unter Zugrundelegung des vollen Kreisquerschnittes, wähle sodann das Hohlungsverhältniss, und vergrössere alle einzelnen Durchmesser nach Maassgabe des aus Formel (95) zu entnehmenden Koeffizienten. Vergl. übrigens auch §. 141.