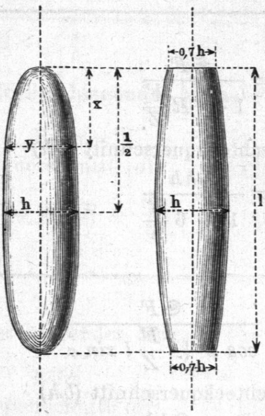
jenigen einer Cykloide, und deren Ordinatengleichung mit derjenigen einer Sinoide übereinstimmt und deshalb eine cykloidische Sinoide genannt werden kann.

Fig. 5.



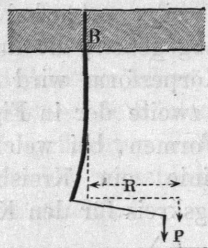
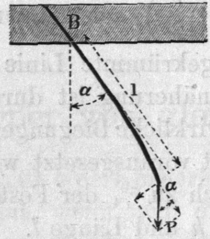
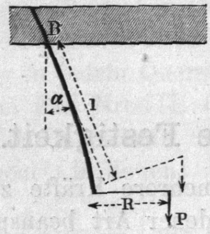
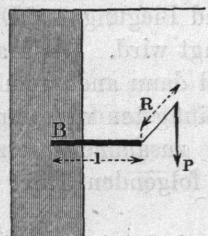
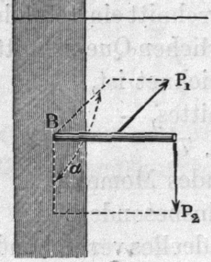
Eine Verzeichnungsmethode dieser Kurve ist weiter unten bei den Pleuelstangen angegeben; die durch sie gelieferte Körperform wird angenähert durch die zweite der in Figur 5 angegebenen Formen, bei welcher die Erzeugungslinie ein Kreisbogen (der Krümmungskreis für den Kurvenpunkt bei $x = \frac{l}{2}$) oder überhaupt eine schwach gekrümmte Linie ist. Eine solche Annäherung ist durchaus statthaft, da wirkliche Biegungen der Strebe doch nicht vorausgesetzt werden. Die vorstehende lose Strebe berechnet sich zu $^3/_4$ der Festigkeit einer cylindrischen von der gleichen Dicke h und Länge l.

§. 18.

Zusammengesetzte Festigkeit.

Vielfach kommt es vor, dass mehrere Kräfte zugleich die Festigkeit eines Körpers in verschiedener Art beanspruchen, so dass z. B. ein Querschnitt auf Zug und Biegung, auf Drehung und Biegung u. s. w. gleichzeitig angestrengt wird. Die Tragkraft oder die eintretende Maximalspannung sind dann anders zu bestimmen, als gewöhnlich. Für einige der am häufigsten vorkommenden und wichtigsten Fälle dieser sogenannten zusammengesetzten Festigkeit sind die Hauptformeln in der folgenden Tafel zusammengestellt. Es bezeichnet in derselben:

$\mathfrak{S}$ die grösste im gefährlichen Querschnitt eintretende Spannung,
Z den Querschnittmodul des gefährlichen Querschnittes, welcher durch B in den Figuren bezeichnet ist,
F den Flächeninhalt des Querschnittes,
J dessen Trägheitsmoment nach §. 7,
M_b ein biegendes, M_d ein verdrehendes Moment,
M_i ein ideelles Moment, und zwar insbesondere
$(M_b)_i$ ein ideelles biegendes, $(M_d)_i$ ein ideelles verdrehendes Moment.

Nro	Angriffweise.	Tragkraft.
I.		$P = \dfrac{\mathfrak{S} F}{1 + R \dfrac{F}{Z}}$ Beim Rechteckquerschnitt $(b h)$ $P = \dfrac{\mathfrak{S} b h}{1 + 6 \dfrac{R}{h}}$
II.		$P = \dfrac{\mathfrak{S} F}{\cos\alpha + \dfrac{F}{Z}\, l \sin\alpha}$ Beim Rechteckquerschnitt $(b h)$ $P = \dfrac{\mathfrak{S} b h}{\cos\alpha + 6 \dfrac{l}{h} \sin\alpha}$
III.		$P = \dfrac{\mathfrak{S} F}{\cos\alpha + \dfrac{F}{Z} (l \sin\alpha + R \cos\alpha)}$ Beim Rechteckquerschnitt $(b h)$ $P = \dfrac{\mathfrak{S} b h}{\cos\alpha + 6 \dfrac{l}{h} \left(\sin\alpha + \dfrac{R}{l} \cos\alpha\right)}$
IV.		$P = \dfrac{\mathfrak{S} Z}{{}^3\!/_8\, l + {}^5\!/_8 \sqrt{l^2 + R^2}}$ Pl ist ein biegendes Moment M_b, PR ein verdrehendes Moment M_d.
V.		$1 = \dfrac{\mathfrak{S} Z}{\sqrt{M_1^2 + M_2^2 + 2 M_1 M_2 \cos\alpha}}$ wobei M_1 das (biegende) Moment von P_1, M_2 dasjenige von P_2 bezeichnet.

Ideelle Momente.

Ideelles biegendes Moment für die Spannung $\mathfrak{S}$: $(M_b)_i = P\left(R + \frac{Z}{F}\right)$.

Beim Kreisquerschnitt (d):	Beim Ellipsenquerschnitt (bh):	Beim Rechteckquerschnitt (bh):
$(M_b)_i = P\left(R + \frac{d}{8}\right)$	$(M_b)_i = P\left(R + \frac{h}{8}\right)$	$(M_b)_i = P\left(R + \frac{h}{6}\right)$

Ideelles biegendes Moment für die Spannung $\mathfrak{S}$: $(M_b)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{Z}{F}\cos\alpha\right)$.

Beim Kreisquerschnitt (d):	Beim Ellipsenquerschnitt (bh):	Beim Rechteckquerschnitt (bh):
$(M_b)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{d}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_b)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{h}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_b)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{h}{6}\cos\alpha\right)$

Ideelles biegendes Moment $(M_b)_i$ f. d. Spann. $\mathfrak{S}$: $(M_b)_i = P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{Z}{F}\cos\alpha\right)$.

Beim Kreisquerschnitt (d):	Beim Ellipsenquerschnitt (bh):	Beim Rechteckquerschnitt (bh):
$(M_b)_i = P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{d}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_b)_i = P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{h}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_b)_i = P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{h}{6}\cos\alpha\right)$

Ideelles liegendes Moment für die Spannung $\mathfrak{S}$:

$$(M_b)_i = {}^3/_8\, M_b + {}^5/_8 \sqrt{M_b{}^2 + M_d{}^2}.$$

Ideelles verdrehendes Moment für die Spannung $\mathfrak{S}$:

$$(M_d)_i = {}^3/_5\, M_b + \sqrt{M_b{}^2 + M_d{}^2}.$$

Ideelles biegendes Moment für die Spannung $\mathfrak{S}$:

$$(M_b)_i = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + 2 M_1 M_2 \cos\alpha}.$$

In den Fällen IV. und V. ist vorausgesetzt, dass der Querschnitt des Stabes zu denjenigen gehöre, welche durch zwei rechtwinklige Schwerlinien in vier kongruente Stücke getheilt werden.

Eine Betrachtung dieser Formeln zeigt, dass man manchmal die zusammengesetzte Beanspruchung wohl beachten muss. Wenn z. B. im Fall I. $R = \frac{h}{2}$ ist, d. h. die an einer Stange aufgehängte Last am Rand des Querschnittes ihren Schwerpunkt hat, so ist $P = \frac{\mathfrak{S} b h}{4}$, also die Tragkraft nur $1/4$ so gross, als bei einer genau zentralen Aufhängung. Ist der Querschnitt ein Kreis (d), so wird $P = \frac{\mathfrak{S} \frac{\pi}{4} d^2}{1 + 8 \frac{R}{d}}$, d. i. wenn wieder die Last am Rande angebracht, also $R = \frac{d}{2}$ gemacht wird, $P = \frac{\mathfrak{S}}{5} \frac{\pi}{4} d^2$, die Tragkraft ist also noch kleiner als beim Rechteckquerschnitt. Die Fälle I. und II. leiten sich aus III. ab, indem man dort beziehlich α oder $R = 0$ setzt.

Eine besondere Brauchbarkeit haben namentlich für den aufmerksamen Rechner die angegebenen ideellen Momente. Es ist zu beachten, dass beim Ellipsen- und dem Rechteckquerschnitte h als in der Biegungsebene liegend angenommen ist. Kennt man diese Dimension im voraus, was bei Annahme des Profils eines zu konstruirenden Trägers sehr häufig der Fall ist, so lässt sich mit Hilfe der ideellen Momente die zusammengesetzte Festigkeit leicht in Betracht ziehen, indem der in der Klammer zur Rechten enthaltene Ausdruck den Hebelarm der gegebenen Kraft P für das ideelle Moment angibt. Derselbe ist meistens, namentlich graphisch, sehr leicht zu bestimmen, und man kann alsdann gerade so wie bei einer gewöhnlichen Biegungsbeanspruchung rechnen. Ist z. B. im Falle II. bei $\alpha = 45^0$, also $\cos \alpha = \sin \alpha = 0{,}707$ die Rechteckhöhe h gewählt, so ist der Querschnitt bei B so zu berechnen, als griffe eine biegende Kraft P an dem Arme $0{,}707\, l$ (der Projektion von l auf die Befestigungsebene) $+\ 0{,}707 \frac{h}{6}$ an. Im Falle I. erhält man bei $R = 0$ für den Kreisquerschnitt $(M_b)_i = P \frac{d}{8}$, was gleichzusetzen ist $\mathfrak{S} \frac{\pi}{32} d^3$; dies gibt $P = \mathfrak{S} \frac{\pi}{4} d^2$, wie kommen muss, weil bei $R = 0$ der Stab nur auf Zugfestigkeit beansprucht ist. $\frac{d}{8}$ ist danach also der Hebelarm, an welchem angreifend eine biegende Kraft P den Stab ebenso stark beansprucht, als eine in der Achsenrichtung ziehende von gleicher Grösse. Dies gilt allerdings strenggenommen nur unter Vernachlässigung der Schubspannungen bei Berechnung der Biegung. — Viele nützliche Anwendungen finden auch die Formeln der Fälle IV. und V. (s. bei den Achsen und Wellen).

§. 19.

Festigkeit der Gefässwände.

Zur Beurtheilung der Festigkeit runder Gefässe von verhältnissmässig geringer Wanddicke können die in folgender Tabelle zusammengestellten Werthe, welche sich auf einige der wichtigsten Fälle der Maschinenpraxis beziehen, gebraucht werden. Die Theorie der Gefässfestigkeit ist noch nicht als völlig abgeschlossen zu betrachten; ziemlich unsicher erscheint namentlich bis dahin noch die Theorie des von aussen gepressten dünnwandigen Cylinders, weshalb die bezüglichen Formeln weggelassen wurden. In den umstehenden Ausdrücken bezeichnet:

p den auf die Gefässwand wirkenden Flächendruck (nach Abzug des gegenseitigen),
$\mathfrak{S}$ die im Material der Wand eintretende Maximalspannung,
E den Elastizitätsmodul des Materials,
r und δ Gefässhalbmesser und -Wanddicke.

Die Formeln unter (I.) und (II.) haben eine bis zur Bruchgrenze gehende Gültigkeit, immerhin aber nur als Annäherungswerthe.

1. Beispiel. Für ein schmiedeisernes cylindrisches Gefäss von 1000mm Durchmesser und 10mm Wanddicke sei eine Materialspannung $\mathfrak{S} = 8$ gestattet. Dann kann dasselbe nach (I.) einer inneren Ueberdruckspannung

$$p = 8\left(\sqrt{\frac{520}{500}} - 1\right) = 8 \,.\, 0{,}0198 = 0{,}158^k \text{ pro } \square\text{Millimeter ausgesetzt}$$

werden. In Atmosphären ausgedrückt beträgt dies 100 . 0,158 = 15,8 Atm. Das Gefäss würde zerspringen (wegen $K = 40$), wenn die innere Spannung etwa das 5fache oder 79 Atmosphären betrüge.

2. Beispiel. Ein kugelförmiges Gefäss von den genannten Angaben würde nach (II.) für $\mathfrak{S} = 8$ einer Spannung $p = \frac{16 \,.\, 10}{500} = 0{,}32^k$ pro $\square^{mm}$, d. i. einem Drucke von 32 Atmosphären auszusetzen sein.

3. Beispiel. Ein dem ersten Gefässe angenieteter ebener schmiedeiserner Boden würde nach (IV.) bei $\mathfrak{S} = 8$ folgende grosse Dicke δ haben müssen: $\delta = 500 \,.\, \sqrt{2/_3} \,.\, \sqrt{\frac{0{,}158}{8}} = 500 \,.\, 0{,}816 \,.\, 0{,}14 = 57{,}12 \sim 57^{mm}$.