

darauf von  $A$  vorwärts und rückwärts die Wechsellothe wie bei V. §. 28, so erhält man die folgenden Werthe:  $OA = \text{tang } \varphi$ ,  $OE = 1 = \text{tang}^0 \varphi$ ,  $OC = \text{tang}^2 \varphi$ ,  $OC = \text{tang}^3 \varphi$  u. s. f.,  $OE = 1 = \text{tang}^0 \varphi$ ,  $OC = 1 = \text{cotang}^0 \varphi$ ,  $OC = 2 = \text{cotang}^2 \varphi$  u. s. w.

Die Convergenz und Divergenz der hier so einfach darstellbaren Potenzenfolgen wird durch die Zeichnung, wie man sieht, sehr übersichtlich gemacht.

§. 30.

Wurzelausziehen.

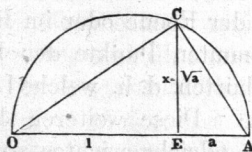
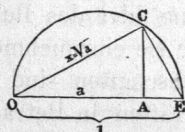
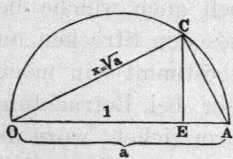
Das Ausziehen der Quadratwurzel ist graphisch leicht zu bewirken, indem  $\sqrt{a}$  als mittlere Proportionale zwischen  $a$  und  $1$  auf mancherlei Art bequem zu verzeichnen ist. Auch lassen sich aus den oben angegebenen Potenzirungsmethoden die des Quadratwurzelziehens, deren hier drei stehen mögen, unschwer ableiten.

I. Man mache, Fig. 49,  $OE =$  der Einheit,  $OA = a$ ,

Fig. 49.

Fig. 50.

Fig. 51.



schlage einen Halbkreis über  $OA$ , errichte in  $E$  ein Loth, welches in  $C$  von dem Halbkreise geschnitten wird, und ziehe  $OC$ , so ist  $OC$  die gesuchte Grösse  $x = \sqrt{a}$  (siehe §. 28). Hierbei ist  $a > 1$ , im folgenden Verfahren dagegen  $a < 1$  vorausgesetzt.

II. Mache, Fig. 50,  $OE = 1$ ,  $OA = a$ , schlage einen Halbkreis über  $OE$ , errichte in  $A$  ein Loth, und ziehe nach dem Schnitte  $C$  des Halbkreises mit dem Lothe die  $OC$ , so ist diese die gesuchte Grösse  $x = \sqrt{a}$ .

III. Mache, Fig. 51,  $OE = 1$ , und auf der verlängerten  $OE \dots$  die Strecke  $EA = a$ , schlage über  $OA$  einen Halbkreis, und errichte in  $E$  ein Loth, so schneidet dieses den Halbkreis in  $C$ , und es ist  $EC$  der gesuchte Werth  $x = \sqrt{a}$ .

Das Ausziehen der vierten Wurzel kann durch zweimalige Ausziehung der Quadratwurzel geschehen, überhaupt dieses Ver-

fahren auf Halbiring des Exponenten eines Radikanden angewandt werden. Schwieriger dagegen ist die Ausziehung der dritten, fünften u. s. w. Wurzel, überhaupt der auf dem soeben erläuterten Wege nicht erhaltbaren Wurzeln aus Strecken. Culmann in seinem angeführten Werke nimmt dabei die logarithmische Spirale zu Hilfe, Schlesinger (siehe oben) benutzt eine nach dem Verfahren in §. 28 verzeichnenbare Schaar von Kurven („Potenzkurven“); andere immerhin nicht ganz einfache Verfahrensweisen sind in den angeführten Quellen angegeben, worauf deshalb verwiesen wird. Hier soll nicht weiter auf dieselben eingegangen werden, da in den später zu behandelnden Aufgaben davon keine Anwendung gemacht wird.

## §. 31.

**Das Addiren und Subtrahiren von Kräften.**

Bei den bisher vorgenommenen rechnerischen Operationen an Strecken wurde nur deren absolute Grösse oder Maass ins Auge gefasst, aber nicht berücksichtigt, welche Richtung die Strecken in der Ebene oder im Raum etwa hatten, noch auch welche bestimmten Punkte der Ebene oder des Raumes den Strecken angehörten, d. h. welche Lage sie einzunehmen bestimmt sein möchten. Diese weiteren Eigenschaften sind aber bei Betrachtung des Gleichgewichtes von Kräften in Betracht zu ziehen, wozu die folgenden Untersuchungen und Aufgaben Anleitung geben. Wir gehen demnach jetzt von den bloss arithmographischen zu den graphostatischen Methoden über.

Wenn mehrere Kräfte auf einen Punkt wirken oder ein Kraftbüschel bilden, so lässt sich deren Gesamtwirkung auf den Punkt durch Addition der Projektionen der die Kräfte darstellenden Strecken auf die Koordinatenachsen erhalten. Diese Addition der Projektionen der Kräfte auf zeichnerischem Wege nennt man das graphische Addiren der Kräfte. Die Summe wird erhalten, wenn man die Kräfte, gleichviel ob sie in der Ebene wirken oder nicht, ihrer Richtung und Grösse nach Ende an Ende so aufträgt, dass in dem entstehenden Polygon ein den Pfeilrichtungen folgender Punkt alle Seiten durchläuft, ohne eine Seite zweimal zu befahren. Sind die Kräfte, z. B. 1, 2, 3 bis 6, Fig. 52, an  $O$  im Gleichgewicht, so ist die Summe ihrer Projektionen = Null, das aus den Strecken 1 bis 6 gebildete Polygon, Fig. 53,