

zu erreichenden Zweck namentlich folgendes Verfahren abzuleiten. Ist eine Kraft in zwei oder mehrere zu zerlegen, so hat man ihren Richtungspfeil umzukehren, und sie nun zur Schlusslinie S' in dem Zuge der zusammensetzenden Kräfte zu machen, Fig. 114.

Will man zwei oder mehrere gegebene Kräfte durch zwei oder mehrere andere ersetzen, so erhalten das Kräftepolygon aus den gegebenen Kräften und das aus den sie ersetzenden dieselbe Schlusslinie S , Fig. 115

Fig. 114.

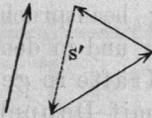
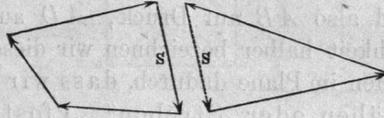


Fig. 115.



Von dieser Regel ist die vorhergehende ein besonderer Fall, indem eine einzeln graphisch dargestellte Kraft als ein ungeschlossenes Kräftepolygon anzusehen ist, dessen Schlusslinie der Rückzug zum Anfangspunkt ist.

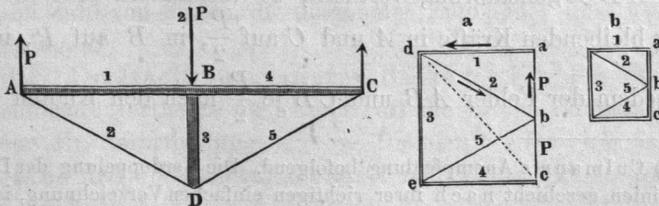
Um die Beanspruchungsart jedes Stabes im Bauplan sicher zu finden, denke man sich, wenn irgend Zweifel entstehen, den Stab zerschnitten und an die beiden Schnittenden äussere Kräfte angesetzt, welche die inneren vertreten; die Richtung dieser Kräfte entscheidet dann sofort mit Bestimmtheit die Beanspruchung.

§. 49.

Kräftepläne für zusammengesetzte Träger.

I. Einfach verspannter Balken. Fig. 116. Der Balken ABC sei bei B normal zu AC mit $2P$ belastet, und bei A und

Fig. 116.



C gestützt; die Stützkkräfte werden beide $= P$, da $AB = BC$. Es sind die Beanspruchungen der Stäbe Nr. 1 bis 5 zu suchen.

In dem mit a bezeichneten kleinen Plan ist \overline{ab} die Kraft P , welche bei A nach oben wirkt. Sie ist zu zerlegen in die der Konstruktion als innere Kräfte angehörigen Kräfte in AB und AD . Der Einfachheit halber bezeichnen wir diese inneren Kräfte mit den Nummern der entsprechenden Stäbe, und ziehen $1 \parallel AB$, $2 \parallel AD$. Damit die Schlusslinie des hiermit erhaltenen Kräfte-dreieckes die Richtung von P habe (d. h. die Resultirende von 1 und 2 der Kraft P entgegengerichtet sei, vergl. §. 48), müssen 1 und 2 den Pfeilrichtungen in Fig. 116 a nach gerichtet sein. Es wird also AB auf Druck, AD auf Zug beansprucht. Der Deutlichkeit halber bezeichnen wir dieses hier und in den folgenden Fällen im Plane dadurch, dass wir die Kräfte in gedrückten Stäben oder „Streben“, „Pfeilen“, mit Doppellinien, die in gezogenen „Ankern“ oder „Zugstangen“, „Zugbändern“, „Schlaudern“ mit einfachen Linien zeichnen*). Ganz entsprechend verzeichnen wir in der Konstruktionszeichnung oder dem Bauplan des Balkens, hier wie weiter unten, die als Streben erfundenen Stäbe mit einer deutlich messbaren Breite, wie Holzbalken, die als Zugstangen sich ergebenden mit einfachem kräftigem Striche, womit aber selbstverständlich der Wahl des Materials nicht vorgegriffen wird.

Für den Knoten B setzen wir nun $2P = \overline{abc}$ mit 1 zusammen, und zwar in dem Zuge dac , indem der Stab von A nach B hin presst, und zerlegen die (punktirte) Schlusslinie horizontal und vertikal in die Kräfte 3 und 4, welche beide Druckkräfte werden. 2 und 3 zusammengesetzt liefern endlich die Kraft 5, welche eine Zugkraft wird. Der Plan hat zwei kongruente Hälften, wie zu erwarten war wegen der Symmetrie des Bauplanes, weshalb wir uns auch mit Untersuchung der einen Hälfte begnügen könnten.

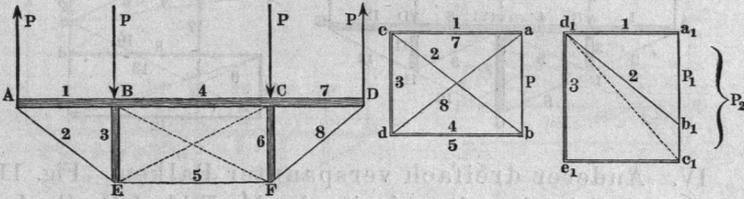
Denkt man sich die Last $2P$ statt in B zusammengezogen, über ABC gleichförmig vertheilt, so vermindern sich die frei übrig bleibenden Kräfte in A und C auf $\frac{P}{2}$, in B auf P , indem von jedem der Felder AB und CB je $\frac{P}{2}$ nach den Knoten A, B

*) Culmann's Anempfehlung befolgend. Die Verdoppelung der Druckkraftlinien geschieht nach ihrer richtigen einfachen Verzeichnung, ist also nur eine Art von Unterstreichung.

und C fallen. Wir erhalten dann den Kräfteplan b , welcher dem ersten geometrisch ähnlich ist, aber nur halb so gross ausfällt.

II. Zweifach verspannter Balken (viel gebraucht als Träger der sogenannten Brücke bei den Zentesimal-Brückenswaagen für Strassen- und Eisenbahn-Fahrzeuge, sowie in manchen anderen kleineren und grösseren Konstruktionen) Fig. 117. In B und C zwei senkrecht abwärts wirkende Kräfte P , in A und

Fig. 117.

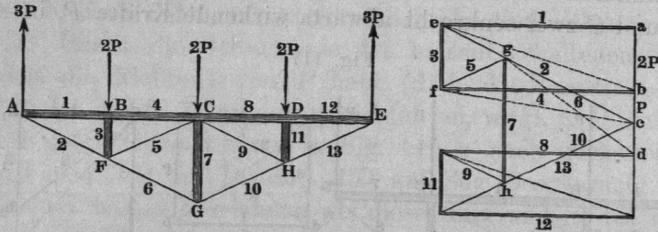


D zwei gleiche nach oben wirkende. Im Kräfteplan a ist $ab = P$ gemacht, $1 \parallel AB$, $2 \parallel AE$ gezogen, wodurch die Kräfte 1 und 2 erhalten werden. 1 ist wie vorhin Druckkraft, 2 Zugkraft. Letztere $\parallel BE$ und $\parallel EF$ zerlegt, zerfällt in die Zugkraft 5 und die Druckkraft 3. 3, 1 und P in B vereinigt liefern nach dem Plan die Druckkraft 4; die andere Hälfte ist der betrachteten gleich. — Wenn die Vertikalkräfte bei A und B an Grösse nicht gleich sind, was leicht bei einer praktischen Ausführung eintritt, so ist entweder bei B das oben erwähnte Gelenk nicht zulässig, oder es müssen noch Verstärkungsbänder EC (und BF) eingezeichnet werden. Der Plan b zeigt dies. Ist $P_1 = a_1 b_1$ in A wirkend, $P_2 = a_1 c_1$ in B , so ergibt die Zerlegung von $2 \parallel EB$ und EF eine andere Vertikalkraft 3, als die Vereinigung von P_2 und 1 zu der punktierten Resultirenden und Zerlegung derselben $\parallel EB$ und EF . Werden also die Zugbänder weggelassen, so sucht sich das Fachwerk schiefe zu zwingen, bis die Theile solche Winkel einschliessen, dass die beiden Zerlegungen dasselbe Ergebniss für 3 liefern. Hiernach empfiehlt es sich in einer grossen Zahl von Fällen, die diagonalen Zugbänder im Mittelfelde anzubringen.

III. Dreifach verspannter Balken. Fig. 118 (a. f. S.). Gleichförmig vertheilte Belastung ruft die in den Bauplan eingetragene Kräftevertheilung hervor. Die Kraft $3P = abc$ ist in 2 und 1, ce und ea , zerlegt; darauf 1 mit $ab = 2P$ zu be vereinigt und diese in 3 und 4, ef und fb zerlegt, 2 und 3 wieder

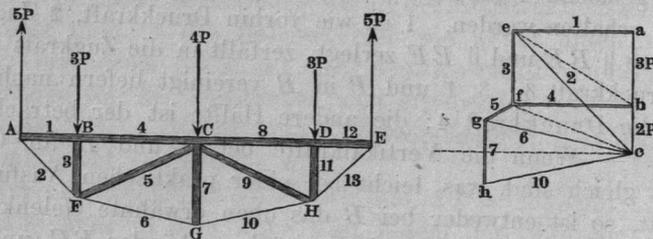
vereinigt, zu fc , und die Resultante in 5 und 6, fg und gc zerlegt. Darauf ist, da 6 und 10 einander gleich sind, $ch \parallel GH$ und $= cg$ gemacht, worauf $gh = 7$; der Rest des Kräfteplanes ist eine Wiederholung der ersten Hälfte desselben.

Fig. 118.



IV. Anderer dreifach verspannter Balken. Fig. 116. Das Feld BC ist doppelt so breit, als das Feld AB , die Last

Fig. 119.



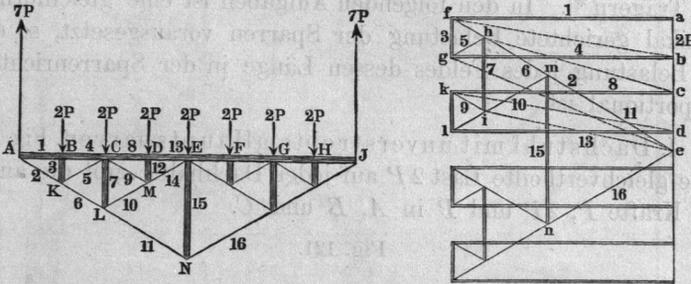
$12 P$ gleichförmig vertheilt angenommen; dann erfahren die Knoten die in Fig. 119 angegebene Belastung.

Es ist nun abc im Kräfteplan $= 5P$ gemacht, und in 1 und 2, ae und ec zerlegt; dann 1 mit $3P$ vereinigt (Knoten B) und die Zerlegung in 3 und 4, ef und fb , vollzogen; nun 2 mit 3 zu cf vereinigt, und diese parallel FC und FG in 5 und 6 zerlegt. Hier wird, abweichend vom vorigen Beispiel, 5 eine Druckkraft statt eine Zugkraft. Die gleichgrossen Kräfte 6 und 10 liefern den Druck $gh = 7$ für die mittlere Stütze, womit die Hälfte des Kräfteplanes überschritten ist; die symmetrische Wiederholung ist nicht mitgezeichnet.

V. Mehrfach verspannter Balken. Fig. 120. Der Balken AJ ist in acht gleiche Felder getheilt, welche hier gleichförmig belastet angenommen sind, worauf die Belastungen der Knoten die der Figur eingeschriebenen Verhältnisse annehmen.

Im Kräfteplan ist zunächst die $ae = 7P$ gemacht, und durch deren Zerlegung 1 und 2, af und fe erhalten; darauf $ab = 2P$ angetragen, und die Resultirende bf der 1 mit $2P$ in 3 und 4, fg und gb , zerlegt. Die Kräfte 2 und 3 haben die Resultante ge ; zerlegt man diese jetzt parallel KC und KL , so erhält man in gh und he die Zugkräfte 5 und 6. Beim Uebergehen auf K

Fig. 120.



oder L zeigt sich jetzt, abweichend von den bisher betrachteten Fällen, die Schwierigkeit, dass man entweder 6 oder die vereinigten $2P$, 4 und 5 in je drei Kräfte von gegebener Richtung zerlegen muss, was eine unbestimmte Aufgabe ist. Man muss deshalb von einer der Kräfte auch noch die Grösse ermitteln. Dies lässt sich z. B. für die Kraft 7 ausführen. Der Stab CL wird vertikal zusammengepresst durch die Vertikalkomponenten der Züge 5 und 9 und die unmittelbare Last $2P$; 5 und 9 sind einander aber gleich, da sie symmetrisch zu CL liegen und die gleichbelasteten Pfosten BK und DM tragen. Demnach machen wir im Kräfteplan die hi , welche die Kraft 7 darstellen soll, gleich 2mal der Projektion von 5 auf die Vertikale $+ 2P$, vereinigen hi mit $6 = he$ zu der ie , und zerlegen diese in die Kräfte 10 und 11, im und me . Auf Knoten C zurückgehend, kann man nun auch sofort die vereinigten 4, 5 und $2P$ parallel CL , CM und CD zerlegen, was den Zug $hikc$ ergibt und die Kräfte 8 und 9 liefert. So fortfahrend erhält man 12 bis 15, womit die Hälfte des Planes überschritten ist. Bemerkenswerth ist das Ergebniss, dass der Streckbaum AJ überall gleich stark (auf Druck) beansprucht ist.

Der Kräfteplan ändert sich wesentlich, wenn man die Belastung ungleichförmig, wenn auch regelmässig vertheilt; vergl. die Lastvertheilungen in den Fällen Nr. XII und XIII, S. 12.