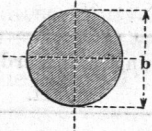
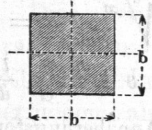
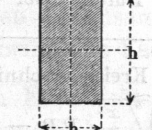


Nro.	Querschnitt.	Polares Trägheitsmoment J_p .	Polarer Querschnittmodul $Z_p = \frac{J_p}{a}$.
I.		$\frac{\pi}{32} d^4$	$\frac{\pi}{16} d^3.$
II.		$\frac{b^4}{6}$	$\frac{b^3}{3\sqrt{2}}$
III.		$\frac{1}{3} \frac{b^3 h^3}{b^2 + h^2}$	$\frac{b^2 h^2}{3\sqrt{b^2 + h^2}}$ Annähernd: $\frac{b^2 h^2}{3(0,4b + 0,96h)}$

§. 15.

Körper von gleicher Drehungsfestigkeit.

Um einen Körper von gleicher Drehungsfestigkeit zu erhalten, hat man dessen Querschnittsverhältnisse aus (17) zu entwickeln, indem man \mathfrak{S} konstant annimmt, also setzt:

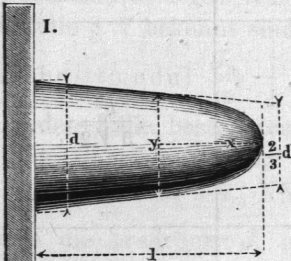
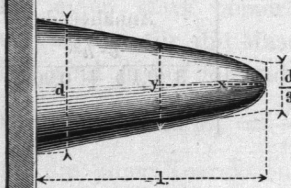
$$\frac{M a}{J_p} = Const. \dots \dots \dots (21)$$

Für den Fall I. in Tabelle §. 13 ist für alle Querschnitte $M = PR$, demnach sind diese dort nur alle gleich, d. h. der Körper prismatisch zu machen, um ihm überall dieselbe Festigkeit zu geben. Die Fälle II. und III. geben die in der nachfolgenden kleinen Tabelle zusammengestellten Formen. Der Verdrehungswinkel muss bei den Körpern von gleicher Festigkeit grösser ausfallen,

als bei den prismatischen Stäben; er ist bei den beiden unten gegebenen Körpern mitgetheilt. Man erhält ihn aus der Formel:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{M}{J_x G} \dots \dots \dots (22)$$

wobei J_x das polare Trägheitsmoment des Querschnittes am Punkte (x) bedeutet.

Form.	Angriffsweise.	Gleichung und Verdrehungswinkel.
 <p>I.</p>	<p>Fall Nro. II. §. 13.</p>	<p>Kreisquerschnitt:</p> $\frac{y}{d} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}; PR = \odot \frac{\pi}{16} d^3;$ $\vartheta = 3 \frac{\odot}{G} \frac{l}{d}.$ <p>Annäherungsform: Kegelstumpf mit dem oberen Durchmesser $\frac{2}{3} d$.</p>
 <p>II.</p>	<p>Fall Nro. III. §. 13.</p>	<p>Kreisquerschnitt:</p> $\frac{y}{d} = \sqrt[3]{\frac{x^2}{l^2}}; PR = \odot \frac{\pi}{16} d^3;$ $\vartheta = 6 \frac{\odot}{G} \frac{l}{d}.$ <p>Annäherungsform: Kegelstumpf mit dem oberen Durchmesser $\frac{d}{3}$.</p>

Ueber andere Körper von gleicher Drehungsfestigkeit siehe §. 20 bei den Torsionsfedern.

§. 16.

**Rückwirkende, Zerknickungs- oder Streb-
festigkeit.**

Ein prismatischer Stab wird auf rückwirkende, Zerknickungs- oder Strebfestigkeit, wie man sie auch nennen kann, beansprucht, wenn er in der Richtung seiner Längsachse zusammengedrückt wird, und gleichzeitig seine Querschnittabmes-

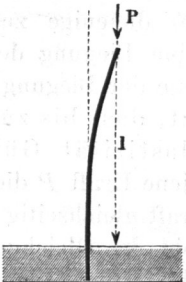
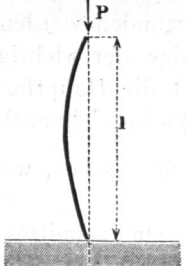
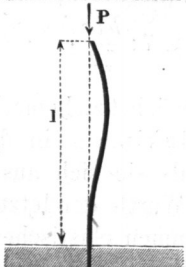
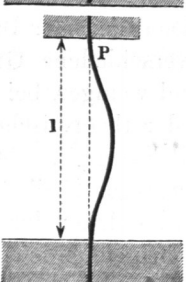
sungen nicht gross im Verhältniss zu seiner Länge sind. Bei dieser Beanspruchung kommen Druck- und Biegungsfestigkeit gleichzeitig in Betracht, und zwar letztere in der Eigenthümlichkeit, dass nicht die Abszisse der elastischen Linie der Hebelarm der biegenden Kraft ist, wie bei der Biegungsfestigkeit, sondern die Ordinate dieser Kurve. Daher rührt es, dass (bei Vernachlässigung gewisser sehr kleiner Rechnungswerthe) diejenige zusammendrückende Kraft P , welche überhaupt eine Biegung des Stabes hervorbringen kann, dieses bei jeder Grösse der Biegung vermag, also auch bis zum Bruch, vorausgesetzt, dass bis zu diesem die Gesetze der vollkommenen Elastizität Gültigkeit hätten. Dies aber angenommen, würde jene Kraft P die theoretische Tragkraft und theoretische Bruchkraft gleichzeitig sein, da ihr die Elastizitätskräfte des Stabes sowohl das Gleichgewicht zu halten vermögen, als diese Kräfte auch bei einmal eingetretener Bewegung des Lastpunktes durch P überwunden werden können.

In der folgenden Tabelle sind für einige der wichtigsten Angriffsarten der zusammendrückenden Kraft die Hauptformeln für die rückwirkende Festigkeit angegeben. Es bezeichnet dabei:

E den Elastizitätsmodul des Materials des Stabes, welcher als prismatisch angesehen ist;

J das kleinste Trägheitsmoment seines Querschnittes, bezogen auf eine Schwerlinie, also z. B. beim Rechteck, von der kleineren Seite b , der grösseren h , nach §. 7: $\frac{hb^3}{12}$.

Zu den nachstehenden Angaben ist zunächst zu bemerken, dass die sehr schätzbaren Versuche von Hodgkinson in der Regel eine etwas kleinere Bruchkraft liefern, als sie sich aus den obigen Formeln ergibt; dies thut aber dem Werth der letzteren keinen Eintrag, da diese nur für den vollkommen elastischen Körper aufgestellt sind, und deshalb richtig bleiben, wenn man als Belastung einen genügend kleinen Proportionaltheil der Bruchkraft P anwendet. Verschiedene empfehlen verschiedene Grade von Sicherheit. Bei Gusseisen soll $\frac{1}{4}$ bis $\frac{1}{6}$ und weniger, bei Schmiedeeisen ebenso, bei Holz $\frac{1}{5}$ bis $\frac{1}{10}$ oder $\frac{1}{12}$ der theoretischen Bruchkraft als obere Grenze der zulässigen Belastung zu betrachten sein. Diese Ungleichheiten rühren zum grossen Theil davon her, dass oft nicht gut angegeben werden kann, welcher der Fälle der folgenden Tabelle der in Anwendung zu bringende ist. Da sich die genannten Sicherheiten auf den Bruch beziehen, so ist beim

Nro.	Angriffsweise.	Theoretische Trag- und Bruchkraft.	Bemerkungen.
I.		$P = \frac{\pi^2}{4} \frac{JF}{l^2}$	Freitragende Strebe. Das Ende B ist festgeklemmt, gefährlicher Querschnitt an der Befestigungsstelle.
II.		$P = \pi^2 \frac{JE}{l^2}$	Lose Strebe. Beide Enden frei aufstehend und in der ursprünglichen Stabachse geführt. Gefährlicher Querschnitt in der Mitte.
III.		$P = 2\pi^2 \frac{JE}{l^2}$	Halbeingespannte Strebe. Das untere Ende festgeklemmt, das obere in der ursprünglichen Stabachse geführt.
IV.		$P = 4\pi^2 \frac{JE}{l^2}$	Eingespannte Strebe. Beide Enden festgeklemmt und in der ursprünglichen Stabachse geführt. Gefährliche Querschnitte an den Enden und in der Mitte.

Der Stab ist auf Druckfestigkeit zu berechnen, wenn:		
beim Kreisquerschnitt $\frac{l}{d}$ kleiner als	beim Rechteckquerschnitt $\frac{l}{b}$ (<i>b</i> die kleinere Seite) kleiner als	und dabei das Material
5 12 6	$5\frac{3}{4}$ 14 8	Gusseisen. Schmiedeeisen. Holz.
10 24 $11\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{2}$ 28 $13\frac{1}{2}$	Gusseisen. Schmiedeeisen. Holz.
14 33 16	16 38 19	Gusseisen. Schmiedeeisen. Holz.
20 48 23	23 56 27	Gusseisen. Schmiedeeisen. Holz.

irgendwo nothwendigen Vergleich mit anderen Festigkeitsbeanspruchungen die Sicherheit bei diesen ebenfalls auf den Bruch zu beziehen. Von diesem Gesichtspunkte aus sind die Zahlen in Spalte 2, S. 45 berechnet, indem vorausgesetzt ist, dass die Sicherheit gegen Zerdrücken gleich derjenigen gegen Zerknicken genommen werde.

Die Hodgkinson'schen Versuche haben ferner noch gezeigt, dass flach aufstehende Säulen sich ungefähr so verhalten, als ob sie an dem abgeflachten Ende eingeklemmt wären. Im dritten Abschnitte werden verschiedene Anwendungen der Formeln für Strebfestigkeit gezeigt.

§. 17.

Körper von gleicher Strebfestigkeit.

Man erhält eine Körperform von gleicher rückwirkender oder Strebfestigkeit, wenn man die Querschnitte in einem der obigen Stäbe so vom gefährlichen Querschnitt aus abnehmen lässt, dass, eine kleine eingetretene Biegung vorausgesetzt, die Maximalspannung in jedem Querschnitt denselben Werth erhält.

Für den Fall Nro. II. des vorigen Paragraphen kann man sich, wenn der Querschnitt des Stabes der volle Kreis ist, der folgenden Formel*) bedienen:

$$\frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} = \frac{2}{\pi} \left(\arcsin \frac{y}{h} - \frac{y}{h} \sqrt{1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2} \right).$$

Uebersichtlicher gestaltet sich diese Formel, wenn man sie in eine Doppelgleichung auflöst, indem man setzt:

$$\left. \begin{array}{l} \frac{y}{h} = \sin \varphi \quad \dots \dots \dots \\ \frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} = \frac{1}{\pi} (2 \varphi - \sin 2 \varphi) \end{array} \right\} \dots \dots \dots (23)$$

Diese Gleichung gestattet unschwer ein graphisches Auffinden der Begrenzungskurve, deren Abszissengleichung mit der-

*) Von Redtenbacher.