Subtraktion das Gleichgewicht beliebig divergirender Kräfte ermitteln kann. Wirken Kräfte in schneidenden oder parallelen Ebenen, so kann nach den gegebenen Regeln das Gleichgewicht für die einzelnen Ebenen bestimmt werden, wobei die erhaltenen Resultate in manchen Fällen sich noch besonders vereinfachen lassen, wovon weiter unten Beispiele. Wir verlassen nun die allgemeinen Sätze und gehen zu den sehr brauchbaren Anwendungen des graphischen Rechnens auf den besonderen Fall der parallelen Kräfte über.

§. 39.

Gleichgewicht zwischen drei parallelen Kräften.

Bei der Ermittlung des Gleichgewichtes zwischen parallelen Kräften kann man sich sowohl des rein arithmographischen Verfahrens, wie auch des geometrischen Addirens und Subtrahirens (Kräfte- und Seilpolygons) bedienen, und wähle in jedem einzelnen Falle das bequemere. Wir betrachten zunächst den sehr schlichten Fall, dass eine Kraft Q einen Körper belastet, und durch zwei ihr parallele zu suchende Kräfte P_1 und P_2 im Gleichgewicht gehalten werden soll.

Ziehen wir zunächst eine zu den Kräften normale Verbindungslinie ABC, Fig. 83, so muss für das Gleichgewicht $P_1 . \overline{AB} = P_2 . \overline{BC}$ oder $P_1 a_1 = P_2 a_2$ und ausserdem $P_1 + P_2 = Q$ sein. Um $P_1 = P_2 \dfrac{a_2}{a_1}$ graphisch darzustellen, können wir das Verfahren in §. 24 benutzen, indem wir, Fig. 84, $OE =$ dem Divisor

Fig. 83.

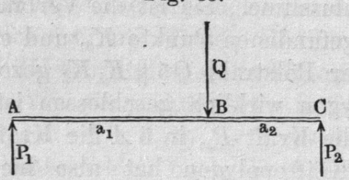
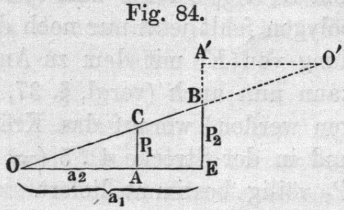


Fig. 84.



a_1, $OA =$ dem Faktor a_2, $EB =$ der (einstweilen bekannt gedachten) P_2 machen, worauf die $AC \parallel EB$, welche durch die OB... abgeschnitten wird, P_1 darstellt. Auch lässt sich aber das Dreieck CAO in die punktirte Lage $O'BA'$ legen, worauf dann der Voraussetzung nach $A'E = P_1 + P_2 = Q$ sein muss. Damit aber hat die Figur eine Gestalt erhalten, vermöge welcher sie sehr leicht in die Fig. 83 eintragbar ist, somit das Zeichnen von Fig. 84 erlässlich wird. Man erhält folgendes Verfahren.

I. Trage die Kraft Q an einen der beiden anderen Angriffpunkte, z. B. A, Fig 85, so dass $\overline{AD} \# Q$, verbinde D mit dem dritten Angriffpunkt C, und verlängere die Q bis zum Schnitte F mit der zu AC parallel gezogenen DF; dann ist nach dem soeben Entwickelten: $BE = P_1$, $EF = P_2$. In Fig. 86 ist das-

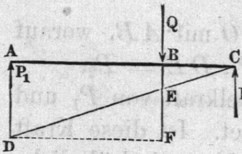


Fig. 85.

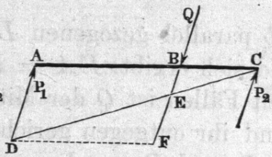


Fig. 86.

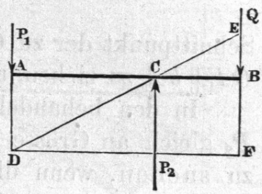


Fig. 87.

selbe Verfahren für den Fall, dass die ABC schief gegen Q gerichtet ist, angewandt; in Fig. 87 der Angriffpunkt B der Kraft Q ausserhalb AC angenommen.

II. Durch Zerlegung der Kraft Q in zwei Komponenten nach den Stützpunkten A und C hin, Fig. 88 bis 90, erhält man an

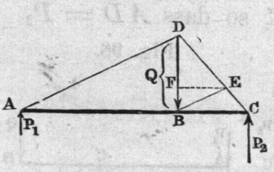


Fig. 88.

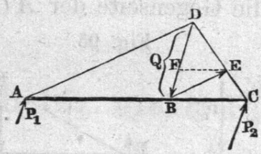


Fig. 89.

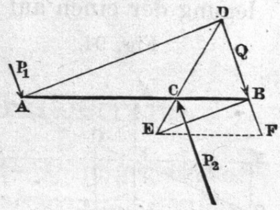


Fig. 90.

denselben schief gerichtete Kräfte, deren parallel zu Q gerichtete Komponenten die gesuchten Gegenkräfte sind, während die parallel ABC fallenden Komponenten einander aufheben. Es ist in allen drei Figuren die $BF = P_1$, $FD = P_2$.

III. Durch Bildung des Kräftepolygons aus $AD = Q$ und einen beliebig gewählten Pol O, Fig. 91, 92, 93 (a. f. S.), und Ziehung der Gelenkpolygonseite $Ab \parallel AO$, $bc \parallel DO$, Ziehung der Schlusslinie cA und ihrer Parallelen OE im Kräftepolygon erhält man $EA = P_1$, $DE = P_2$. Das Gelenkpolygon wird ein Dreieck. Will man dessen Schlusslinie zusammenfallend oder parallel mit ABC erhalten, so ziehe man vorerst das Seilpolygon AbC, dann ist CA

wieder die Schlusslinie, Ab der erste Strahl des Seilpolygons zur Kraft $AD = Q$, Cb der zweite, es fällt also der Pol O in den

Fig. 91.

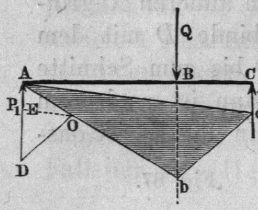


Fig. 92.

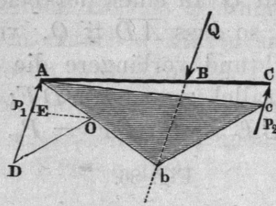
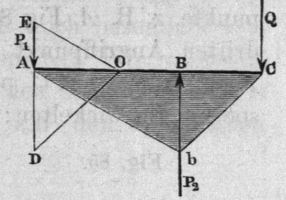


Fig. 93.



Schnittpunkt der zu Cb parallel gezogenen DO mit AB, worauf $OE \parallel bA$ zu ziehen, und sich ergibt: $EA = P_1$, $DE = P_2$.

In den behandelten Fällen ist Q der Mittelkraft von P_1 und P_2 gleich an Grösse und ihr entgegen gerichtet. Ist diese Kraft zu suchen, wenn die P_1 und P_2 gegeben sind, so sind ähnliche Verfahrungsweisen wie oben anwendbar.

Bildet man zunächst wieder die Berechnungsfigur $OEACB$, Fig. 94, welche wir oben bei (I.) benutzten, verlegt wieder das Dreieck CAO nach $BA'O'$, und zieht noch $B'C' \parallel OA$, $O'C'$ und $OB' \parallel A'B$, so ist $B'B = a_1$, $BC' = a_2$, $B'O = P_2$, $O'C' = P_1$. Hiernach erhält man folgendes Verfahren.

IV. Vertausche, Fig. 95, 96, die Kräfte P_1 und P_2 unter Verlegung der einen auf die Gegenseite der AC, so dass $AD = P_2$,

Fig. 94.

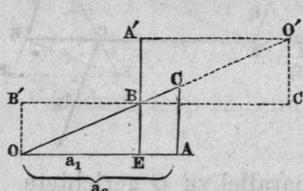


Fig. 95.

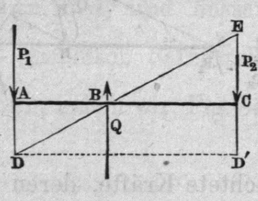
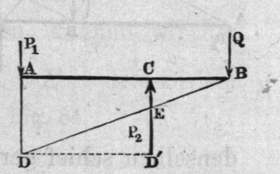


Fig. 96.



$EC = P_1$, verbinde D mit E, so schneidet die DE die AC im Angriffpunkte B der Mittelkraft Q, deren Grösse $= ED' = P_1 + P_2$ ist, indem $DD' \parallel AC$ gezogen wurde.

Da in Fig. 96 P_1 und P_2 von entgegengesetzter Richtung angenommen wurden, so ist deren algebraische Summe DE der absoluten Grösse nach der Unterschied von P_1 und P_2. Die Mittelkraft Q fällt hier ausserhalb AC.

V. Aus (II.) folgt das in Fig. 97 angewandte Verfahren. Trage parallel zu AC von dem Endpunkte a der $Aa = P$ eine beliebige Strecke (Seitenkraft) aA', und dieser entgegen die ihr an Grösse gleiche cC' an den Endpunkt der $Cc = P_2$; ziehe die $A'A$ . . . und die $C'C$ . . ., so schneiden diese einander in F, einem Punkte der Mittelkraftrichtungslinie FB. Die Mittelkraft Q selbst ist $= P_1 + P_2$, zugleich Resultirende der $DE = C'C$ und $EF = A'A$.

VI. Aus (III.) leitet sich folgendes Verfahren ab, Fig. 98. Mache $DE \# P_2$, $EA \# P_1$, wähle einen Pol O, ziehe die

Fig. 97.

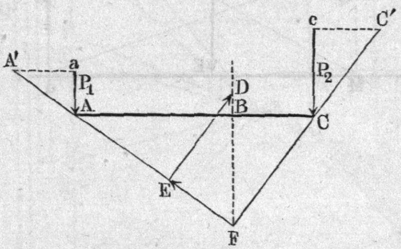
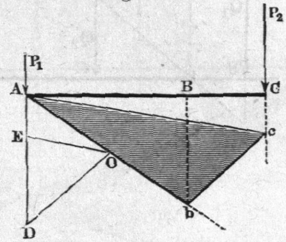


Fig. 98.



Schlusslinie OE des Kräftepolygons. Ziehe dann $Ac \parallel EO$, $cb \parallel OD$ und Ab . . . parallel (hier die Verlängerung von) AO, so ist der Schnittpunkt b ein Punkt der Richtungslinie der Mittelkraft $Q = DA$.

§. 40.

Mittelkraft beliebig vieler Parallelkräfte.

Wirken mehrere parallele Kräfte Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 in gegebenen Lagen in der Ebene auf einen Körper, so kann man zur Bestimmung von deren Mittelkraft zunächst die vorhin besprochenen Methoden benutzen, indem man zwei und zwei Kräfte vereinigt, bis alle vereinigt sind. Oftmals recht brauchbar ist hierzu das Verfahren IV. des vorigen Paragraphen.

I. Nach Auftragung der Kräfte Q_1 bis Q_4 über einer sie normal schneidenden Geraden AF, Fig. 99 (a. f. S.), vereinige man durch Vertauschung von Q_1 und Q_2 diese Kräfte in b zu der Resultanten $Q_1 + Q_2 = bc$, dann diese mit Q_3 zu der $dd' = Q_1 + Q_2 + Q_3$, dann diese unter Uebertragung nach Ee mit Q_4, wonach sich schliesslich die Mittelkraft $Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$, durch M gehend, ergibt. Dieses Verfahren ist bei manchen Berechnungen des Maschinenbauers recht nützlich, namentlich da, wo die