§. 10.

Das conform-perspektivische System.

Wir wenden uns weiter zur Entwickelung desjenigen Systems, in welchem das *Princip der Conformität* als dominirendes waltet.

Eine einfache geometrische Ueberlegung zeigt, dass es nicht möglich ist, innerhalb sämmtlicher horizontalen und vertikalen Linien der Bedingung der Conformität Genüge zu leisten. Wir müssen uns also darauf beschränken, wenigstens die wichtigsten dieser Linien in den Genuss der Conformität zu setzen. Die wichtigsten Linien sind aber im Allgemeinen der *Horizont* und die *Vertikalen*, die wir ja bereits durch die ihnen zugestandene Unerlässlichkeit ihrer collinearen Abbildung ausgezeichnet haben.

Stellen wir für diese die Bedingung der Conformität auf, so zeigt eine nähere geometrische Untersuchung, dass es nicht blos möglich ist, dieser Bedingung ganz zu genügen, sondern dass auch durch sie das System vollständig bestimmt ist. —

Es ist leicht, aus den Grundbedingungen, durch welche wir hiemit das System definirt haben, auch ein Constructionsverfahren für dasselbe abzuleiten.

Fig. 1 u. 4. (Tafel I.) Dieses ist durch *Fig. 1* und *4* illustrirt. (*Fig. 4* ist nur in $^1/_3$ des Massstabs von *Fig. 1* skizzirt.) — Als Objekt ist eine vierfache Reihe von gleichen quadratischen Säulen in gleichen Abständen gedacht. *Fig. 4* zeigt den Grundriss. Die Höhe der Säulen ist gleich der Linie ab; sie ist durch Fugen in sechs gleiche Theile getheilt, (Punkt c bezeichnet die zweite Fuge von unten). — Punkt O repräsentirt den *Ort des Auges.* Der *Horizont* ist in gleicher Höhe mit dem Auge (also Horizontebene horizontal) angenommen und liegt in der Höhe der Punkte c.

Es wurden nun zunächst nach den einzelnen Punkten des Grundrisses, — der in der Horizontebene liegend gedacht werden mag, — Sehstrahlen von O gezogen. Um die von denselben gebildeten Winkel zu messen, wurde ein Kreis um O geschlagen, auf welchem die Schnittpunkte der einzelnen Strahlen markirt wurden. Der Halbmesser des Kreises ist durch das — nach Belieben zu wählende — *Verjüngungsverhältniss* bestimmt und wurde in *Fig. 4* (entsprechend einem Verjüngungsverhältniss = *1*) gleich der Entfernung des Auges von der Ebene der vordersten Säulenflächen gewählt.

Die erhaltene Kreiseintheilung wurde alsdann rectificirt und auf den geradlinigen Horizont in *Fig. 1* übertragen, z. B. wurde die Strecke $F_y \gamma$ in *Fig. 1* gleich dem Bogen $F_y \gamma$ in *Fig. 4* gemacht.

Um hierauf die Höhen zu ermitteln, die in den gefundenen Punkten des Horizonts, z. B. in Punkt γ, nach aufwärts und abwärts aufgetragen werden müssen, kann man sich eine vertikale Ebene durch die Säulenkante c (*Fig. 4*) und das Auge O gelegt denken, in dieser nach den einzelnen Theilpunkten der Kante Strahlen von O ziehen und deren Winkel durch einen aus O mit Halbmesser $O\gamma$ geschlagenen Kreis messen. — Um dies praktisch auszuführen, wurde die ganze Ebene um die Linie Oc gedreht, bis sie mit der Horizontebene zur Coincidenz kam. In dieser Lage fällt die Kante in die Linie ab (senkrecht zu Oc), und der Kreis fällt mit dem horizontalen Kreis zusammen, so dass jetzt die Kreisbögen unmittelbar gemessen und in rectificirter Länge auf die in *Fig. 1* durch die Punkte des Horizonts gezogenen Vertikalen aufgetragen werden können. Zum Beispiel wurden die Strecken $\gamma\alpha$ und $\gamma\beta$ in *Fig. 1* gleich den rectificirten Kreisbögen $\gamma\alpha$ und $\gamma\beta$ in *Fig 4* gemacht [1]).

Dies Verfahren wurde bei sämmtlichen Kanten angewendet, und wurde dadurch das Bild in *Fig. 1* gewonnen.

Um den charakteristischen Unterschied zwischen der *collinearen* und *conformen* Perspektive auch in der Construktion recht deutlich hervortreten zu lassen, wurde zur Herstellung des collinearperspektivischen Bildes *Fig. 2* ein ganz ähnliches Verfahren benützt. — Das Bild umfasst nur die in *Fig. 4* schraffirte Säulenpartie. Fig. 2. (Tafel I.)
Das *Auge* ist ebenfalls in O in der Höhe der Punkte c angenommen. Der *Hauptpunkt* des Bildes soll in die Säulenkante k fallen, die *Bildebene* ist demgemäss senkrecht zu Ok im Schnittpunkt H mit dem Kreise gedacht. — Es wurden nun auf der Kreistangente in H die Schnittpunkte der einzelnen Sehstrahlen markirt und die so erhaltenen Punkte auf den Horizont in *Fig. 2* übertragen. Die Höhen, welche

---

[1]) Diese Bögen $F_y \gamma$ und $\gamma\beta$, welche als *Abscissen* und *Ordinaten* der Bildpunkte funktioniren, sind dieselben, die *Fick* (vergl. *Helmholtz* S. 461) unter der Bezeichnung *Longitudo* und *Latitudo* zur Bestimmung der momentanen Blicklinie verwendet hat. *Helmholtz* verwendet hiezu andere Winkel, indem er zuerst die Blickebene sich um den *Erhebungswinkel* gehoben und dann die Blicklinie in der Blickebene um den *Seitenwendungswinkel* seitwärts gewendet denkt. Diese letztere Bestimmungsweise werden wir bei dem nachher zu besprechenden System in Anwendung bringen.

schliesslich in den gewonnenen Horizontpunkten nach aufwärts und abwärts aufzutragen sind, wurden dadurch gefunden[1]), dass in dem betreffenden Kreispunkte, z. B. in γ, eine Tangente gezogen und auf dieser die Schnittpunkte der Sehstrahlen markirt wurden, die nach den Punkten der umgelegten (und mit der Tangente parallelen) Höhe ab führen.

Es mag ausdrücklich hervorgehoben werden, dass — wie aus dieser Construktion unmittelbar hervorgeht — die gegenseitige Lage der einzelnen Punkte zu einander im *collinearen* und im *conformen* Bilde genau die nämliche ist. Denken wir uns das Zeichenblatt aus elastischer Substanz bestehend, so könnte die eine Bildform in die andere übergeführt werden vermittelst blosen Ausdehnens und Zusammenziehens des Blattes.

Wir wenden uns nunmehr an die geometrische Charakterisirung des bei der *conformen Perspektive* resultirenden Bildes.

Zu diesem Zwecke mag vor allem Folgendes bemerkt werden: Wir könnten unser ganzes Problem auch in der Art auffassen, dass wir das Objekt zuerst — wie es in §. 5 geschehen ist — auf ein *hohlkugelförmiges Gesichtsfeld* projiciren und dieses sphärische Bild dann nach einem *kartographischen System* auf einer Ebene abbilden. — Es ist leicht ersichtlich, dass es alsdann das System der *quadratischen Plattkarten* wäre, welches unserem *conform-perspektivischen* System entsprechen würde[2]).

Die Horizontalen bilden sich im conformen System alle in Curven ab, die gegen den Horizont concav sind. Diejenigen in der Breitenrichtung würden sich — gehörig verlängert — alle in zwei Punkten des Horizonts schneiden, die in *Fig. 4* durch F_x und F_x' bezeichnet sind; in *Fig. 1* fallen sie ausserhalb des Blattes. — Ebenso würden sich die Curven der Horizontalen in der Tiefenrichtung gehörig verlängert in zwei Punkten schneiden, von denen der eine in *Fig. 1* und *4* durch F_y bezeichnet ist, der andere in *Fig. 4* antipodisch mit F_y liegen würde.

---

[1]) Dass dies nicht an der schraffirten Partie der *Fig. 4*, sondern an der Partie rechts angedeutet ist, wird nicht geniren.

[2]) Wenn wir uns im Folgenden häufig des kurzen Ausdrucks »*conformes Bild*« (*opp. collineares Bild)* bedienen werden, so darf dieser Ausdruck selbstverständlich nicht verwechselt werden mit dem *Gauss*'schen Begriff der »*conformen Abbildung*«. Die *quadratischen Plattkarten* sind bekanntlich nichts weniger als *conform* im *Gauss*'schen Sinn.

Diese Punkte F_x und F_y spielen in der conformen Perspektive eine ganz ähnliche Rolle wie die *Fluchtpunkte* in der collinearen Perspektive. Man erkennt dies leicht, wenn man eine kleinere Partie des Bildes als Ganzes für sich betrachtet, z. B. die zwischen den Punkten q und r liegende Partie, — dieselbe, welche in *Fig. 2* in collinearer Perspektive abgebildet ist.

Was ferner die Natur dieser Curven anlangt, so lässt sich ihre Gleichung leicht angeben.

Wird der Horizont als *Abscissenachse,* Punkt F_y als *Ursprung* gewählt, wird ferner die Entfernung des Auges von der Ebene der vordersten Säulenflächen mit d *(Augdistanz)* — und die Höhe einer in dieser Ebene liegenden Horizontalen über dem Horizont mit h bezeichnet: so lautet die Gleichung der Curve, in welcher sich diese Horizontale abbildet:

$$tg\,\frac{y}{d} = \frac{h}{d}\cos\frac{x}{d}\ [1]).$$

[1]) Wir betrachten z. B. die oberste Curve, für welche also $h = cb$ ist. x und y seien die Coordinaten irgend eines Punktes derselben, z. B. des Punkts β *(Fig. 1).* Der Winkel $F_y O \gamma$ *(Fig. 4)* werde — ausgedrückt in Theilen des Halbmessers — durch φ, Winkel $\gamma O \beta$ durch ψ bezeichnet. Dann ist zunächst:

$$x = arc\, F_y\gamma = d.\varphi,$$
$$y = arc\, \gamma\beta = d.\psi,$$

oder:

$$\varphi = \frac{x}{d},$$
$$\psi = \frac{y}{d}.$$

Ferner kann man für die Strecke Oc den doppelten Werth anschreiben:

$$1)\quad Oc = \frac{OF_y}{cos\,\varphi} = \frac{d}{cos\,\varphi},$$
$$2)\quad Oc = \frac{cb}{tg\,\psi} = \frac{h}{tg\,\psi}.$$

Hieraus folgt:

$$\frac{tg\,\psi}{h} = \frac{cos\,\varphi}{d},$$

oder mit Einsetzung der obigen Werthe:

$$tg\,\frac{y}{d} = \frac{h}{d}\cos\frac{x}{d}.$$

Wird der Halbmesser des Masskreises nicht $= d$, sondern kleiner gewählt und mit r bezeichnet, so lautet die Gleichung:

$$tg\,\frac{y}{r} = \frac{h}{d}\cos\frac{x}{r}.$$

(Die letztere Gleichung kommt auch zur Anwendnng, wenn die Curve nicht in der vordersten Frontebene liegt; es ist alsdann unter d die Entfernung des Auges von der Ebene der Curve zu verstehen.)

Für diejenigen Curven, welche sehr nahe dem Horizonte liegen, ist $\frac{y}{d}$ sehr klein, und kann daher die Funktion tg durch den Bogen ersetzt werden. Die Gleichung vereinfacht sich dann in:

$$y = h \cos \frac{x}{d}.$$

Wir erkennen also, dass diejenigen Curven, welche sehr nahe dem Horizont liegen, als einfache *Cosinuslinien* betrachtet werden können. Diejenigen in grösserer Entfernung können wir als *modificirte Cosinuslinien* bezeichnen.

Wenn wir zu Anfang dieses Paragraphen sagten, die wichtigsten Linien, für welche vor allen andern die Bedingung der *Conformität* verlangt werden müsse, seien im Allgemeinen der Horizont und die Vertikalen, so fügten wir dieses »im Allgemeinen« mit Absicht hinzu. Wir haben am Schlusse des §. 7 (S. 37) auf den Fall eines Objektes von sehr geringer Breitenausdehnung mit vertikaler Symmetralachse aufmerksam gemacht. Bei einem solchen Objekt (Beispiel: menschliche Figur *en face*) kommt der Symmetralachse dieselbe ausgezeichnete Bedeutung zu, wie bei einem in die Breite ausgedehnten Objekt dem Horizont, und die Rolle, die dort die Vertikalen spielten, wird hier von den Horizontalen übernommen.

Wenn wir demgemäss für ein solches Objekt das Princip aufzustellen haben werden, dass innerhalb der Symmetralachse und sämmtlicher Horizontalen Conformität herschen soll: so ist leicht ersichtlich, dass wir jetzt in der durch das Auge und die Achse gelegten vertikalen Ebene genau die nämliche Construktion haben, die wir vorher in der Horizontebene hatten. — Nehmen wir im Bilde die Symmetralachse als Abscissenachse (also die Ordinaten in horizontaler Lage), so würden die Abscissen dem *Erhebungswinkel*, die Ordinaten dem *Seitenwendungswinkel* (vergl. S. 45, Anm.) proportional werden.

Fig. 6. (Tafel II.) Auf diese Weise wurde *Fig. 6* construirt. — Die zwei Curven, als welche sich die vertikalen Umrisslinien darstellen, haben genau denselben Charakter wie die zwei horizontalen Curvaturen in *Fig. 1*, die dem Horizont zunächst liegen. Sie können als einfache *Cosinuslinien* angesehen werden [1]).

---

[1]) Es kann auch sehr wohl in einem und demselben Bilde eine **Combinirung** der durch Fig. 1 und 6 repräsentirten zwei Systeme zu einem *Misch-*