§. 14.

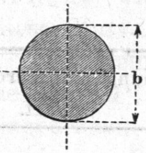
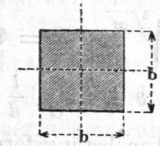
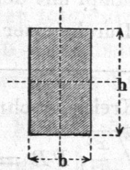
Polare Trägheitsmomente und Querschnittmodel.

Das polare Trägheitsmoment J_p eines Querschnittes bestimmt sich leicht, indem man hat:

$$J_p = J_1 + J_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (20)$$

wenn J_1 und J_2 äquatoriale Trägheitsmomente desselben Querschnittes zu zwei seiner, einander rechtwinklig schneidenden Schwerlinien bezeichnen, deren Werthe für eine Menge von Querschnitten aus Tabelle §. 7 bekannt sind. Man kann demnach den polaren Querschnittmodul $\frac{J_p}{a} = Z_p$ leicht für die in der Praxis vorkommenden Fälle bestimmen. Eine Ausnahme machen indessen diejenigen Querschnitte, bei denen nicht $J_1 = J_2$, was z. B. bei Nro. III., VII., XII., XX., XXV. etc. §. 7 der Fall ist. Bei ihnen bedürfen die Ausdrücke J_p und $\frac{J_p}{a} = Z_p$ einer besonderen, durch weitläufige Rechnungen zu ermittelnden Korrektion, da bei denselben das Windschiefwerden der Querschnitte in Folge der Verdrehung einen stark bemerklichen Einfluss ausübt. Für das Rechteck, den für die Maschinenpraxis wichtigsten jener Querschnitte, sind in der folgenden kleinen Tabelle die korrigirten Werthe von J_p und $Z_p = \frac{J_p}{a}$ aufgeführt, während für Kreis und Quadrat die einer Korrektion nicht bedürftigen, aus (20) erhaltenen Werthe gegeben sind.

Beispiel. Ein cylindrischer schmiedeiserner Stab sei nach der Angriffweise Nro. I. des vorigen Paragraphen von einer Kraft $P = 450^k$ an einem Hebelarm $R = 600^{mm}$ ergriffen, und habe einen Durchmesser $d = 100^{mm}$ bei einer Länge $l = 1200^{mm}$. Dann ist die Spannung $\mathfrak{S}$ an seinem Umfang: $\mathfrak{S} = \frac{a}{J_p} PR = \frac{16}{\pi} \frac{270000}{100^3} = 1{,}38$, und der entstehende Verdrehungswinkel: $\vartheta = \frac{1{,}38 \,.\, 1200}{8000 \,.\, 50} = 0{,}00414$, was einem Winkel von $0^0\ 14'$ entspricht. Soll nun d verkleinert werden, so dass $\mathfrak{S} =$ dem halben Tragmodul für Verdrehung, d. i.: $= \frac{1}{2} \frac{4}{5} \,.\, 15 = 6$ wird, so ist zu nehmen: $d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \mathfrak{S}} PR} = \sqrt[3]{\frac{16 \,.\, 270000}{\pi \,.\, 6}} = 61{,}2$, wofür wir setzen $d = 61^{mm}$. Dann wird der Verdrehungswinkel: $\vartheta = \frac{6 \,.\, 1200}{8000 \,.\, 30{,}5} = 0{,}0294$, in Graden $1^0\ 40'$.

Nro.	Querschnitt.	Polares Trägheitsmoment J_p.	Polarer Querschnittmodul $Z_p = \frac{J_p}{a}$.
I.		$\frac{\pi}{32} d^4$	$\frac{\pi}{16} d^3$.
II.		$\frac{b^4}{6}$	$\frac{b^3}{3\sqrt{2}}$.
III.		$\frac{1}{3} \frac{b^3 h^3}{b^2 + h^2}$	$\frac{b^2 h^2}{3\sqrt{b^2 + h^2}}$. Annähernd: $\frac{b^2 h^2}{3\,(0{,}4\,b + 0{,}96\,h)}$

§. 15.

Körper von gleicher Drehungsfestigkeit.

Um einen Körper von gleicher Drehungsfestigkeit zu erhalten, hat man dessen Querschnittverhältnisse aus (17) zu entwickeln, indem man $\mathfrak{S}$ konstant annimmt, also setzt:

$$\frac{Ma}{J_p} = Const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Für den Fall I. in Tabelle §. 13 ist für alle Querschnitte $M = PR$, demnach sind diese dort nur alle gleich, d. h. der Körper prismatisch zu machen, um ihm überall dieselbe Festigkeit zu geben. Die Fälle II. und III. geben die in der nachfolgenden kleinen Tabelle zusammengestellten Formen. Der Verdrehungswinkel muss bei den Körpern von gleicher Festigkeit grösser ausfallen,