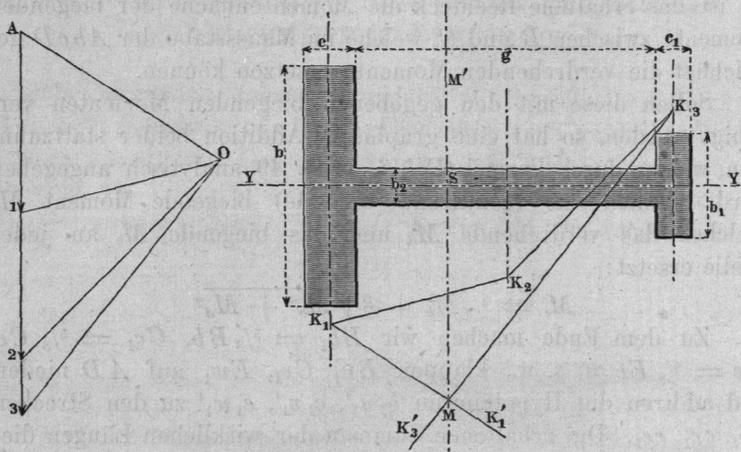


bildet, ihr Flächeninhalt auf irgend eine Weise bestimmt, und in graphischer Auftragung, wie angegeben, benutzt werden.

Es sei z. B. der Schwerpunkt des in Fig. 112 dargestellten T-förmigen Trägerquerschnittes zu suchen. Zur Achse  $YY$  ist

Fig. 112.



die Figur symmetrisch, also liegt der Schwerpunkt auf dieser Achse. Wir zerlegen die Figur ferner in die Rechtecke  $b \times c$ ,  $b_1 \times c_1$  und  $b_2 \times g$  von den Flächeninhalten 1, 2 und 3. Durch die Mitten dieser Figuren gehen dann deren einzelne Schwerlinien. Es sei nun  $c = 1,5 b_2$ ,  $c_1 = b_2$ . Dann können wir die Kräfte 1, 2 und 3 durch  $1,5 \times \frac{b}{2}$ ,  $\frac{g}{2}$  und  $\frac{b_1}{2}$  darstellen und aneinandertragen, wie bei A 1 2 3 geschehen ist, wählen einen Pol  $O$  und ziehen  $K_1' K_1 \parallel OA$ ,  $K_1 K_2 \parallel O1$ ,  $K_2 K_3 \parallel O2$ ,  $K_3 K_3' \parallel O3$ ; dann ist der Schnittpunkt  $M$  der Seiten  $K_1 K_1'$  und  $K_3 K_3'$  ein Punkt der gesuchten Schwerlinie  $MM'$ , deren Schnittpunkt  $S$  mit der Achse  $YY$  der Schwerpunkt der Figur ist.

## §. 47.

### Mittelkraft der Wasserbelastung eines Wasserrades.

Beim Entwurfe eines Wasserrades ist es mitunter wichtig, die Lage der Mittelkraft der Wasserbelastung zu kennen; man kann

dieselbe nach den entwickelten Lehrsätzen unschwer bestimmen, was beispielsweise hier für ein rückschlächtiges\*) Zellenrad gezeigt werden soll.

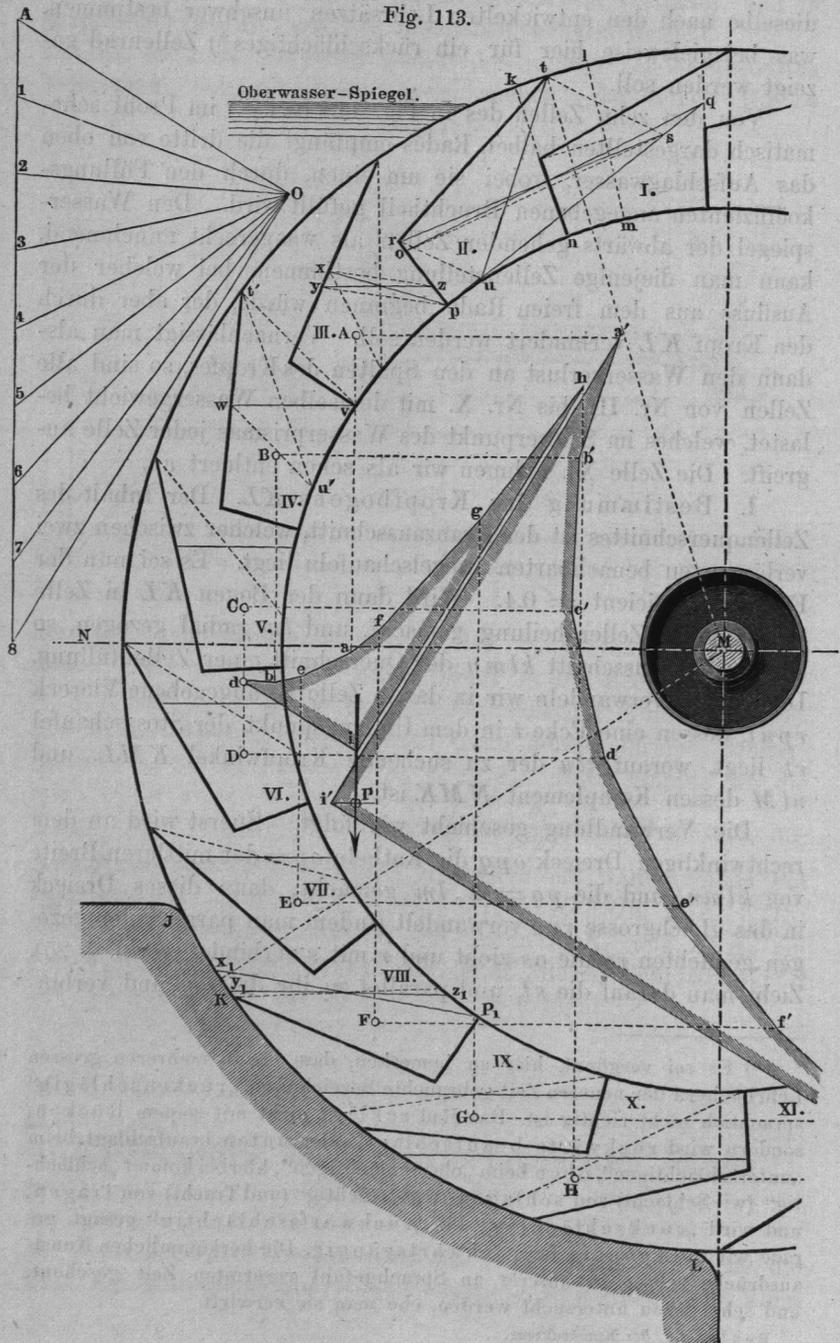
Von den zehn Zellen des in Fig. 113 (a. f. S.) im Profil schematisch dargestellten halben Rades empfängt die dritte von oben das Aufschlagwasser, wobei sie um einen, durch den Füllungskoeffizienten angegebenen Bruchtheil gefüllt wird. Den Wasserspiegel der abwärts gehenden Zellen als waagrecht annehmend, kann man diejenige Zellenstellung bestimmen, bei welcher der Ausfluss aus dem freien Rade beginnen würde, der aber durch den Kropf  $KL$  verhindert werden soll. Vernachlässigt man alsdann den Wasserverlust an den Spalten des Kropfes, so sind alle Zellen von Nr. III. bis Nr. X. mit demselben Wassergewicht belastet, welches im Schwerpunkt des Wasserprismas jeder Zelle angreift. Die Zelle XI. nehmen wir als schon entleert an.

I. Bestimmung des Kropfbogens  $KL$ . Der Inhalt des Zellenquerschnittes ist der Kranzausschnitt, welcher zwischen zwei verlängerten benachbarten Riegelschaufeln liegt. Es sei nun der Füllungskoeffizient  $= 0,4$ . Wird dann der Bogen  $KL$  in Zelle I.  $= 0,4$  der Zellentheilung gemacht, und  $lm$  radial gezogen, so ist der Ringausschnitt  $klmn$  der Querschnitt einer Zellenfüllung. Diese Figur verwandeln wir in das in Zelle II. angegebene Viereck  $rput$ , dessen eine Ecke  $t$  in dem Umfangspunkt der Stossschaufel  $rt$  liegt, worauf  $ktu$  der zu suchende Kropfwinkel  $KML$ , und  $utM$  dessen Komplement  $NMK$  ist.

Die Verwandlung geschieht wie folgt. Zuerst wird an dem rechtwinkligen Dreieck  $opq$  die Kathete  $op =$  der mittleren Breite von  $klmn$ , und die  $pq = 2 \cdot lm$  gemacht, dann dieses Dreieck in das gleichgrosse  $tps$  verwandelt (indem man parallel der gezogen gedachten  $rq$  die  $os$  zieht und  $r$  mit  $s$  verbindet, vergl. §. 25). Zieht man darauf die  $st$ , und parallel zu ihr die  $ru$ , und verbind-

\*) Es sei vergönnt, hier zu bemerken, dass die in mehreren grossen Lehrbüchern der neueren Zeit gebrauchte Bezeichnung „rückenschlächtig“ sprachlich nicht richtig ist. Das Rad schlägt nicht mit seinem Rücken, sondern wird rückwärts beaufschlagt, oder unten beaufschlagt beim „unterschlächtigen“, oben beim „oberschlächtigen“; hierbei kommt „schlächtig“ (wie Schlacht) von schlagen, wie „trächtig“ (und Tracht) von tragen, und wird „rückschlächtig“ für „rückwärtsschlächtig“ gesagt, gerade wie rückgängig für rückwärtsgängig. Die herkömmlichen Kunstausdrücke sollten in unserer an Sprachgefühl verarmten Zeit geschont, und sehr genau untersucht werden, ehe man sie verwirft.

Fig. 113.



det  $u$  mit  $t$ , so ist, abgesehen von der statthaften Vernachlässigung der Krümmung von  $pu$ , das Viereck  $rput$  das gesuchte. Winkel  $KMN$  ist  $= utM$  gemacht, übrigens wegen des Schwappens des Wassers der Kropf noch bis  $J$  hinauf verlängert.

II. Bestimmung der Wasserspiegel in den einzelnen Zellen. Wir beginnen mit Zelle IV. In dieselbe ist die Figur  $rput$  eingetragen, darauf von  $t'$  aus versuchsweise die  $t'v$ , und ihr parallel die  $u'w$  gezogen, bis die Verbindende  $vw$  waagrecht fiel, was nach wenigen Tastversuchen erreicht wird. Ebenso ist mit Zelle V., VI. und VII. verfahren.

In Zelle III. wurde die eingetragene Figur  $rput$  vorerst in das Viereck mit der Oberlinie  $px$  verwandelt, und dieses dann wie vorhin in die hier fünfeckige Figur mit waagerechter Oberlinie  $yz$  umgestaltet.

In Zelle VIII. trat eine dritte Verfahrungsweise ein. Zuerst wurde die eingetragene Figur  $rput$  in die mit der Oberlinie  $p_1x_1$ , und darauf diese in die mit waagerechter Oberlinie  $y_1z_1$  verwandelt; auf dieselbe Weise ist endlich in den Zellen IX. und X. verfahren.

III. Kräfteplan für die Wassergewichte. Es werden nunmehr die Schwerpunkte  $A, B$  bis  $H$  der acht gefüllten Zellen aufgesucht, was auf dem Wege der Zeichnung nach den in der Flächentafel des IV. Abschnittes gegebenen Regeln geschehen kann, und darauf aus den acht gleichen Kräften das Kräftepolygon  $A O 8$  gebildet. Mit dessen Hilfe wird sodann das Gelenkpolygon  $d b e a f g h i$  nach den bekannten Regeln konstruiert, und dabei in  $i$  ein Punkt der Richtungslinie der Mittelkraft aller Wassergewichte erhalten. Zu bemerken ist über die Zeichnung hier nur, dass wegen der horizontalen Nähe der Schwerpunkte  $C$  und  $D$  die beiden in ihnen wirkenden Kräfte vereinigt gedacht wurden, so dass  $id \parallel AO$ ,  $db \parallel O2$  zu ziehen war, eine Parallele zu  $O1$  also wegfiel.

Leicht ist es nun auch, den wirklichen Schwerpunkt  $P$  der sämtlichen Wasserprismen zu finden. Wir legen dafür durch  $ABC$  u. s. w. Horizontalen, denken uns das Kräftepolygon  $A O 8$  um  $90^\circ$  gedreht, und bilden mit den Parallelen zu den Polstrahlen ein Seilpolygon, oder — was dieselben Dienste kürzer thut — wir ziehen die Seilpolygonseiten antiparallel, also hier normal, zu den Polstrahlen, und erhalten das zweite Seilpolygon  $a'b'c'd'e'f' \dots i'$ . Eine Horizontale durch  $i'$  schneidet alsdann die Vertikale, welche

durch  $i$  gelegt wurde, im Schwerpunkte  $P$  der Gesamt-Wassermasse.

Bei Annahme einer anderen Zellenstellung findet sich die  $iP$  vielleicht in einer etwas anderen Lage, doch fallen bei gewöhnlichen Rädern die Schwankungen der Lage äusserst klein aus. Das ganze Verfahren führt sich leicht und sicher aus, wenn man nicht übertrieben peinlich auf eine Genauigkeit sieht, welche hier erlässlich ist.

### §. 48.

## Kräftepläne für Zimmerwerke.

In Bauten aller Art kommen gezimmerte Träger zur Anwendung, welche aus Stäben bestehen, die zu unveränderlichen Systemen zusammengesetzt sind; sie dienen als einfache Tragbalken, als Brückenträger, als Dachstühle, als Hebel (Balanciers) u. s. w. Die in den Stäben auftretenden Zug- und Druckkräfte lassen sich durch Kräftepläne, welche entweder Kräftepolygone und Seilpolygone sind, oder aus solchen gebildet werden, sehr übersichtlich darstellen. Es sollen hier einige lehrreiche Fälle als Beispiele vorgeführt werden. Bei denselben ist überall angenommen, dass an den Knoten, d. h. an den Punkten, wo mehrere Stäbe zusammentreten und verbunden sind, ein Gelenk vorhanden, oder auf die Biegungsfestigkeit des Knotens wenigstens keine Rücksicht zu nehmen sei.

Um bei bekanntem Konstruktions- oder Bauplan eines solchen Stabsystems dessen Kräfteplan zu bilden, hat man vorerst die Vertheilung der Kräfte der Aufgabe gemäss festzustellen, und dann, bei einer der äusseren Kräfte beginnend, dieselbe den Stabrichtungen nach zu zerlegen; darauf die so erhaltenen Stabkräfte an den nächsten Knoten mit den schon dort angreifenden äusseren Kräften zu vereinigen, und die Resultirende wieder den folgenden Stabrichtungen nach zu zerlegen u. s. f. Die sich hierbei aneinanderreihenden Kräftedreiecke oder -Vierecke bilden den Kräfteplan.

Soll man über die Richtung der Komponenten, in welche eine gegebene oder gefundene Kraft zerlegt wird, stets im Klaren sein, so hat man die in §. 32 erwiesenen Eigenschaften des Kräftepolygons im Auge zu behalten. Aus denselben ist für den hier