Mit den vorstehend gegebenen Formen sind nur die allereinfachsten der sich hier darbietenden Fälle erschöpft; leicht würden dieselben auf eine grosse Anzahl zu vermehren sein. (Uebungsaufgaben.) Hierfür brauchte man z. B. nur die Veränderlichkeit der Breiten- oder Höhenabmessungen etwas verwickelter einzuführen, als es geschah. So ergibt sich z. B., wenn man bei I. den Grundriss parabolisch gestaltet, d. i. $\frac{z}{b} = \sqrt{\frac{x}{l}}$ macht, $\frac{y}{h} = \sqrt[4]{\frac{x}{l}}$ (biquadratische Parabel) u. s. w. Zusammengesetztere Querschnitte liefern ebenfalls neue Körpergebilde, deren mannigfaltige Abänderungen einen reichen Wechsel von Formen darzubieten vermögen. Beispiele hierzu finden sich u. a. bei den Tragachsen, Kapitel VII. Siehe übrigens auch weiter unten bei den Biegungsfedern, wo besondere Formen dadurch entstehen, dass die neutrale Schicht ursprünglich nicht eben ist.

§. 11.

Scheerfestigkeit in der neutralen Schicht.

Da in einem gebogenen Stabe auf der Zugseite lauter Zugkräfte, auf der Druckseite lauter Druckkräfte zwischen den Fasermolekülen wirken, erfährt die neutrale Schicht eine Beanspruchung auf Scheerfestigkeit, und darf deshalb nicht unter einer gewissen Breitenabmessung ausgeführt werden*). Die zu vermeidende untere Grenze liegt zwar in der Regel sehr tief; doch verdient sie immerhin gekannt zu sein. Heisst die kleinste zulässige Breite z_0, und die Mittelkraft der auf einer oder der anderen Seite eines Querschnittes angreifenden äusseren Kräfte R, so muss sein, wenn die Schubspannung an der neutralen Schicht den Werth $\mathfrak{S}_0$ nicht überschreiten soll:

$$z_0 \geqq \frac{R}{\mathfrak{S}_0} \frac{U}{2J} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

Hierbei darf $\mathfrak{S}_0$ nicht über $^4/_5$ des kleineren der beiden Tragmodel des Materiales betragen (vergl. §. 5). Zugleich bedeutet J wie bisher das Trägheitsmoment des Querschnittes, d. i. die Summation der Produkte aller der neutralen Schicht parallelen Flächenelemente mit den Quadraten ihrer Abstände von der neutralen Schicht, U aber das statische Moment des Querschnittes, d. i. die

---

*) Siehe Zeitschr. des Ver. deutsch. Ing. 1859, S. 193; auch Grashof's Festigkeitslehre (Berlin, Gärtner), S. 147.

Summation der Produkte aller jener Flächenelemente mit den genannten Abständen selbst.

Für den Rechteckquerschnitt Nr. I., Tabelle S. 16 ist

$$U = \frac{b h^2}{4},$$

für den Doppel-T-Querschnitt Nr. VIII., Tabelle S. 18,

$$U = \frac{b h^2 - (b - b_1) h_1^2}{4}.$$

R ist in jedem einzelnen Falle besonders zu ermitteln, bei der Angriffweise Nr. II., S. 10, ist z. B. R für alle Querschnitte zwischen B und C gleich der Stützkraft $\frac{P}{2}$ u. s. f.

Die Gleichung (14) dient nicht sowohl zur Ermittelung von z_0 selbst, als zur Untersuchung, ob die Breite der neutralen Schicht nicht etwa zu klein gewählt worden sei. In der That kommt dies aber bei den gewöhnlichen Trägerkonstruktionen, namentlich bei den im Maschinenbau benutzten, selten vor. Setzt man, um hierüber Aufschluss zu erhalten, $z_0 =$ dem in (14) angegebenen Werthe und macht auch $\mathfrak{S}_0 = {}^4/_5\, \mathfrak{S}$, so folgt aus (14):

$$\mathfrak{S} = \frac{5}{4} \frac{R}{z_0} \frac{U}{2J}.$$

Dies in die auf denselben Querschnitt bezogene Gleichung (4) einsetzend, erhält man:

$$\frac{M}{R} = \frac{5}{8} \frac{U}{z_0 a} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

$\frac{M}{R}$ ist der Hebelarm der Kraft R; derselbe möge mit A bezeichnet werden. $U : z_0 a$ ergibt eine der Höhenabmessungen des Querschnittes; demnach liefert (15) eine Gleichung zwischen zwei Abmessungen des in Betracht gezogenen Trägers. Für den einfachen Rechteckquerschnitt erhält man durch Einsetzung des obigen Werthes von U, indem z^0 hier $= b$ und $a = \frac{h}{2}$ ist: $\frac{h}{A} = \frac{16}{5}$. Grösser darf also h nicht gewählt werden, wenn nicht die Beanspruchung auf Schub über die auf Dehnung oder Kürzung (auf Zug- und Druckseite) hinausgehen soll. Diese Betrachtung hat offenbar hauptsächlich Werth für den gefährlichen Querschnitt, also z. B. bei der Angriffweise II., S. 10, für den Punkt B. Für diesen ist aber $A = \frac{l}{2}$, also zu wählen: $\frac{h}{l} \overline{\gtrless} \frac{8}{5}$. Dieses Höhenverhältniss ist aber so gross, dass es für die gewöhnlichen Fälle schon von selbst vermieden wird. Mehr beachtenswerth wird das Resultat für die Konstruktion verzahnter Balken aus Holz, welche bei manchen Bauwerken Anwendung finden. Bei diesen wird die Widerstandsfähigkeit der neutralen Schicht durch das Verzahnen oftmals stark herabgezogen, mitunter z. B. bis auf die Hälfte derjenigen des vollen Balkens, was eine entsprechende Verminderung des Grenzverhältnisses $\frac{h}{l}$ erfordert.

Für den Doppel-T-Querschnitt kommt:

$$\frac{h}{A} = \frac{16}{5\left[\frac{b}{b_1} - \left(\frac{b}{b_1} - 1\right)\left(\frac{h_1}{h}\right)^2\right]}.$$

Die Klammer im Nenner enthält einen unächten Bruch, rückt also die obere Grenze von $\frac{h}{A}$ etwas herab, doch bleibt gewöhnlich der zu vermeidende Werth von $\frac{h}{A}$ noch sehr hoch.

Beanspruchungen, welche der vorbehandelten verwandt sind, finden bei T-Trägern an dem Ansatz der Flantschen an die Mittelrippe statt; auch sie sind nur selten zu berücksichtigen. Man sehe übrigens die oben angezogenen Quellen.

§. 12.

Träger mit gemeinsamer Belastung.

Wenn zwei prismatische Träger mit ihren Mitten aufeinander liegen und an diesem Punkte gemeinsam durch eine Kraft P belastet sind, während sie an den Enden aufliegen, so werden sie um gleichviel gebogen, wobei die Summe ihrer Gegenwirkungen P' und P'' mit P ins Gleichgewicht tritt. Die beiden Gegenwirkungen verhalten sich aber nach der Formel Zeile II., Spalte 2, Seite 10 wie folgt:

$$\frac{P'}{P''} = \frac{J' E'}{J'' E''} \frac{l''^3}{l'^3},$$

woraus, da:

$$P' = 4 \frac{\mathfrak{S}' J'}{a' l'} \text{ und } P'' = 4 \frac{\mathfrak{S}'' J''}{a'' l''},$$

folgt:

$$\frac{\mathfrak{S}'}{\mathfrak{S}''} = \frac{E'}{E''} \frac{a'}{a''} \left(\frac{l''}{l'}\right)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$