ordnet, und unter dem Namen graphische Statik, oder wie hier gesagt werden soll, Graphostatik zusammengefasst *). Diese Lehre ist für das Maschinen-Entwerfen sehr nützlich, und ist in der unten folgenden Behandlung der Maschinen-Elemente vielfach angewandt. Zur Sicherung des Verständnisses sollen hier einige Hauptsätze der graphostatischen Methode in kurzer Fassung vorgeführt werden.

Von der Graphostatik lassen sich ohne Zwang diejenigen Methoden abtrennen, welche für das graphisch auszuführende Rechnen an sich gelten, wobei nämlich die in Rechnung kommenden Werthe nur in Bezug auf ihr Maass, z. B. Kräfte nur in Bezug auf ihre Grösse betrachtet werden, demnach auch anderes als Kräfte, überhaupt also Grössen darstellen. Es ist deshalb die Unterabtheilung des graphischen Rechnens, Reissrechnens, oder der graphischen Arithmetik, Arithmographie, gemacht worden **). In dem, was folgt, ist diese Abtrennung zwar nicht scharf hervorgehoben, aber immerhin eingehalten, indem namentlich die zuerst mitgetheilten Sätze der reinen Arithmographie angehören. Dem Mechaniker ist ihr Studium und ihre Benutzung anzuempfehlen, wie denn auch im Verlaufe des Buches mehrfache Anwendungen davon vorkommen.

§. 22.

Multiplikation von Strecken.

Die beim graphischen Rechnen gebrauchten Strecken werden mit Zirkel und Maassstab gemessen, und sind alsdann in Bezug auf ihre Grösse je nach der zu Grunde gelegten Maasseinheit, Zoll, Millimeter, Dezimeter, Quadratfuss, Kubikfuss, Geschwindigkeitseinheit, Münzeinheit u. s. w. bequem ausdrückbar. Auch ist mit denselben Hilfsmitteln das Addiren und Subtrahiren durch An- oder Abtragen je nach dem Vorzeichen, leicht zu bewirken; es

*) Siehe Culmann, die graphische Statik, Zürich 1866, welches verdienstvolle Werk die Theorie der Graphostatik gibt und sehr reich an Aufgaben und Anwendungen derselben auf die Werke des Bau-Ingenieurs ist, überhaupt diesen Wissenszweig zuerst methodisch zusammengefasst und in die Praxis eingeführt hat.

**) Siehe Dr. H. Eggers, Grdz. einer graph. Arithmetik, Schaffhausen 1865; ferner Schlesinger, über Potenzkurven, Ztschr. des österr. Ing. u. Arch. Vereins 1866, S. 156; auch E. Stamm, sul calcolo grafico, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, Fasc. VI.

können also auf diese dem gewöhnlichen Zifferrechnen entsprechende Weise Zahlen durch Strecken unschwer dargestellt werden. Nicht ganz so einfach zu übertragen ist das Multipliziren mit den so erhaltenen Grössen; mindestens bedarf dasselbe einer Erklärung. Wie aber alles Messen auf das Angeben des Verhältnisses einer Grösse zu einer als Einheit gewählten Grösse hinausläuft, so wird beim graphischen Multipliziren die Auffindung solcher Strecken bezweckt, die zu einer als Einheit gewählten Strecke Verhältnisse besitzen, welche durch andere, mit derselben Einheit gemessene Strecken angegeben werden. Demnach heisst zwei Strecken a und b mit einander multipliziren, oder, genauer gesprochen, eine Strecke von der Länge a mit einer solchen von der Länge b multipliziren: eine Strecke x angeben, welche $a \times b$ mal die Einheit enthält, mit welcher die beiden gegebenen Strecken (Faktoren) gemessen sind. Dies lässt sich einfach und auf mancherlei Weise durch Anwendung ähnlicher Dreiecke erzielen. Einige Arten der Multiplikation seien hier vorgeführt.

I. Man mache OE, Fig. 13, gleich der zu Grunde zu legenden Einheit, errichte in E ein Perpendikel, schneide in dieses aus O mit $OB = b$, und in die Linie $OE\ldots$ mit $OA = a$ ein, und ziehe aus A eine Parallele zu EB, so schneidet diese die Linie $OB\ldots$ in C, und es ist OC das gesuchte Produkt x. Denn es ist $\frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OE}$, d. i. $x = \frac{ab}{1}$, da OE die Einheit ist. Dieses Verfahren setzt voraus, dass ein Faktor (b) grösser als die Einheit sei.

II. Fig. 14. Unter Beibehaltung des vorigen Verfahrens im übrigen kann EB auch schief statt senkrecht auf OE stossen. Alsdann können beide Faktoren kleiner als die Einheit sein.

Fig. 13.

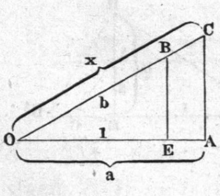


Fig. 14.

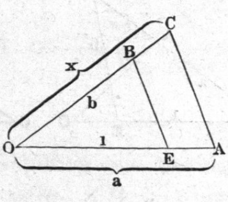
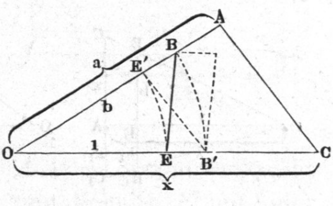


Fig. 15.



III. Man mache, Fig. 15, OE und OB wie vorhin, trage $OA = a$ auf die Linie $OB\ldots$, und ziehe AC so, dass $\angle\, OAC = \angle\, OEB$, d. h. dass AC antiparallel EB, dann ist OC das gesuchte Produkt x, da die Dreiecke OEB und OAC ähnlich sind. Die antiparallele Richtung findet man, indem man $OE' = OE$, $OB' = OB$ und $AC \parallel E'B'$ zieht. (Würde man das Dreieck $BE'B'$ um eine durch BB' gehende Achse nach rechts klappen, so würden die beiden Dreiecke $BB'E'$ und $BB'E$ ein Parallelogramm bilden, woher die Bezeichnung antiparallel.) Am bequemsten ist es, wenn EB senkrecht auf OE steht, was aber nur geht, wenn $b > 1$ ist.

IV. Man mache, Fig. 16, $OE =$ der Einheit, trage auf $OE\ldots$ den Faktor $OA = a$ auf, und errichte in E ein Perpendikel oder eine geneigte Linie, auf welcher man $EB = b$ auftrage; zieht man dann durch A eine Parallele zu EB, so schneidet die Verlängerte $OB\ldots$ von dieser das Produkt $AC = x$ ab, indem $CA : OA = BE : OE$, oder $x : a = b : 1$. a und b können kleiner oder grösser als 1 sein. — Macht man noch $EB_1 = b_1$ und zieht die OB_1 bis zum Schnitte C_1 mit der Verlängerten CA, so ist $AC_1 = x_1$ das Produkt von a und b_1, CC_1 also das Produkt von a mit BB_1; $x + x_1 = a\,(b + b_1)$. Es kann mithin der Faktor b, der mit a multiplizirt werden soll, auch zu beiden Seiten der Einheitslinie OE auf die Normale (oder Geneigte) $BE\ldots$ getragen werden; das gesuchte Produkt $ab = x$ wird dann auf der Parallelen zu b, die auf der Einheitslinie um a von O absteht, von den beiden aus O durch die Endpunkte von b gezogenen Strahlen abgeschnitten.

V. Man mache, Fig. 17, $OE =$ der Einheit, $EB =$ dem Faktor b, OB beliebig, nur $< OE + EB$, ferner OA auf $OB\ldots =$ dem Faktor a, und lege durch A eine Antiparallele zu EB (siehe bei III.), so schneidet von dieser die $OE\ldots$ das Produkt $AC = x$

Fig. 16.

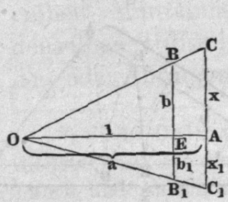


Fig. 17.

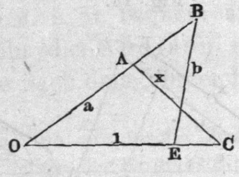
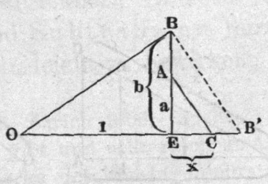


Fig. 18.



ab. Denn es ist $CA : OA = BE : OE$, oder $x : a = b : 1$. a und b können kleiner oder grösser als 1 sein.

VI. Man mache wieder, Fig. 18, $OE = 1$, errichte in E ein

Perpendikel, mache $EA = a$, $EB = b$, verbinde O mit B, ziehe BB' normal zu OB, und lege durch A eine Parallele zu BB', so schneidet diese von der Verlängerung der OE das Stück EC = dem Produkt x ab. Denn es ist $EC : EA = BE : OE$, oder $x : a = b : 1$.

In Zeichnungen kommt es häufig vor, dass zu multiplizirende Strecken eine gegebene, zum graphischen Multipliziren schon brauchbare Lage haben, wenn dieselben auch nicht so bequem wie die bisher benutzten sind. Alsdann kann von folgenden Multiplikationsweisen oft Gebrauch gemacht werden.

VII. Fig. 19. $OA = a$ und $B'B = b$ stehen senkrecht oder geneigt auf einander, so aber, dass B' zwischen O und A fällt. Dann trage auf OA . . . die Einheit OE auf, verbinde B mit E, und lege durch A eine Parallele zu BE, und durch den Schnittpunkt C der Parallelen und der Linie OC . . . die Parallele CC' zur Gegebenen BB', so schneidet OC . . . von der CC' . . . das Produkt $CC' = x$ ab. Denn es ist $CC' : OA = BB' : OE$, oder $x : a = b : 1$.

VIII. Fig. 20. Gegeben wie vorhin, $OA = a$ und $BB' = b$, senkrecht oder geneigt zu OA. Dann trage OE = der Einheit von O aus parallel zu BB' auf, verbinde E mit A, und ziehe durch B eine Parallele zu EA, so schneidet diese die OA . . . in C ein und es ist $B'C$ das Produkt x. Denn man hat $B'C : B'B = OA : OE$, oder $x : b = a : 1$.

Fig. 19.

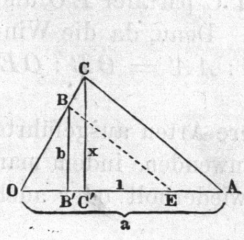


Fig. 20.

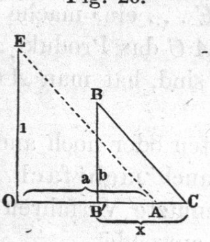
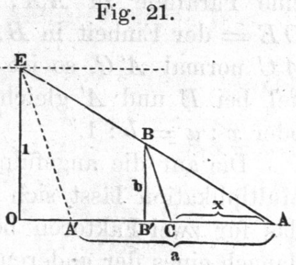


Fig. 21.



IX. Fig. 21. Gegeben wie vorhin $AA' = a$, und senkrecht dazu $B'B = b$, so ziehe AB . . . bis zum Schnitt E mit einer von AA' um die Einheit OE abstehenden Parallelen zu AA', fälle das Loth EO, welches dann = der Einheit ist, ziehe EA' und zu diesem parallel eine Gerade durch B, so schneidet diese von der AA' das Produkt $AC = x$ ab. Denn es ist $AC : CB$

$= AA' : A'E$, also auch $AC : B'B = AA' : EO$, oder $x : b = a : 1$.

X. Fig. 22. Gegeben $AA' = a$, und $BO = b$ senkrecht zu AA'. Dann schneide mit der Zirkelöffnung $OE =$ der Einheit aus O in AA' ein, ziehe durch A' eine Parallele zu OE, durch A eine Normale dazu, so schneiden diese einander in C, und es ist AC das Produkt x. Denn, da der Winkel $CAA' = BOE$, so ist $AC : AA' = OB : OE$, oder $x : a = b : 1$. Die Strecke AA' wurde hier auf eine zu OE senkrechte Linie projizirt. Eine solche Projektion bezeichnet man*) kurz als Antiprojektion von AA' auf OE.

XI. Fig. 23. Wenn die Gegebenen a und b einander rechtwinklig schneiden, wie $AA' = a$ und $BO = b$, so ziehe durch B

Fig. 22.

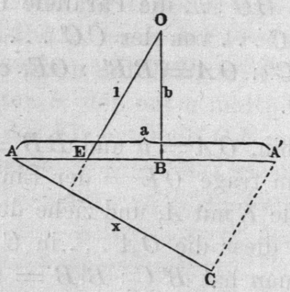
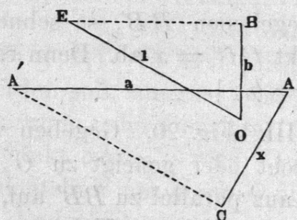


Fig. 23.



eine Parallele zu AA', schneide aus O mit der Zirkelöffnung $OE =$ der Einheit in $BE \ldots$ ein, mache $A'C$ parallel EO und AC normal $A'C$, so ist AC das Produkt x. Denn, da die Winkel bei E und A' gleich sind, hat man $AC : AA' = OB : OE$, oder $x : a = b : 1$.

Die auf die angeführten oder noch andere Arten ausgeführte Multiplikation lässt sich auch mehrfach anwenden, indem man das für zwei Faktoren benutzte Verfahren wiederholt oder auch danach eines der anderen anwendet.

Soll z. B. das Produkt $a \cdot b \cdot c$ dreier Strecken gefunden werden, so ermittelt man zuerst etwa nach (I.) das Produkt $x_1 = ab$, Fig. 24, klappt $OC = ab$ nach OC' auf $OA \ldots$, trägt aus O die $OD = c$ auf, errichtet in C' ein Perpendikel und verlängert OD bis zum Schnitte F mit $C'F$, worauf OF das gesuchte

*) Siehe Culmann's graphische Statik.

Produkt $x = abc$ ist. Oder man macht, Fig. 25, nach Auffindung von $OC' = ab$, die Strecke $ED = c$ (nach IV.) und ver-

Fig. 24.

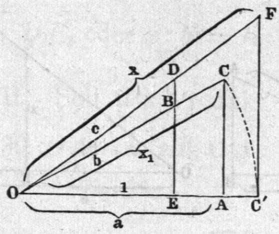
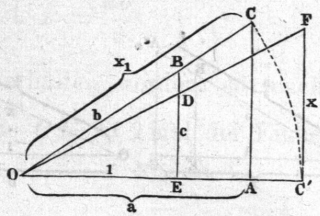


Fig. 25.



längert $OD \ldots$ bis zum Schnitte F mit einem Perpendikel in C', worauf $C'F = x$ u. s. w.

§. 23.

Division von Strecken.

Die Division kann als Umkehrung der Multiplikation sofort aus dem Gegebenen abgeleitet werden. Beim graphischen Dividiren einer Strecke a durch eine Strecke b hat man eine dritte Strecke x anzugeben, welche $\frac{a}{b}$ mal die Einheit der a und b enthält. Aus den oben behandelten Aufgaben gehen u. a. die folgenden Divisionsarten hervor.

I. Man mache, Fig. 26 (a. f. S.), $OE =$ der Einheit, errichte in E eine Senkrechte (oder eine geneigte Linie), schneide mit dem Divisor $OB = b$ in dieselbe ein, ziehe $OB \ldots$ und mache $OA =$ dem Dividenden a. Wird darauf durch A eine Parallele zu BE gezogen, so schneidet diese von der $OE \ldots$ den Quotienten $OC = x$ ab. Denn es ist: $OC : OE = OA : OB$, d. i. $x : 1 = a : b$, oder $x = \frac{a}{b}$.

II. Man mache OE, Fig. 27 (a. f. S.), $=$ der Einheit, ferner auf $OE \ldots$ die Strecke $OB =$ dem Divisor b, errichte in B ein Perpendikel, und schneide in dasselbe aus O mit $OA =$ dem Dividenden a ein. Wird dann in E eine Senkrechte errichtet, so schneidet diese von der $OA \ldots$ den Quotienten $OC = x$ ab; denn es ist wieder $OC : OE = OA : OB$, oder $x : 1 = a : b$.