III. Höhenmessung.

§. 18. Theorie.

Der Herr Geheime Rath *Bessel* hat (Gradmessung in Ostpreussen Seite 193) bereits die nothwendigen Formeln zur Berechnung eines trigonometrischen Nivellements gegeben; es würde daher streng genommen hier nur nöthig sein darauf hinzuweisen. Da es aber manchem Leser angenehm sein dürfte, hier alles beisammen zu finden, so wird es nicht unzweckmäsig erscheinen, wenn ich die dort gegebenen Ausdrücke hier wiederhole, und in Bezug auf praktische Anwendung möglichst zu erweitern suche.

Bezeichnet man die Höhen zweier Punkte *A* und *B* über der Meeresfläche durch *h* und *h'* (Fig I.); ihre gegenseitigen Zenithdistanzen durch *z* und *z'*; die Strahlenbrechung in *A* durch Δz , die in *B* durch $\Delta z'$, so ist die Zenithdistance der *A* mit *B* verbindenden geraden Linie in *A* $= z + \Delta z$; die Zenithdistance derselben Linie in *B* $= z' + \Delta z'$. Nennt man ferner den Winkel, den die beiden durch *A* und *B* gehenden Lothlinien an ihrem Durchschnittspunkt *) mit einander machen *C*, und den Krümmungsradius *r*, so hat man in dem ebenen Dreieck *ABC* die drei Winkel

$$ABC = 180^\circ - z' - \Delta z'$$

$$BAC = 180 - z - \Delta z$$

$$BCA = C$$

$$\text{ihre Summe } 180^\circ = 360^\circ + C - (z' + \Delta z' + z + \Delta z)$$

$$\text{oder } z' + \Delta z' + z + \Delta z = 180^\circ + C \dots\dots\dots 1.$$

*) Obgleich ein Durchschnitt zweier Lothlinien auf dem Erdellipsoid in aller Strenge nur bedingungsweise stattfindet, so wird doch mit Rücksicht darauf, daß die Breitendifferenz zweier von einander sichtbaren Punkte nicht groß sein kann, der Fehler unberücksichtigt bleiben können. Dies wird anschaulich, wenn man sich die beiden Punkte auf einer Kugeloberfläche denkt, deren Radius dem mittleren Krümmungsradius der, beide Punkte verbindenden Linie gleich ist.

Setzt man $\Delta z' + \Delta z = kC$, so nennt *Gaußs* den Werth von k den Coefficienten der Strahlenbrechung (die französischen Gelehrten verstehen in der Regel unter diesem Coefficienten $\frac{1}{2}k$), welcher in den Winkel am Centrum multiplicirt, die Summe der Brechungswinkel an den Endpunkten der Linie AB angebt. Führt man kC in die Gleichung 1. ein, so folgt

$$z' + z - 180 = (1 - k)C$$

Wenn nun C einen kleinen Winkel und s dessen Bogen bedeutet, so ist $C = \frac{s\omega}{r}$, wobei $\omega = 206264,8''$ ist, und man erhält

$$(z' + z - 180) \frac{r}{s\omega} = 1 - k \dots \dots 2.$$

Diese Gleichung giebt den Coefficienten der Strahlenbrechung aus der Entfernung und den gegenseitig gleichzeitig beobachteten Zenithdistanzen, und mithin auch die Summe der beiden Brechungswinkel.

Wenn q und q' die Krümmungshalbmesser im Meridian und senkrecht darauf bezeichnen, so ist

$$\frac{\omega}{q} = \frac{\omega \sqrt{(1 - ee \sin^2 \varphi)^2}}{a(1 - ee)}$$

$$\frac{\omega}{q'} = \frac{\omega \sqrt{(1 - ee \sin^2 \varphi)}}{a}$$

wo φ die Polhöhe des Punktes für welchen die Krümmungshalbmesser gesucht werden, a die große Axe und e die Excentricität der Erde bedeuten. Ferner ist für ein Azimuth α

$$\frac{\omega}{r} = \frac{\omega}{q} \cos^2 \alpha + \frac{\omega}{q'} \sin^2 \alpha$$

Den mittleren Krümmungsradius einer Linie erhält man, wenn man die Polhöhe und das Azimuth ihrer Mitte anwendet.

Die beiden Seiten des Dreiecks $r+h$ und $r+h'$ nebst dem eingeschlossenen Winkel C geben ferner

$$2r+h'+h : h'-h = \text{Cotg } \frac{1}{2}C : \text{tang } \frac{1}{2}(z'+\Delta z'-z-\Delta z)$$

denn es ist

$$\frac{1}{2}(BAC - ABC) = \frac{1}{2}(z' + \Delta z' - z - \Delta z)$$

daher

$$h'-h = \left(1 + \frac{h'+h}{2r}\right) 2r \text{ tang } \frac{1}{2}C \text{ tang } \frac{1}{2}(z' + \Delta z' - z - \Delta z) \dots \dots 3.$$

Setzt man in diese Gleichung successive die Werthe von $z' + \Delta z'$, und $-z - \Delta z$, wie sie sich aus Gleichung 1. ergeben, so erhält man, weil sowohl $\tan(90 + \alpha)$ als auch $\tan(\alpha - 90) = -\cotg \alpha$ ist:

$$h' - h = \left(1 + \frac{h' + h}{2r}\right) 2r \tan \frac{1}{2} C \cotg \left(z + \Delta z - \frac{1}{2} C\right) \dots 4.$$

$$h - h' = \left(1 + \frac{h' + h}{2r}\right) 2r \tan \frac{1}{2} C \cotg \left(z' + \Delta z' - \frac{1}{2} C\right) \dots 5.$$

Aus diesen beiden Gleichungen kann die Brechung des Strahls an jedem Endpunkt, oder jeder der beiden Werthe Δz und $\Delta z'$ für sich bestimmt werden, sobald die Höhen beider Punkte, ihre Entfernung und die gleichzeitig gegenseitig gemessenen Zenithdistanzen bekannt sind. Punkte in der Nähe der Meeresküste, deren Höhen vom Strande aus unabhängig von einander abnivellirt werden können, eignen sich zur Lösung dieser Aufgabe. Aus Gleichung 3. kann in diesem Fall auch die Differenz der Brechungen oder $\Delta z' - \Delta z$ gefunden werden, deren Summe schon durch die Gleichung 1. oder 2. gegeben ist.

Alle bisherigen Bestimmungen haben sich lediglich auf den Coefficienten k beschränkt: so lange daher nichts Näheres über die Werthe von $\Delta z'$ und Δz bekannt ist, wird man beide einander gleich annehmen müssen; das heißt: man setzt alsdann voraus, daß die Curve des Lichtstrahls an beiden Enden, mit der Sehne gleiche Winkel mache, welches streng genommen nur dann stattfinden kann, wenn die Dichtigkeiten der Luft an beiden Endpunkten gleich sind. Diese Voraussetzung wird der Wahrheit desto näher kommen je geringer die Höhenunterschiede sind. Man erhält also hiernach:

$$\Delta z' = \Delta z = \frac{k}{2} C$$

Setzt man diesen Werth in die obigen Gleichungen 3. und 4. und überlegt, daß, wenn h und h' nicht sehr beträchtliche Höhen sind, der erste Faktor mit 1, und $2r \tan \frac{1}{2} C$ mit der Entfernung s verwechselt werden können, so gehen diese Gleichungen über in

$$h' - h = s \tan \frac{1}{2} (z' - z) \dots 6.$$

$$h' - h = s \cotg \left(z - \frac{1-k}{2} C\right)$$

oder wenn man den Winkel C durch den Bogen, oder die Entfernung s , ausdrückt

$$h' - h = s \cotg \left(z - \frac{s \omega}{2r} (1 - k)\right) \dots 7.$$

Wird nun $z = 90 - e$ gesetzt, wo e die Elevation oder Depression bedeutet, dann wird

$$h' - h = s \operatorname{tang} \left(e + \frac{s \omega}{2r} (1 - k) \right)$$

und wenn man die Tangente mit dem Bogen vertauscht

$$h' - h = \frac{se}{\omega} + \frac{s^2(1-k)}{2r} \dots \dots 8.$$

Die Gleichung 6. giebt den Höhenunterschied aus gleichzeitigen gegenseitigen Zenithdistanzen unabhängig von der Strahlenbrechung. Wendet man diese Gleichung auf blofs gegenseitige, aber nicht gleichzeitige Zenithdistanzen an, so wird vorausgesetzt, dafs die Strahlenbrechung zu den verschiedenen Beobachtungszeiten gleich gewesen sei.

Die Gleichungen 7. und 8. geben den Höhenunterschied aus einseitigen Zenithdistanzen, unter Voraussetzung eines bekannten Werthes der Strahlenbrechung. Die Gleichung 8. zeigt ausserdem, dafs die Elevation in einem einfachen, die Strahlenbrechung aber in einem quadratischen Verhältnifs zur Entfernung steht; woraus hervorgeht, dafs jede Änderung der Strahlenbrechung, in der doppelten Entfernung, eine vierfache Höhenänderung zur Folge hat. Hierdurch wird die Erscheinung erklärt, dafs bei wachsender Strahlenbrechung ferne, vorher unsichtbare Höhen oder Gegenstände, hinter näheren zum Vorschein kommen; und dafs umgekehrt, bei abnehmender Strahlenbrechung, ferne, vorher sichtbare Punkte, hinter näheren verschwinden. Ein 10 Meilen entfernter Gegenstand ändert in der Regel, durch die Variation der Strahlenbrechung, seine scheinbare Höhe an einem Tage um mehr als 100 Fufs.

Ist in einem Punkte A die Zenithdistance des Meereshorizontes beobachtet worden, dann wird die Linie AB eine Tangente und daher $h = 0$, $z = 90^\circ$. Mit diesen Werthen erhält man

aus Gleichung 2. $1 - k = \frac{r}{s \omega} (z - 90) \dots \dots \dots 9.$

aus Gleichung 7. $-h = s \operatorname{cotg} \left(z - \frac{s \omega}{2r} (1 - k) \right) \dots \dots 10.$

Wird nun der Werth von z aus Gleichung 9. in die Gleichung 10. gesetzt dann ist

$$-h = s \operatorname{cotg} \left(\frac{s \omega}{2r} (1 - k) + 90 \right) = -s \operatorname{tang} \frac{s \omega}{2r} (1 - k)$$

oder

oder wenn man die Tangente mit dem Bogen vertauscht

$$h = s^2 \left(\frac{1-k}{2r} \right) \dots 11.$$

Setzt man den Werth von $1-k$ aus Gleichung 9. in die Gleichung 10. dann wird

$$-h = s \cotg \frac{1}{2}(z+90) = s \tan \frac{1}{2}(90-z)$$

oder da $z > 90^\circ$ und $\tan \frac{1}{2}(90-z)$ negativ ist, ohne Rücksicht auf die Zeichen

$$h = s \tan \frac{1}{2}(z-90)$$

und für s den Werth aus Gleichung 11. gesetzt, giebt

$$h = \frac{2r}{1-k} \cotg \frac{1}{2}(z+90)^2 = \frac{2r}{1-k} \tan \frac{1}{2}(z-90)^2 = \frac{r}{2(1-k)} \left(\frac{z-90^\circ}{\omega} \right)^2 \dots 12.$$

Für $z = 90 - e$ wird

$$h = \frac{2r}{1-k} \cotg (90 - \frac{1}{2}e)^2 = \frac{2r}{1-k} \tan \frac{1}{2}e^2 = \frac{r}{2(1-k)} \left(\frac{e}{\omega} \right)^2 \dots 13.$$

Vergleicht man die Werthe von h aus Gleichung 11. 12. und 13. so ergibt sich

$$s = \frac{2r}{1-k} \tan \frac{1}{2}(z-90) = \frac{r}{1-k} \left(\frac{z-90}{\omega} \right) = \frac{-re}{(1-k)\omega} \dots 14.$$

Die Gleichung 11. giebt das Maximum der Entfernung, auf welche man von einer Höhe h den Meereshorizont sehen kann. Man würde diese Gleichung auch erhalten haben, wenn man die Gleichung 8. in Bezug auf s differentiirt, den Differential-Quotienten gleich Null gesetzt, und den dadurch erhaltenen Werth von e in der erwähnten Gleichung 8. substituirt hätte.

Die Gleichungen 12. und 13. dienen entweder zur Bestimmung der absoluten Höhe, wenn die Strahlenbrechung als bekannt angenommen wird; oder zur Bestimmung der Strahlenbrechung, wenn die Höhe anderweitig schon bekannt ist.

Die Gleichung 14. giebt wie Gleichung 11. das Maximum der Entfernung, in Bezug auf den Meereshorizont, aus der Zenithdistance und Strahlenbrechung.

Werden bei einem Nivellement die gegenseitigen und gleichzeitigen Zenithdistancen zwischen zwei auf einander folgenden Stationen mehrfach beobachtet, so können die wahrscheinlichen Fehler der Höhenunterschiede sowohl, wie der absoluten Höhen, auf folgende Weise bestimmt werden:

Nennt man M den mittleren Werth von $\frac{1}{2}(z' - z)$ in Gleichung 6., so ist der Fehler jedes einzelnen dieser Werthe

$$v = \frac{1}{2}(z' - z) - M$$

Bedeutet nun ε den mittleren, und w den wahrscheinlichen Fehler, so hat man aus der Theorie der Methode der kleinsten Quadrate

$$1. \dots \varepsilon\varepsilon = \frac{1}{n}(vv)$$

wo n die Anzahl der Beobachtungen und (vv) die Summe der Quadrate der Fehler v ist.

$$2. \dots w = \varepsilon \cdot 0,6745$$

Aus diesem Werth von w in Secunden erhält man leicht w_1 , den wahrscheinlichen Fehler des Höhenunterschiedes zweier Stationen, in dem Maß der Entfernung s ; denn es ist, wenn $\frac{z' - z}{2} = Z$ gesetzt wird, nach Gleichung 6.

$$dh = \frac{s \cdot dZ}{\cos Z^2}$$

Da aber Z stets ein sehr kleiner Winkel ist, so kann $\cos Z = 1$ angenommen werden. Wird $dZ = w$, dann wird $dh = w_1$, und man erhält den wahrscheinlichen Fehler des Höhenunterschiedes zweier Stationen

$$w_1 = \frac{s w}{\omega}$$

Sind nun $w_1, w_2, \dots$ die wahrscheinlichen Fehler der Höhenunterschiede der einzelnen Stationen, so ist der wahrscheinliche Fehler der absoluten Höhe jeder Station

$$W = \sqrt{(w_1^2 + w_2^2 + \dots)}$$

A u f g a b e n.

1. Aus Gleichung 11. erhält man, wie schon oben erwähnt wurde, die Entfernung, wie weit man von einer gegebenen Höhe bei einer bekannten Strahlenbrechung ins Meer hinaussehen kann. Eben so leicht läßt sich auch die Aufgabe lösen: wie weit zwei gegebene Höhen h und H von einander gesehen werden können, wenn kein anderes Hinderniß als das Meer dazwischen liegt.

Es seien s und s' die Maxima der Entfernungen welche mit den Hö-

hen h und h' korrespondiren; dann ist die gesuchte Entfernung $S = s + s'$ und man erhält aus Gleichung 11.

$$A. \dots\dots S = \sqrt{\frac{2r}{1-k}} \{ \sqrt{h} + \sqrt{h'} \}$$

und wenn man die Werthe von s aus Gleichung 14. nimmt.

$$B. \dots\dots S = \frac{2r}{1-k} \left\{ \tan \frac{1}{2}(z - 90^\circ) + \tan \frac{1}{2}(z' - 90^\circ) \right\} = \frac{r}{(1-k)\omega} \left\{ z + z' - 180^\circ \right\} \\ = \frac{-r}{(1-k)\omega} \left\{ e + e' \right\}$$

Der letztere Werth wird positiv, weil sowohl e als e' Depressionen sein müssen.

Wenn in der Gegend des niedrigsten Punktes der Sehlinie zwischen zwei Höhen H und H' , eine andere h , liegt, und man will die gegenseitige Sichtbarkeit der beiden ersten ermitteln, so darf man nur in der Gleichung A. $h = H - h$, und $h' = H' - h$, setzen, und die dadurch erhaltene Entfernung mit der wahren vergleichen.

Liegt h , an einer andern Stelle, z. B. von H in einer Entfernung s , so erhält man aus Gleichung 8. die Zenithdistance e der Gesichtslinie von H nach h ; nämlich $e = \frac{\omega}{s}(h, -H) - \frac{s\omega}{2r}(1-k)$

Ist nun S die Entfernung zwischen H und H' so findet man für diese, und die eben ermittelte Zenithdistance, eine Höhe H'' , welche über h , hinweg, in der Entfernung S eben anfangen würde sichtbar zu werden; nämlich:

$$H'' - H = \frac{S}{s}(h, -H) + (S^2 - Ss) \left(\frac{1-k}{2r} \right)$$

Ist nun $H'' < H'$ dann ist die gesuchte Sichtbarkeit vorhanden, ist aber $H'' > H'$ dann ist dieselbe unmöglich.

Anmerkung. Für das Maximum der Sichtbarkeit, wenn kein anderes Hinderniß als die Krümmung der Erde vorhanden ist, findet zwischen Entfernung und Höhe eine höchst einfache Relation statt, welche ich hier mittheile, weil sie für den praktischen Gebrauch äußerst bequem ist. Aus Gleichung 11. hat man $s^2 = \frac{2r}{1-k} h$. Für einen mittleren Krümmungshalbmesser und die *Gauß'sche* Strahlenbrechung, d. h. $k = 0,1306$, geht dieser Ausdruck über in:

$$s^2 = 2743,5 h \text{ in Toisen.}$$

Verwandelt man s in Preussische Meilen à 2000 Preussische Ruthen, während h in Toisen bleibt, so wird $s^2 = 0,5039 h$. Setzt man diesen Coefficienten

2. Wenn von einem Punkt A die Zenithdistance z nach dem Meereshorizont, und die Zenithdistance z' nach einem Punkt B an der Küste (d. h. wo Wasser und Land sich berühren) gemessen sind, so läßt sich, wenn die Strahlenbrechung als bekannt angenommen wird, h die Höhe des Punktes A , und s' die Entfernung von B , bestimmen.

Für die Beobachtung des Meereshorizontes hat man aus Gleichung 12.

$$-h = -\frac{r}{2(1-k)} \left(\frac{e}{\omega}\right)^2$$

woraus h gefunden werden kann.

Für den Punkt B ist $h' = 0$, man erhält daher aus Gleichung 8.

$$-h = \frac{s' e'}{\omega} + s'^2 \left(\frac{1-k}{2r}\right)$$

wo $e = 90 - z$ und $e' = 90 - z'$.

Setzt man nun beide Werthe von h einander gleich, so folgt

$$s' = \frac{r e'}{\omega(1-k)} \left\{ -1 + \sqrt{1 - \frac{e^2}{e'^2}} \right\}$$

Ist die Höhe h anderweitig schon bekannt, dann kann die Entfer-

$= 0,5$ oder was dasselbe ist, nimmt man die Strahlenbrechung $= 0,1237$ an, so erhält man ganz einfach:

$$2s^2 = h$$

wo die Höhe h in Toisen, und die Entfernung s in Preussischen Meilen ausgedrückt ist. Eben so hat man auch $2s'^2 = h'$ folglich

$$S = s + s' = \sqrt{\frac{h}{2}} + \sqrt{\frac{h'}{2}}$$

wo S die größte Entfernung in Meilen ist, auf welche zwei Berge von einander gesehen werden können, deren Höhen h und h' in Toisen bekannt sind; z. B. von zwei Bergen, deren Höhen respektive 50 und 200 Toisen betragen, gestattet der erste eine Aussicht auf 5, der andere eine Aussicht auf 10 Meilen, beide sind also unter einander auf 15 Meilen sichtbar, wenn kein anderes Hinderniß als das Meer dazwischen ist. Man kann auch anstatt der Preussischen, geographische Meilen setzen, ohne einen für praktische Zwecke erheblichen Fehler zu begehen.

Die hier vorausgesetzte Brechung fällt nach §. 32. des Vormittags zwischen 8 und 9 Uhr, und des Nachmittags zwischen 3 und 4 Uhr. Näher am Mittage wird in der Regel die Sichtbarkeit nicht statt finden, und näher am Morgen oder näher am Abend werden die Höhen über den Horizont hervortreten.

nung s' unabhängig von der Strahlenbrechung gefunden werden; denn aus Gleichung 12. ergibt sich alsdann

$$1 - k = \frac{r}{2h} \left(\frac{e}{\omega} \right)^2$$

und wenn dieser Werth von $1 - k$ in dem Ausdruck für s' substituirt wird, dann erhält man

$$s' = \frac{2h e' \omega}{e^2} \left\{ -1 + \sqrt{1 - \frac{e^2}{e'^2}} \right\}$$

Es ist leicht einzusehen, dafs auf diese Weise so viel Entfernungen bestimmt werden können, als Zenithdistanzen nach Küstenpunkten gemessen wurden. Sind gleichzeitig auch die horizontalen Richtungen dieser Punkte beobachtet worden, so erhält man die Aufnahme einer ganzen Küstenstrecke. Zu bemerken ist hierbei, dafs alle Zenithdistanzen nach solchen Küstenpunkten gröfser sein müssen als die Zenithdistance des Meereshorizontes, weil man sonst nicht mehr sicher ist, ob man wirklich den Fuß der Küste gesehen hat. Es geht dies schon aus der Gleichung selbst hervor, denn sobald e' kleiner wird als e , so wird der Ausdruck imaginair. Wird $e' = e$, so ist $s' = \frac{2h\omega}{e}$ und dies ist der entfernteste sichtbare Punkt der Küste. Man findet denselben leicht, wenn man nach vollendeter Beobachtung der Zenithdistance des Meereshorizontes, horizontal mit dem Fernrohr, bei unveränderter Höhenrichtung bis zur Küste herumgeht; vorausgesetzt, dafs nicht nähere vorspringende Landspitzen die Sichtbarkeit verhindern. Dasselbe Verfahren kann man zu der Aufnahme eines jeden mit Bergen umgebenen Landsees benutzen, nur mufs alsdann die Höhe des Standpunktes über dem Niveau des Sees bestimmt, und anstatt h in der Rechnung eingeführt werden.

3. Wenn von einem Standpunkt A die Zenithdistanzen nach zwei andern Punkten B und C , deren Entfernungen und Höhen bekannt sind, gemessen wurden, so läfst sich die Höhe des Punktes A unabhängig von der Strahlenbrechung bestimmen, wenn diese in verschiedenen Richtungen als gleich angesehen wird.

Es seien h und h' die Höhen von B und C ; s und s' die Entfernungen dieser Punkte von A , und z und z' ihre Zenithdistanzen. Es soll daraus h die Höhe von A gefunden werden.

Man setze $e = 90 - z$; $e' = 90 - z'$ so erhält man aus Gleichung 8.

$$h' - h = \frac{se}{\omega} + s^2 \left(\frac{1-k}{2r} \right)$$

$$h'' - h = \frac{s'e'}{\omega} + s'^2 \left(\frac{1-k}{2r} \right)$$

Aus diesen beiden Gleichungen folgt nun

$$1 - k = \frac{2r}{s^2 - s'^2} \left\{ h' - h'' - \frac{se}{\omega} + \frac{s'e'}{\omega} \right\} \quad \text{und}$$

$$h = \frac{s'^2}{s^2 - s'^2} \left\{ \frac{se}{\omega} - h' - \frac{s^2}{s'^2} \left(\frac{s'e'}{\omega} - h'' \right) \right\}$$

Die letztere Gleichung wird gefunden, wenn man die beiden ersten addirt und darin den Werth von $1 - k$ substituirt.

4. Der vorigen ganz ähnlich ist die Aufgabe: Wenn von zwei bekannten Höhen B und C , die Zenithdistanzen nach einem dritten der Lage nach bekannten Punkte A gemessen wurden, die Höhe von A unabhängig von der Strahlenbrechung zu bestimmen.

Es sei die Höhe von $B = h'$; die von $C = h''$
 die Entfernung $BA = s'$; $CA = s''$
 die Zenithdistance von A in $B = z'$; in $C = z''$
 $90 - z' = e'$; $90 - z'' = e''$

Es soll daraus k die Strahlenbrechung, und h die Höhe von A bestimmt werden.

In B erhält man die Gleichung $h - h' = \frac{s'e'}{\omega} + s'^2 \left(\frac{1-k}{2r} \right)$

In C $h - h'' = \frac{s''e''}{\omega} + s''^2 \left(\frac{1-k}{2r} \right)$

und hieraus folgt:

$$1 - k = \frac{2r}{s'^2 - s''^2} \left\{ h'' - h' - \frac{s'e'}{\omega} + \frac{s''e''}{\omega} \right\}$$

$$h = \frac{s''^2}{s'^2 - s''^2} \left\{ h'' + \frac{s''e''}{\omega} - \left(h' + \frac{s'e'}{\omega} \right) \frac{s''^2}{s'^2} \right\}$$

Hierbei wird indessen vorausgesetzt dafs die Refraktionen in B und C gleich gewesen sind, welches selbst bei gleichzeitigen Beobachtungen nicht immer der Fall sein dürfte.

5. Sind dagegen an den Stationen *B* und *C* Zenithdistanzen nach mehreren der Lage nach bekannten Punkten *A*, *A'* gemessen worden, dann können, aufer den Höhen, für je zwei dieser Punkte, die Refraktionen in *B* und *C* besonders bestimmt werden, und es fällt die Voraussetzung von 4. fort.

Es sei gegeben

In <i>B</i>	In <i>C</i>
die Höhe h ;	 h''
die Entfernung <i>BA</i> s ;	<i>CA</i> s'
<i>BA'</i> s' ;	<i>CA'</i> s''

gemessen

die Elevation von <i>A</i> , $90 - z = e$;	$90 - z'' = e''$
— — — <i>A'</i> , $90 - z' = e'$;	$90 - z''' = e'''$

Es sollen bestimmt werden h_1 und h_2 , die Höhen von *A* und *A'*, und k und k' die Refraktionen in *B* und *C*.

Aus diesen Data erhält man vier Gleichungen:

In *B*:

$$h_1 - h' = \frac{se}{\omega} + s^2 \left(\frac{1-k}{2r} \right)$$

$$h_2 - h' = \frac{s'e'}{\omega} + s'^2 \left(\frac{1-k}{2r} \right)$$

In *C*:

$$h_1 - h'' = \frac{s''e''}{\omega} + s''^2 \left(\frac{1-k'}{2r} \right)$$

$$h_2 - h'' = \frac{s'''e'''}{\omega} + s'''^2 \left(\frac{1-k'}{2r} \right)$$

und hieraus folgt:

$$h_1 = \frac{1}{1 - \frac{s^2 s''^2}{s'^2 s'''^2}} \left\{ h' + \frac{se}{\omega} - \left(h'' + \frac{s'e''}{\omega} \right) \frac{s^2 s''^2}{s'^2 s'''^2} + \left\{ h'' + \frac{s''e''}{\omega} - h' - \frac{s'e'}{\omega} \right\} \frac{s^2}{s'^2} \right\} \dots 1.$$

$$h_2 = \frac{1}{1 - \frac{s^2 s''^2}{s'^2 s'''^2}} \left\{ h'' + \frac{s''e''}{\omega} - \left(h' + \frac{s'e'}{\omega} \right) \frac{s^2 s''^2}{s'^2 s'''^2} + \left\{ h' + \frac{se}{\omega} - h'' - \frac{s''e''}{\omega} \right\} \frac{s''^2}{s'''^2} \right\} \dots 2.$$

$$1 - k = \frac{2r}{s^2 - s'^2} \left\{ h_1 - h'' - \frac{se}{\omega} + \frac{s'e'}{\omega} \right\} \dots \dots \dots 3.$$

$$1 - k = \frac{2r}{s''^2 - s'''^2} \left\{ h_1 - h'' - \frac{s'e''}{\omega} + \frac{s'''e'''}{\omega} \right\} \dots \dots \dots 4.$$

Es ist hierbei nicht nothwendig, daß die Beobachtungen in *B* und *C* gleichzeitig sind; sie können vielmehr zu ganz beliebigen Zeiten angestellt werden. Vorausgesetzt wird nur, daß die Strahlenbrechung während der Beobachtungen an einem Punkt sich gleich geblieben ist. Werden die Beobachtungen aber so angeordnet, daß sie alle auf ein mittleres Zeitmoment fallen, dann erhält man die Höhen auch dann noch richtig, wenn die Veränderungen der Refraktion den Zeiten proportional sind. *) Diese Reduction auf ein mittleres Zeitmoment findet statt, wenn man alle Objekte in gleichen Zeitintervallen zuerst, in der einen Lage des Kreises von links nach rechts, und dann in der andern Lage des Kreises von rechts nach links herum beobachtet; z. B. wenn zu einer Beobachtung 5 Minuten Zeit erforderlich sind, dann erhält man:

Für die Objekte		<i>A</i> ,	<i>A'</i> ,	<i>A''</i> ,	<i>A'''</i>	...
die Beobachtungszeiten mit Kreis links		4 ^u 0'	5'	10'	15'	
..... mit Kreis rechts		35	30	25	20'	
also für das mittlere Zeitmoment jeder Beobachtung		4 ^u 17' 30''.				

Wenn ähnliche Beobachtungen von einem zweiten Punkt nach denselben Objekten gemacht worden sind, so kann daraus der Coefficient der Strahlenbrechung so oft bestimmt werden, als die Objekte Verbindungen zu zweien zulassen. Werden diese Coefficienten von gleichen Werthen gefunden, dann geht die Strahlenbrechung der Zeit proportional, sind diese Werthe aber ungleich, dann befolgt die Strahlenbrechung ein anderes Gesetz.

6. Wenn von irgend einem Standpunkte nach einem Objekt, dessen Entfernung bekannt ist, verschiedene auf einander folgende Zenithdistancen genommen werden, so läßt sich zwar die, jeder folgenden Beobachtung zugehörige Veränderung des Coefficienten *k*, aber nicht der absolute Werth desselben bestimmen.

Es

*) Siehe Gradmessung in Ostpreußen Seite 176.

Es seien ${}_0z, {}_1z, {}_2z \dots$ die beobachteten Zenithdistancen,
 oder ${}_0e, {}_1e, {}_2e \dots$ die daraus hervorgehenden Elevationen,

$k, k + {}_0\Delta k, k + {}_1\Delta k \dots$ die entsprechenden Coefficienten der Strahlenbrechung;

ferner sei h die Höhe des Standpunktes, s die Entfernung und h' die Höhe des Objectes, so erhält man aus Gleichung 8.

$$h' - h = \frac{s_0e}{\omega} + \frac{s^2}{2r}(1 - k)$$

$$h' - h = \frac{s_1e}{\omega} + \frac{s^2}{2r}(1 - k) - \frac{s^2}{2r}{}_0\Delta k$$

$$h' - h = \frac{s_2e}{\omega} + \frac{s^2}{2r}(1 - k) - \frac{s^2}{2r}{}_1\Delta k$$

und hieraus folgen die Veränderungen des Coefficienten der Strahlenbrechung

$${}_0\Delta k = \frac{2r}{s\omega}({}_1e - {}_0e) = \frac{2r}{s\omega}({}_0z - {}_1z)$$

$${}_1\Delta k = \frac{2r}{s\omega}({}_2e - {}_0e) = \frac{2r}{s\omega}({}_0z - {}_2z)$$

B e i s p i e l e.

Es ist $\log r = 6,51528$ in Toisen; $\log \omega = 5,31443$, und k der Coefficient der Strahlenbrechung wird $= 0,1306$ angenommen.

1. In einer Entfernung von 30000 Toisen liegen zwei Berge, von denen der erste 100, der zweite 200 Toisen hoch ist; zwischen beiden, 10000 Toisen von dem ersten entfernt, liegt eine dritte Höhe 104,54 hoch: es soll ermittelt werden, ob die beiden ersten Berge unter einander sichtbar sind oder nicht.

$$H'' - H = \frac{S}{s}(h_1 - H) + S^2\left(\frac{1-k}{2r}\right) - Ss\left(\frac{1-k}{2r}\right)$$

$$H = 100^r; h_1 = 104,54; S = 30000^r; s = 10000^r.$$

$$\log(h_1 - H) = 0,65706$$

$$\log S^2 = 8,95424$$

$$\log Ss = 8,47712_n$$

$$\log \frac{S}{s} = 0,47712$$

$$\log \frac{1-k}{2r} = 3,12291$$

$$\log \frac{1-k}{2r} = 3,12291$$

$$\hline 1,13418$$

$$\hline 2,07715$$

$$\hline 1,60003_n$$

K

$$\begin{array}{r} \text{1stes Glied} + 13,62 \\ \text{2tes} - + 119,44 \\ \text{3tes} - - 39,81 \end{array}$$

$$\hline + 93,25$$

$$H = + 100$$

$$\hline H'' = + 193,25$$

Da H'' kleiner als 200 Toisen gefunden wurde, so sind beide Berge von einander sichtbar, und von H gesehen, ragt der zweite Berg noch um $6^{\text{r}},75$ über h , hervor.

2. Auf einer Höhe an der Küste hat man die Zenithdistance des Meereshorizontes $= 90^{\circ} 25' 2'',8$ und die Zenithdistance eines Punktes am Strande $= 93^{\circ} 49' 52''$ gefunden: es soll die Entfernung des letzteren bestimmt werden.

$$s' = \frac{r e'}{\omega(1-k)} \left\{ -1 + \sqrt{1 - \frac{e^2}{e'^2}} \right\}$$

$$e = -1502'',8; e' = -13792''$$

$$\log e^2 = 6,35380$$

$$\text{Cpl. } \log e'^2 = 1,72076$$

+1

$$\log \frac{e^2}{e'^2} = 8,07456 \dots 0,011873$$

$$\hline + 0,988127 \dots \log = 9,994813$$

$$\log \sqrt{1 - \frac{e^2}{e'^2}} = 9,997407 \dots 0,994046$$

$$\hline - 0,005954 \dots \log = 7,77481_n$$

$$\log e' = 4,13963_n$$

$$\log \frac{r}{\omega(1-k)} = 1,26163$$

$$\hline \log s' = 3,17607$$

$$s' = 1500 \text{ Tois.}$$

3. In einem Punkte A sind die Zenithdistanzen nach zwei andern Punkten B und C gemessen, und respective $= 90^{\circ} 13' 42'',9$ und $90^{\circ} 30' 44'',9$ gefunden worden. Die Höhe von B ist $= 90^{\text{r}}$, die von $C = 70^{\text{r}}$. Die

Entfernung von *A* nach *B* beträgt 2760^r, die von *A* nach *C* 3540^r. Es soll die Höhe von *A* unabhängig von der Strahlenbrechung gefunden werden.

$$h = \frac{s'^2}{s^2 - s'^2} \left\{ \frac{se}{\omega} - h' - \frac{s^2}{s'^2} \left(\frac{s'e'}{\omega} - h'' \right) \right\}$$

$s = 2760$; $s' = 3540$; $e = -822',9$; $e' = -1844,9$; $h' = 90$; $h'' = 70$

$\log(s + s') = 3,79934$	$\log s = 3,44091$	$\log s' = 3,54900$
$\log(s - s') = 2,89209_n$	$\log e = 2,91535_n$	$\log e' = 3,26598_n$
$\log(s^2 - s'^2) = 6,69143_n$	$\text{Cpl. } \log \omega = 4,68557$	$\text{Cpl. } \log \omega = 4,68557$
	1,04183 _n	1,50055 _n . . . - 31,663
		- $h'' = - 70$

$\frac{se}{\omega} = - 11,011$		$\frac{s'e'}{\omega} - h'' = - 101,663$
$-\frac{h'}{\omega} = - 90$		
$-\frac{s^2}{s'^2} \left(\frac{s'e'}{\omega} - h'' \right) = + 61,799$		$\log \left(\frac{s'e'}{\omega} - h'' \right) = 2,00716_n$
	- 39,212 1,59342 _n	$\log \frac{s^2}{s'^2} = 9,78382$
	$\log s'^2 = 7,09800$	1,79098 _n
$\text{Cpl. } \log(s^2 - s'^2) = 3,30857_n$		
		- 61,799
	$\log h = 1,99999$	

Die Höhe von *A* $h = 99,998$ Toisen.

Sind die Entfernungen *s* und *s'* in Logarithmen gegeben, dann schreibt man den ersten Faktor der Gleichung $\frac{s'^2}{s^2 - s'^2}$ besser $= \frac{1}{\frac{s^2}{s'^2} - 1}$.

4. Auf zwei Stationen *B* und *C*, deren Höhen respective 150 und 300 Toisen betragen, sind gleichzeitige Zenithdistancen nach einem der Lage nach bekannten Punkte *A* genommen worden, und es fand sich: die Zenithdistance von *A* in *B* = 89° 49' 30"; die Zenithdistance von *A* in *C* = 91° 54' 36",5. Die Entfernung *BA* ist = 3500 Toisen; die Entfernung *CA* = 4200 Toisen. Es soll daraus die Höhe von *A*, und die Strahlenbrechung unter der Voraussetzung, dass sie auf beiden Punkten gleich war, bestimmt werden.

Wir haben also:

auf Station *B*

$$h' = 150^{\tau}$$

$$s' = 3500^{\tau}$$

$$e' = 0^{\circ} 10' 30''$$

auf Station *C*

$$h'' = 300^{\tau}$$

$$s'' = 4200^{\tau}$$

$$e'' = -1^{\circ} 54' 36''{,}5$$

$$1 - k = \frac{2r}{s'^2 - s''^2} \left\{ h'' - h' - \frac{s' e'}{\omega} + \frac{s'' e''}{\omega} \right\}$$

$$\log (s' + s'') = 3,88649$$

$$\log s' = 3,54407$$

$$\log s'' = 3,62325$$

$$\log (s' - s'') = 2,84510_n$$

$$\log e' = 2,79934$$

$$\log e'' = 3,83737_n$$

$$\log (s'^2 - s''^2) = 6,73159_n$$

$$\log \frac{1}{\omega} = 4,68557$$

$$\log \frac{1}{\omega} = 4,68557$$

$$1,02898$$

$$2,14619_n$$

$$\frac{s' e'}{\omega} = +10,69$$

$$\frac{s'' e''}{\omega} = -140,02$$

$$h'' - h' = +150$$

$$- \frac{s' e'}{\omega} + \frac{s'' e''}{\omega} = -150,71$$

$$- 0,71 \dots \log = 9,85126_n$$

$$\log 2r = 6,81631$$

$$\log \frac{1}{s'^2 - s''^2} = 3,26841_n$$

+ 1

$$\log (1 - k) = 9,93598 \dots 0,8629$$

Der Coefficient der Strahlenbrechung $k = 0,1371$

$$h = \frac{s'^2}{s'^2 - s''^2} \left\{ h'' + \frac{s'' e''}{\omega} - \left(h' + \frac{s' e'}{\omega} \right) \frac{s''^2}{s'^2} \right\}$$

$$h'' + \frac{s'' e''}{\omega} = +159,98$$

$$h' + \frac{s' e'}{\omega} = +160,69 \dots \log = 2,20599$$

$$- 231,40$$

$$\log \frac{s''^2}{s'^2} = 0,15836$$

$$\left\{ \right\} = - 71,42 \dots \log = 1,85382_n$$

$$2,36435$$

$$\log s'^2 = 7,08814$$

$$+ 231,40$$

$$\log \frac{1}{s'^2 - s''^2} = 3,26841_n$$

$$\log h = 2,21037$$

Die Höhe von *A* $h = 162,32^{\tau}$

5. Als Beispiel zur Berechnung der Aufgabe 5. wollen wir folgende Data annehmen:

	In B.	In C.
gegeben:	$k \dots = 180^\tau \dots \dots \dots$	$h'' = 300^\tau$
	$BA = s = 3500^\tau \dots \dots$	$CA = s'' = 4200^\tau$
	$BA' = s' = 5000^\tau \dots \dots$	$CA' = s''' = 5600^\tau$
beobachtet: Elev. von A = e = 0° 10' 30''		
	$e'' = -1^\circ 29' 59''{,}8$	
- von A' = e' = 0° 35' 45''		
	$e''' = -0^\circ 42' 10''{,}7$	
gesucht wird: k die Strahlenbrechung in B; k' die Strahlenbrechung in C;		
h, die Höhe von A; h,, die Höhe von A'.		

1. Berechnung von h, nach Formel ... 1. unter 5.

$\log s = 3,54407$	$\log s' = 3,69897$	$\log s'' = 3,623249$	$\log s''' = 3,74819$
$\log e = 2,79934$	$\log e' = 3,33143$	$\log e'' = 3,732378_n$	$\log e''' = 3,40324_n$
$\log \frac{1}{\omega} = 4,68557$	$\log \frac{1}{\omega} = 4,68557$	$\log \frac{1}{\omega} = 4,685575$	$\log \frac{1}{\omega} = 4,68557$
$\log \frac{s e}{\omega} = 1,02898$	$\log \frac{s' e'}{\omega} = 1,71597$	$\log \frac{s'' e''}{\omega} = 2,041202_n$	$\log \frac{s''' e'''}{\omega} = 1,83700_n$
+ 10,690	+ 51,996	- 109,952	- 68,707
$h'' + \frac{s'' e''}{\omega} = +190,048 \dots \log = 2,278863$		$h'' + \frac{s''' e'''}{\omega} = +231,293$	
$\log \frac{s^2 s''^2}{s'^2 s''^2} = 9,940074$		$-(h + \frac{s' e'}{\omega}) = -231,996$	
2,218937		- 0,703 .. log = 9,84696_n	
+ 165,553		$\log \frac{s^2}{s'^2} = 9,69020$	
		<hr style="width: 100%;"/>	
		9,53716_n	
1ster Theil $h + \frac{s e}{\omega} = +190,690$		- 0,344	
2ter Theil = -165,553			
3ter Theil = - 0,344			
+ 24,799 .. log = 1,394434			
$\log \left(\frac{1}{1 - \frac{s^2 s''^2}{s'^2 s''^2}} \right) = 0,889787$			
<hr style="width: 100%;"/>			
$\log h, = 2,284221 \dots$ Die Höhe von A od. h, = 192,407			

2. Berechnung von h''

$$\begin{aligned}
 h' + \frac{s'e'}{\omega} &= 231,996 \dots \log = 2,365481 & h' + \frac{s'e}{\omega} &= 190,690 \\
 \log \frac{s^2 s''^2}{s'^2 s''^2} &= 9,940074 & - \left(h'' + \frac{s''e''}{\omega} \right) &= -190,048 \\
 & & & \\
 & & & + 0,642 \dots \log = 9,80754 \\
 & & & \log \frac{s''^2}{s'^2} = 0,24988 \\
 & & & \hline
 & & & 0,05742 \\
 \text{1ster Theil } h'' + \frac{s''e''}{\omega} &= +231,293 & & \\
 \text{2ter Theil } \dots & -202,095 & & \\
 \text{3ter Theil } \dots & + 1,141 & & + 1,141 \\
 & & & \hline
 & & & + 30,339 \dots \log = 1,482001 \\
 \log \left(\frac{1}{1 - \frac{s^2 s''^2}{s'^2 s''^2}} \right) &= 0,889787 & & \\
 \log h'' &= 2,371788 \dots \text{Die Höhe von } A' \text{ od. } h'' &= 235,390
 \end{aligned}$$

3. Berechnung von k und k'

$$\begin{aligned}
 h' - h'' &= -42,983 \dots \dots \dots -42,983 \\
 \frac{s'e'}{\omega} - \frac{s'e}{\omega} &= +41,306 & \frac{s''e''}{\omega} - \frac{s''e''}{\omega} &= +41,245 \\
 & & & \\
 & - 1,677 \dots \log = 0,22453_n & & - 1,738 \dots \log = 0,24005_n \\
 & \log 2r = 6,81631 & & 6,81631 \\
 \log \left(\frac{1}{s^2 - s'^2} \right) &= 2,89449_n & \log \left(\frac{1}{s''^2 - s''^2} \right) &= 2,86264_n \\
 \log (1 - k) &= 9,93533 & \log (1 - k') &= 9,91900 \\
 1 - k &= 0,8617 & 1 - k' &= 0,8299 \\
 \hline
 \text{Refraction in } B \text{ oder } k &= 0,1383 ; & \text{Refraction in } C \text{ oder } k' &= 0,1701
 \end{aligned}$$

§. 19. **Geographische Positionen der Stationspunkte, Azimuthe und Krümmungshalbmesser der Nivellementslinien.**

Bei Berechnung der Längen und Breiten sind folgende Bestimmungen des Signals *Eichberg*, wie sie aus der Position der *Seeberger Sternwarte* abgeleitet wurden, zum Grunde gelegt.

Breite 52° 18' 55,03

Länge 30 46 38,18

Azimuth des *Marienthurmes* in *Berlin* 41° 9' 11,75 von Norden über Osten herumgezählt.

Bei Berechnung dieser Positionen so wie der Werthe von $\frac{\omega}{r}$, ist die Abplattung der Erde gleich $\frac{1}{310}$, und die grofse Axe = 3271842^T angenommen worden.

Namen der Stationen.	Azimuthe.	Breiten.	Längen.	Werthe von $\frac{\omega}{r}$
Berlin Sternwarte, Stat.	203° 50' 47,03	52° 30' 15,95	31° 3' 34,74	—
Kreuzberg —	60 48 22,87	52 29 19,61	31 2 54,72	0,0630410
Eiche —	36 9 14,85	52 33 23,87	31 14 53,82	0,0629502
Löhme —	59 8 28,92	52 38 30,09	31 21 1,85	0,0630093
Semmelberg —	13 33 12,18	52 44 34,49	31 37 50,14	0,0629530
Pimpenellenberg —	53 15 20,51	52 52 10,47	31 40 51,82	0,0630543
Koboldsberg —	16 59 19,49	52 59 26,00	31 57 1,13	0,0629658
Garz —	38 40 23,56	53 13 27,00	32 4 9,40	0,0630468
Klütz —	8 55 23,49	53 20 35,14	32 13 42,56	0,0630005
Stolzenhagen —	337 21 53,71	53 30 21,09	32 16 16,90	0,0630527
Ziegenort —	323 15 34,76	53 39 50,59	32 9 36,90	0,0630332
Gollenberg —	53 20 32,27	53 53 16,56	31 52 36,89	0,0630014
Swinemünde —	— — —	53 54 31,54	31 55 27,60	—

Der erste Werth von $\frac{\omega}{r}$ bezieht sich auf die Mitte der Seite *Berlin - Kreuzberg* etc. Für die Seite *Berlin (Marienthurm) - Löhme* ist $\frac{\omega}{r} = 0,0629648$.

§. 20. Vergleichung der Instrumente.

Die Untersuchungen welche der Herr Geheime Rath *Bessel* mit dem 15zölligen *Ertel'schen* Theodoliten, bei Gelegenheit der geodätischen Operation in Ostpreußen vorgenommen, hatten gezeigt, daß derselbe die wahren Zenithdistanzen richtig angiebt (Gradmessung in Ostpreußen Seite 174); es kam daher nur noch darauf an, den *Gambay'schen* Theodoliten in derselben Beziehung zu prüfen, und mit dem 15zölligen zu vergleichen. Zu diesem Zweck wurden auf der hiesigen *Sternwarte* beide Instrumente dicht neben einander aufgestellt und gegenseitig mit dem einen Fernrohr, das Fadenkreuz des andern beobachtet. Die Summe der auf diese Weise gemessenen Zenithdistanzen mußte 180° betragen, wenn der 12zöllige Theodolit ebenfalls die wahren Zenithdistanzen angegeben hätte. Das Ergebnis dieser Untersuchung war:

Anzahl der Beobachtungen.	Zenithdistanzen am 15zölligen Theodoliten.	Zenithdistanzen am 12zölligen Theodoliten.	S u m m a.
4	$86^\circ 52' 57,207$	$93^\circ 7' 4,100$	$180^\circ 0' 1,307$
4	86 43 29,658	93 16 32,000	180 0 1,658
4	86 43 20,415	93 16 43,745	180 0 4,160
4	86 45 48,372	93 14 15,525	180 0 3,897
4	86 45 48,745	93 14 15,280	180 0 4,025
4	86 45 33,102	93 14 31,848	180 0 4,950
4	87 42 34,912	92 17 24,613	179 59 59,525
4	87 40 49,858	92 19 13,660	180 0 3,518
4	87 38 43,907	92 21 17,143	180 0 1,050

Mittel aus 36 Beobachtungen $180^\circ 0' 2,68$

Der *Gambay'sche* Theodolit giebt daher die Zenithdistanzen um $2,68$ zu groß an.

§. 21. Mittleres Niveau der Ostsee.

Das mittlere Niveau der Ostsee wurde aus den Pegelbeobachtungen in *Swinemünde* bestimmt, welche seit dem Jahre 1826 mit besonderer Sorgfalt täglich dreimal, des Morgens, Mittags und Abends angestellt werden. Der Normalpegel, mit dem die übrigen sehr genau verglichen sind, befindet sich im Hafen am Bollwerk, ganz nahe bei dem Stationspunkt, und ist auf dem Plan angegeben. Die folgende Übersicht der Beobachtungen von den Jahren 1826 bis 1834 ist aus den Akten der Königl. Ober-Bau-Deputation entnommen und nach monatlichen Mitteln zusammengestellt. Bei den jährlichen Mitteln ist die Anzahl der Beobachtungen berücksichtigt worden.

Jahrgang.	Januar.	Februar.	März.	April.	Mai.	Juni.	Juli.	August.	Septbr.	Oktober.	Novemb.	Decemb.	Jährlich. Mittel.
1826	2' 9,806	2' 11,214	3' 2,065	3' 8,500	3' 7,871	3' 6,667	3' 6,451	3' 6,451	3' 4,367	3' 2,742	3' 3,200	3' 0,806	3' 3,845
1827	3' 11,806	3' 3,464	3' 6,129	3' 5,967	3' 1,419	3' 2,767	3' 9,452	3' 9,290	3' 4,033	3' 0,645	3' 11,067	3' 6,387	3' 6,036
1828	3' 4,097	3' 4,276	3' 6,516	3' 5,467	3' 6,484	3' 6,567	3' 8,129	3' 11,645	3' 6,833	3' 11,452	3' 4,500	3' 10,226	3' 7,182
1829	3' 1,774	3' 2,286	3' 5,935	3' 2,300	3' 6,323	3' 6,300	3' 7,387	3' 6,968	3' 7,200	3' 9,613	3' 13,800	3' 1,161	3' 5,921
1830	2' 11,710	2' 8,821	3' 5,065	3' 11,733	3' 3,935	3' 4,976	3' 7,290	3' 8,000	3' 9,000	3' 9,516	3' 12,517	3' 5,129	3' 6,141
1831	3' 6,935	3' 1,429	3' 3,387	3' 1,533	3' 5,484	3' 6,767	3' 5,032	3' 5,935	3' 7,700	3' 2,645	3' 8,767	3' 6,742	3' 5,196
1832	3' 2,710	3' 2,000	2' 8,000	3' 1,800	3' 5,419	3' 3,133	3' 15,484	3' 8,032	3' 9,522	3' 7,935	3' 1,100	3' 1,516	3' 4,554
1833	3' 1,903	3' 5,036	2' 10,645	2' 11,967	3' 3,355	3' 4,400	3' 8,613	3' 9,903	3' 9,233	2' 8,839	3' 4,600	3' 16,903	3' 4,950
1834	3' 14,677	3' 8,107	3' 15,742	3' 12,867	3' 8,226	3' 6,533	3' 5,903	3' 3,935	3' 9,100	3' 9,903	3' 13,567	3' 16,194	3' 10,396
Mittel.	3' 4,602	3' 2,515	3' 4,387	3' 5,570	3' 5,391	3' 5,346	3' 8,193	3' 7,795	3' 7,443	3' 7,032	3' 8,124	3' 7,229	3' 6,025

3' 4,6

3' 7,6

Das mittlere Niveau der Ostsee findet demnach in *Swinemünde* bei einem Pegelstande von 3 Fufs 6 Zoll = 0,5636 Toisen Statt, und dies ist der Nullpunkt auf welchen sich das ganze Nivellement bezieht.

Die neunjährigen monatlichen Mittel bieten die auffallende Erscheinung dar, daß das Niveau der Ostsee in der ersten Hälfte des Jahres um 3 Zoll niedriger ist als in der zweiten Hälfte. Ähnliche Zusammenstellungen der Pegelbeobachtungen welche in andern Häfen der Ostsee gemacht

werden, dürften daher in sofern von Interesse sein, als sich vielleicht daraus folgern ließe, ob dieser Erscheinung eine lokale, oder eine allgemeine Ursache zum Grunde liegt.

Das höchste Oderwasser findet im Frühjahr bei dem Eisgange, also in der ersten Hälfte des Jahres Statt. Unter den Windrichtungen in *Swinemünde* ist der Westwind vorherrschend. Bei anhaltender Windstille und wenn die Küste mit Eis belegt ist, bleibt der Pegelstand gewöhnlich unter dem allgemeinen Mittel. Die Temperatur ist in der ersten Hälfte des Jahres geringer als in der zweiten.

Ein nahe liegender Gedanke wäre demnach, den obigen Niveau-Unterschied in der Ausdehnung des Wassers durch die Temperatur zu suchen. In *Berghaus Annalen* 4. Bd. Seite 323 finden sich die Lufttemperaturen von *Swinemünde* für die Jahre 1827 bis 1830, und daraus erhält man in Verbindung mit der obigen Tabelle folgende Zusammenstellung:

J a h r - g a n g.	Mittlerer Pegelstand.		Mittlere Lufttemperatur.	
	1. Jan. bis 1. Juli.	1. Juli bis ult. Dec.	1. Jan. bis 1. Juli.	1. Juli bis ult. Dec.
1827	3 Fufs 5,259 Zoll	3 Fufs 6,812 Zoll	+ 5,181 R.	+ 9,923 R.
1828	3 5,568	3 8,798	+ 5,260	+ 9,135
1829	3 4,153	3 7,688	+ 3,227	+ 8,865
1830	3 3,707	3 8,575	+ 4,080	+ 9,102
	3 4,672	3 7,968	+ 4,437 R.	+ 9,256 R.

Diff. 3,296 Zoll.

Diff. 4,819 R.

Über die Temperaturen der Ostsee selbst sind uns keine zureichende Beobachtungen bekannt, wir wollen daher annehmen dafs sie von denen der Luft nicht sehr verschieden sind. Das Wasser dehnt sich zwischen den Temperaturen + 4,437 R. und + 9,256 R. um 0,00031991 seines Volumens aus. Nennen wir nun L die Länge einer Wassersäule in Fufs, welche sich für den obigen Temperatur-Unterschied um 3,296 Zoll ausdehnt, so wird der Werth von L zugleich die mittlere Tiefe der Ostsee geben müssen, wenn unsere Voraussetzungen richtig sind. Die Inhalte zweier Cylinder von gleichen Durchmessern verhalten sich wie ihre Längen, wir haben

daher: $L: \frac{3,296}{12} = 1:0,00031991$ und hieraus folgt $L = 859$ Fufs. Die mittlere Tiefe kann aber höchstens den dritten Theil dieses Werthes betragen, denn die grösste Tiefe der Ostsee, zwischen Windau und der Südspitze von Gothland beträgt nur 140 Faden oder 840 Preufs. Fufs. Will man demnach das Phänomen durch den Unterschied der Wassertemperatur erklären, so müfste man annehmen, dafs derselbe mindestens doppelt so grofs ist wie der der Luft, welches nicht wahrscheinlich ist. Es geht also hieraus hervor, dafs noch andere Ursachen Theil an dieser Erscheinung haben müssen.

§. 23. Beobachtete Zenithdistanzen — Berechnung der Höhen und der Coefficienten der Strahlenbrechung — Wahrscheinlicher Fehler jeder Station.

Aus den Anordnungen 2. und 6. (§. 5.) ergibt sich ein doppelter Weg zur Ableitung der Zenithdistanzen; indem man entweder die nach 6. besonders bestimmten Zenithpunkte, oder nach 2. diejenigen Zenithpunkte anwendet, welche die Umlegungen der Instrumente während der Beobachtungen selbst ergeben. Obgleich beide Bestimmungen der Zenithpunkte keine große Übereinstimmung gaben, indem sich häufig Abweichungen von 3 bis 4 Secunden zeigten, die einigemal sogar bis 10 Secunden stiegen (ein Umstand, der wahrscheinlich in der Einwirkung der Sonne seinen Grund hat, welche vermuthlich durch ein einfaches Leinwandzelt nicht hinreichend abgehalten wurde); so entstand doch hieraus kein nachtheiliger Einfluß auf das Resultat, weil in allen Beobachtungsreihen beide Lagen der Instrumente gleich oft vorkommen, und die entgegengesetzte Lage immer den Fehler vernichtet, welchen die vorhergehende erzeugt. — Nachdem mehrere Zusammenstellungen auf die eine und die andere Weise wirklich vollkommen gleiche Resultate geliefert hatten, blieben später die besonders bestimmten Zenithpunkte ganz unberücksichtigt, und es wurde zur Ableitung der einzelnen Zenithdistanzen, ein Mittel aus sämtlichen Zenithpunkten angewendet, welche jede Reihe für sich ergab. Letzteres geschah aus dem Grunde, weil man nicht annehmen wollte, daß durch den Transport, und durch das Ein- und Auspacken der Instrumente, der Zenithpunkt unverändert geblieben wäre. Nachdem auf diese Weise aus den Beobachtungen die Zenithdistanzen ermittelt waren, wurden sie auf das Centrum der Instrumente reducirt, und die (§. 20.) angeführte Korrektion für den *Gambay'schen* Theodoliten angebracht. Die folgende Zusammenstellung enthält die Zenithdistanzen, nach sämtlichen Reduktionen, zwischen den optischen Axen der Fernröhre, an je zwei zusammengehörigen Stationen, nebst der Berechnung der Höhe, der Strahlenbrechung und des wahrscheinlichen Fehlers.

Swinemünde — Gollenberg.

Datum.	Uhrzeit.	z Swinemünde.	z' Gollenberg.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	$z'+z-180^\circ$	k	
Juli 29	20 ^u 0	89° 7' 29,61	90° 54' 29,85	+ 0° 53' 30,12	+ 1,36	0° 1' 59,46		
	27	28,42	26,71	29,15	+ 2,33	55,13		
	43	31,22	26,11	27,44	+ 4,04	57,33		
	58	31,22	29,16	28,97	+ 2,51	60,38		
	21 12	27,08	28,47	30,70	+ 0,78	55,55		
	27	24,47	27,88	31,70	- 0,22	52,35		
	41	26,86	28,95	31,05	+ 0,43	55,81		
	53	27,31	27,15	29,92	+ 1,56	54,46		
	30	19 24	20,60	23,03	31,21	+ 0,27	43,63	
		33	22,85	25,06	31,11	+ 0,37	47,91	
		44	24,97	32,43	33,73	- 2,25	57,40	
		52	24,97	30,41	32,72	- 1,24	55,38	
20 1		23,75	27,59	31,92	- 0,44	51,34		
10		22,80	30,19	33,70	- 2,22	52,99		
31		28,09	29,07	30,49	+ 0,99	57,16		
42		27,81	28,40	30,29	+ 1,19	56,21		
54		27,73	27,07	29,67	+ 1,81	54,80		
21 3		24,23	28,87	32,32	- 0,84	53,10		
31	15	15,52	19,41	31,95	- 0,47	34,93		
	23	24,81	23,04	29,11	+ 2,37	47,85		
	5 27	25,61	25,28	29,84	+ 1,64	50,89		
	45	24,61	23,52	29,45	+ 2,03	48,13		
	56	17,65	24,69	33,52	- 2,04	42,34		
	6 7	22,15	27,43	32,64	- 1,16	49,58		
	28	17,86	28,21	35,18	- 3,70	46,07		
	19 0	27,01	28,79	30,89	+ 0,59	55,80		
	8	22,87	24,70	30,91	+ 0,57	47,57		
	20	16,41	23,60	33,60	- 2,12	40,01		
	27	24,66	26,52	30,93	+ 0,55	51,18		
	44	20,79	29,39	34,30	- 2,82	50,18		
52	25,79	29,87	32,04	- 0,56	55,66			
20 5	21,16	28,96	33,90	- 2,42	50,12			
14	20,66	29,47	34,40	- 2,92	50,13			

Mittel + 0° 53' 31,48 | 1,54

Dreieck $N^{\circ} 44$. $s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right) = \dots\dots\dots 31,0282^T$
 Centrum des Höhenkreises in *Swinemünde* $\dots\dots\dots 1,4060$
 Centrum des Höhenkreises auf dem *Gollenberge* über der Ostsee $\dots\dots\dots 32,4342^T$
 dito über dem Erdboden $\dots\dots\dots 0,756$

Wahrscheinlicher Fehler = 1,3 oder 0,0126

Gollenberg — Ziegenort.

Datum.	Uhrzeit.	z Gollenberg.	z' Ziegenort.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	$z+z-180^\circ$	k	
August 3	19 ^u 2'	90° 11' 31",47	90° 2' 46",40	-0° 4' 22",54	-3,16	0° 14' 17",87		
	8	33,21	51,63	20,79	-4,91	24,84	19 ^u 14'	
	20	33,83	52,15	20,84	-4,86	25,98	0,634 Tb. *)	
	26	33,26	49,88	21,69	-4,01	23,14	0,1425	
	20	3	37,88	51,88	23,00	-2,70	29,76	
	10	34,94	48,88	23,03	-2,67	23,82	20 ^u 15'	
	23	33,35	55,71	18,82	-6,88	29,06	0,502 Tb.	
	26	36,31	54,80	20,75	-4,95	31,11	0,1371	
	21	1	37,68	41,74	27,97	+2,27	19,42	
	8	42,43	45,79	28,32	+2,62	28,22		
	19	42,74	51,41	25,67	-0,03	34,15	21 ^u 28'	
	26	38,93	50,15	24,39	-1,31	29,08	0,343 Tb.	
33	40,53	47,07	26,73	+1,03	27,60	0,1369		
39	37,98	49,20	24,39	-1,31	27,18			
47	42,26	48,53	26,86	+1,16	30,79			
54	44,16	48,21	27,98	+2,28	32,37			
4	2 51	40,64	54,48	23,08	-2,62	35,12		
	56	46,07	51,62	27,22	+1,52	37,69		
	3 5	43,14	49,53	26,81	+1,11	32,67		
	13	43,43	51,28	26,07	+0,37	34,71	3 ^u 24'	
	23	43,00	50,09	26,46	+0,76	33,09	0,430 Tb.	
	28	44,97	50,09	27,44	+1,74	35,06	0,1330	
	42	42,13	48,01	27,06	+1,36	30,14		
	50	40,37	48,01	26,18	+0,48	28,38		
	4 8	38,60	48,01	25,29	-0,41	26,61		
	20 59	46,66	50,86	27,90	+2,20	37,52		
	21 6	40,24	47,39	26,43	+0,73	27,63		
	17	42,14	47,62	27,26	+1,56	29,76	21 ^u 27'	
24	37,41	40,87	28,27	+2,57	18,28	0,346 Tb.		
32	41,78	42,37	29,70	+4,00	24,15	0,1411		
38	37,77	40,87	28,45	+2,75	18,64			
46	39,68	41,12	29,28	+3,58	20,80			
53	40,60	37,96	31,32	+5,62	18,56			

Mittel $-0^\circ 4' 25",70$ $2",41$

Dreieck $N^\circ 40$. $s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right) \dots \dots \dots - 20,5780$

Centrum des Höhenkreises auf dem *Gollenberge* $\dots \dots \dots + 32,4342$

Centrum des Höhenkreises in *Ziegenort* über der Ostsee $\dots \dots \dots + 11,8562$

dito über dem Erdboden $\dots \dots \dots 0,738$

Wahrscheinlicher Fehler = $2",0$ oder $0,1549$

*) Tb. bedeutet den halben Tagebogen.

Ziegenort — Stolzenhagen.

Datum.	Uhrzeit.	z Ziegenort.	z' Stolzenhagen.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	$z'+z-180^\circ$	k	
August 10	19 25	89° 52' 43,15	90° 16' 23,00	+ 0° 11' 49,93	+ 3,24	0° 9' 6,15	19 ^u 39'	
	34	45,40	26,49	50,54	+ 2,63	11,89	0,591 Tb.	
	46	38,92	26,65	53,87	- 0,70	5,57	0,1118	
	52	37,42	31,04	56,81	- 3,64	8,46		
	20 1	43,18	36,32	56,57	- 3,40	19,50		
	6	45,58	35,32	54,87	- 1,70	20,90		
	16	42,87	32,75	54,94	- 1,77	15,62	20 ^u 28'	
	22	41,65	35,69	57,02	- 3,85	17,34	0,482 Tb.	
	32	42,84	34,25	55,70	- 2,53	17,09	0,0932	
	39	45,84	33,84	54,00	- 0,83	19,68		
	52	49,77	36,48	53,36	- 0,19	26,25		
	59	48,27	31,35	51,54	+ 1,63	19,62		
21	5	46,77	40,72	56,97	- 3,80	27,49	21 ^u 16'	
	11	48,27	34,92	53,33	- 0,16	23,19	0,376 Tb.	
	20	48,44	40,24	55,90	- 2,73	28,68	0,0791	
	28	52,47	40,91	54,22	- 1,05	33,38		
	11	2 52	52,73	46,91	57,09	- 3,92	39,64	
		58	44,51	41,97	58,73	- 5,56	26,48	
3 6		48,66	37,69	54,51	- 1,34	26,35	3 ^u 24'	
12		48,30	37,70	54,70	- 1,53	26,00	0,442 Tb.	
17		46,53	43,10	58,29	- 5,12	29,63	0,0878	
23		45,03	39,24	57,10	- 3,93	24,27		
32		46,11	30,03	51,96	+ 1,21	16,14		
38		46,11	30,06	51,98	+ 1,19	16,17		
43		44,47	40,38	57,95	- 4,78	24,85		
49		44,24	33,01	54,39	- 1,22	17,25		
4	56	43,76	20,75	48,49	+ 4,68	4,51		
	3 9	41,13	29,83	54,35	- 1,18	10,96	4 ^u 15'	
	14	42,03	28,70	53,34	- 0,17	10,73	0,558 Tb.	
	22	43,11	21,33	54,08	- 0,91	9,23	0,1111	
	28	43,86	23,00	49,11	+ 4,06	4,44		
	18 59	31,31	7,06	49,57	+ 3,60	6,86		
	19 5	32,66	5,03	47,88	+ 5,29	0 8 38,37		
	15	34,59	7,09	46,18	+ 6,99	37,69	19 ^u 22'	
20	32,50	10,12	46,25	+ 6,92	41,68	0,632 Tb.		
25	33,25	10,86	48,81	+ 4,36	42,62	0,1505		
29	32,14	15,66	48,81	+ 4,36	44,11			
36	34,05	17,71	51,76	+ 1,41	47,80			
43	34,59	14,14	51,83	+ 1,34	51,76			
			49,90	+ 3,27	48,99			

Mittel + 0° 11' 53,17 | 2,80

Dreieck $\mathcal{N}^{\circ}$ 37.	$s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right)$	+ 33,8457
Centrum des Höhenkreises in Ziegenort		+ 11,8562
Centrum des Höhenkreises in Stolzenhagen	über der Ostsee	+ 45,7019
dito	über dem Haff (§. 27.)	+ 45,7069
dito	über dem Erdboden	0,702

Wahrscheinlicher Fehler = 2,4 oder 0,1139

Stolzen-

Stolzenhagen — Klütz.

Datum.	Uhrzeit.	z Stolzenhagen.	z' Klütz.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	$z'+z-180^\circ$	k	
August 14	5 ^u 35'	90° 10' 23,52	89° 58' 4,43	-0° 6' 9,55	-0,50	0° 8' 27,95		
	40	21,58	0,68	10,45	+0,40	22,26	5 ^u 45'	
	46	22,72	6,53	8,09	-1,96	29,25	0,770 Tb.	
	50	22,02	2,78	9,62	-0,43	24,80	0,1462	
	54	23,94	3,84	10,05	0,0	27,78		
	6 0	14,76	1,59	6,59	-3,46	16,35		
	8	15,25	5,49	4,88	-5,17	20,74		
	13	14,26	3,56	5,35	-4,70	17,82	6 ^u 17'	
	18	15,98	57 57,68	9,15	-0,90	13,66	0,842 Tb.	
	22	13,46	61,59	5,93	-4,12	15,05	0,1657	
	28	12,82	59,62	6,60	-3,45	12,44		
	33	9,49	58,28	5,61	-4,44	7,77		
	15	3 12	38,85	58 11,20	13,82	+3,77	50,05	
		18	37,70	6,65	15,53	+5,48	44,35	3 ^u 31'
28		35,66	10,38	12,64	+2,59	46,04	0,469 Tb.	
34		28,85	8,88	9,98	-0,07	37,73	0,1210	
43		29,79	6,51	11,64	+1,59	36,30		
51		27,81	5,81	11,00	+0,95	33,62		
4 23		37,14	10,26	13,44	+3,39	47,40		
31		30,49	7,56	11,47	+1,42	38,05		
39		35,10	4,89	15,10	+5,05	39,99	4 ^u 40'	
44		32,36	6,52	12,92	+2,87	38,88	0,626 Tb.	
48		28,75	8,20	10,28	+0,23	36,95	0,1237	
53		29,90	7,45	11,22	+1,17	37,35		
5 3		32,98	8,01	12,49	+2,44	40,99		
8		25,06	6,51	9,27	-0,78	31,57	5 ^u 19'	
17	25,56	5,74	9,91	-0,14	31,30	0,714 Tb.		
22	25,12	5,74	9,69	-0,36	30,86	0,1383		
28	24,52	4,14	10,19	+0,14	28,66			
33	20,45	2,64	8,91	-1,14	23,09			

Mittel $-0^\circ 6' 10,05$ $2,10$

Dreieck $\mathcal{N} 35.$	$s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right)$	$- 16,8764$
Centrum des Höhenkreises in <i>Stolzenhagen</i>		$+ 45,7069$
Centrum des Höhenkreises in <i>Klütz</i> über der Ostsee		$+ 28,8305$
ditto über dem Erdboden		$0,738$

Wahrscheinlicher Fehler = 1,8 oder 0,0821

Klütz — Garz.

Datum.	Uhrzeit.	z Klütz.	z' Garz.	$\frac{z' - z}{2}$	Fehler.	$z' + z - 180^\circ$	k
August 16	18 57	90° 5' 23,72	90° 1' 11,84	- 0° 2' 5,94	- 3,12	0° 6' 35,56	
	19 1	32,56	17,28	7,64	- 1,42	49,84	
	10	43,59	24,49	9,55	+ 0,49	0 7 8,08	
	14	45,25	25,19	10,03	+ 0,97	10,44	
	19	50,68	26,99	11,85	+ 2,79	17,67	
	24	52,56	28,19	12,18	+ 3,12	20,75	19" 28'
	33	63,81	35,81	14,00	+ 4,94	39,62	0,629 Tb.
	39	64,74	41,64	11,55	+ 2,49	46,38	0,1897
	43	63,08	39,47	11,81	+ 2,75	42,55	
	47	66,29	42,03	12,13	+ 3,07	48,32	
	55	66,48	42,45	12,01	+ 2,95	48,93	
	59	63,27	40,99	11,14	+ 2,08	44,26	
	17	18 57	65,58	54,21	5,69	- 3,37	59,79
19 2		64,29	49,84	7,22	- 1,84	54,13	
9		67,90	50,07	8,92	- 0,14	57,97	
14		66,40	48,86	8,77	- 0,29	55,26	19" 17'
18		67,90	52,72	7,59	- 1,47	60,62	0,657 Tb.
23		65,88	52,09	6,89	- 2,17	57,97	0,1284
32		66,18	52,31	6,94	- 2,12	58,49	
43		68,43	51,11	8,66	- 0,40	59,54	
18	3 41	70,32	59,99	5,16	- 3,90	0 8 10,31	3" 50'
	51	68,22	56,83	5,70	- 3,36	5,05	0,520 Tb.
	59	75,34	57,81	8,76	- 0,30	13,15	0,1074
	4 3	73,84	55,86	8,99	- 0,07	9,70	
	7	74,38	51,36	11,51	+ 2,45	5,74	4" 26'
	18	70,32	49,67	10,33	+ 1,27	7 59,99	0,620 Tb.
	22	66,65	46,79	9,93	+ 0,87	53,44	0,1203
	50	70,41	50,06	10,17	+ 1,11	60,47	
	55	67,93	57,12	5,41	- 3,65	65,05	
	5 4	66,65	51,40	7,62	- 1,44	58,05	
	8	67,19	50,20	8,50	- 0,56	57,39	5" 15'
	12	65,69	49,47	8,11	- 0,95	55,16	0,715 Tb.
16	66,44	51,50	7,47	- 1,59	57,94	0,1347	
23	66,45	44,63	10,91	+ 1,85	51,08		
28	61,70	45,92	7,89	- 1,17	47,62		

Mittel - 0° 2' 9,06 1,90

Dreieck $\mathcal{N}_2$ 22.	$s \operatorname{tang} \left(\frac{z' - z}{2} \right)$	- 5,4463
Centrum des Höhenkreises in Klütz		+ 28,8305
Centrum des Höhenkreises in Garz über der Ostsee		+ 23,3842
dito über dem Erdboden		1,044

Wahrscheinlicher Fehler = 1,6 oder 0,0675

Garz — Koboldsberg.

Datum.	Uhrzeit.	z Garz.	z' Koboldsberg.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	$z'+z-180^\circ$	k
August 20	3 ^h 37'	89° 54' 46,35	90° 17' 56,14	+ 0° 11' 34,89	- 0,21	0° 12' 42,49	
	42	50,52	54,05	31,77	+ 2,91	44,57	3 ^u 46'
	50	48,32	52,87	32,27	+ 2,41	41,19	0,517 Tb.
	55	48,53	53,82	32,65	+ 2,03	42,35	0,1328
	4 0	45,48	54,94	34,73	- 0,05	40,42	
	4	43,91	50,74	33,41	+ 1,27	34,65	4 ^u 22'
	12	48,10	51,80	31,85	+ 2,83	39,90	0,601 Tb.
	17	43,29	48,05	32,38	+ 2,30	31,34	0,1482
	46	32,84	47,05	37,11	- 2,43	19,89	
	51	26,05	42,05	38,00	- 3,32	8,10	
	5 2	36,23	47,46	35,61	- 0,93	23,69	
	6	22,66	42,96	40,15	- 5,47	5,62	5 ^u 14'
	11	22,53	45,57	41,52	- 6,84	8,10	0,722 Tb.
	14	25,42	43,71	39,15	- 4,47	9,13	0,1693
	23	26,73	46,86	40,06	- 5,38	13,59	
	27	21,23	41,61	40,19	- 5,51	2,84	
	19 2	44,82	44,03	29,60	+ 5,08	28,85	
	7	43,62	41,93	29,16	+ 5,52	25,55	
	15	45,94	45,17	29,61	+ 5,07	31,11	
	20	48,07	46,67	29,30	+ 5,38	34,74	
	24	51,53	45,60	27,04	+ 7,64	37,13	19 ^u 33'
	28	51,94	46,12	27,09	+ 7,59	38,06	0,626 Tb.
	38	53,64	48,56	27,46	+ 7,21	42,20	0,1410
	43	48,62	47,06	29,22	+ 5,46	35,68	
47	48,78	46,28	28,75	+ 5,93	35,06		
52	52,14	48,37	28,11	+ 6,56	40,51		
20 0	51,54	47,54	28,00	+ 6,68	39,08		
5	50,67	46,95	28,14	+ 6,54	37,62		
21	3 39	39,50	56,37	38,44	- 3,76	35,87	
	44	38,58	50,37	35,89	- 1,21	28,95	3 ^u 48'
	52	39,34	53,48	37,07	- 2,39	32,82	0,524 Tb.
	57	38,74	53,09	37,18	- 2,50	31,83	0,1445
	4 2	37,29	54,38	38,54	- 3,86	31,67	
	6	35,29	54,58	39,65	- 4,97	29,87	4 ^u 23'
	13	38,70	55,18	38,24	- 3,56	33,88	0,606 Tb.
	18	33,86	53,68	39,91	- 5,23	27,54	0,1512
	49	31,87	47,00	37,57	- 2,89	18,87	
	53	31,56	45,11	36,78	- 2,10	16,67	
	5 0	33,75	46,05	36,15	- 1,47	19,80	
	7	29,70	46,05	38,17	- 3,49	15,75	5 ^u 13'
10	29,42	47,98	39,28	- 4,60	17,40	0,723 Tb.	
14	28,88	45,34	38,23	- 3,55	14,22	0,1626	
21	29,34	48,32	39,49	- 4,81	17,66		
24	28,97	44,96	38,00	- 3,32	13,93		

Mittel + 0° 11' 34,68 | 4,02

Dreieck N_2 20. $s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right) \dots\dots\dots + 46,9781$
 Centrum des Höhenkreises in Garz $\dots\dots\dots + 23,3842$
 Centrum des Höhenkreises auf dem Koboldsberge über der Ostsee $\dots\dots\dots + 70,3623$
 dito über dem Erdboden $\dots\dots\dots 0,898$

Wahrscheinlicher Fehler = 3,39 oder 0,2292

Anmerkung. Die Beobachtungen am Vormittage des 21sten weichen beträchtlich von denen am Nachmittage desselben und des vorhergehenden Tages ab, ohne daß ein zureichender Grund dafür angegeben werden kann. Am Nachmittage des 21sten wehte ein heftiger Nordostwind.

Koboldsberg — Pimpenellenberg.

Datum.	Uhrzeit.	z Koboldsberg.	z' Pimpenellenb.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	$z'+z-180^\circ$	k
August 22	18 ^u 58 ^l	90° 7' 40",58	90° 2' 23",46	-0° 2' 38",56	-2",38	0° 10' 4",04	
	19 5	42,83	17,16	42,84	+1,90	0,00	
	13	49,80	17,15	46,32	+5,38	6,95	19" 26'
	20	52,05	22,57	44,74	+3,80	14,62	0,649 Tb.
	24	52,80	27,71	42,54	+1,60	20,51	0,1532
	58	61,05	38,11	41,47	+0,53	39,16	
	20 3	60,46	34,02	43,22	+2,28	34,48	
24	3 41	61,66	35,87	42,90	+1,96	37,53	
	47	58,58	39,62	39,48	-1,46	38,20	
	57	60,85	40,24	40,30	-0,64	41,09	4" 11'
	4 3	55,60	38,88	38,36	-2,58	34,48	0,587 Tb.
	21	57,89	36,88	40,52	-0,42	34,77	0,1260
	26	59,51	36,88	41,31	+0,37	36,39	
	34	59,25	37,85	40,70	-0,24	37,10	
	39	55,86	40,33	37,77	-3,17	36,19	
	5 16	59,13	40,55	39,29	-1,65	39,68	
	21	53,54	37,72	37,91	-3,03	31,26	
	27	53,39	34,38	39,50	-1,44	27,77	5" 34'
	33	53,56	29,02	42,27	+1,33	22,58	0,783 Tb.
	36	49,97	30,34	39,82	-1,12	20,31	0,1409
	40	50,12	33,99	38,06	-2,88	24,11	
	46	52,50	30,32	41,09	+0,15	22,82	
	50	46,48	33,69	36,40	-4,54	20,17	
	18 57	48,70	28,49	40,10	-0,84	17,19	
	19 2	50,36	33,69	38,34	-2,60	24,05	
	11	53,92	31,52	41,20	+0,26	25,44	19" 18'
	16	54,26	34,49	39,89	-1,05	28,75	0,670 Tb.
	20	56,28	32,06	42,11	+1,17	28,34	0,1389
	24	60,19	32,98	43,60	+2,66	33,17	
	32	63,74	30,81	46,47	+5,53	34,55	
	38	56,51	32,51	42,00	+1,06	29,02	

Mittel $-0^\circ 2' 40",94$ $1",94$

Dreieck $\mathcal{N}^{\circ} 15.$	$s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right) \dots\dots\dots$	$- 9,0306$
Centrum des Höhenkreises auf dem Koboldsberge	$\dots\dots\dots$	$+ 70,3623$
Centrum des Höhenkreises auf dem Pimpenellenberge über der Ostsee	$\dots\dots\dots$	$+ 61,3317$
dito über dem Erdboden	$\dots\dots\dots$	$0,689$

Wahrscheinlicher Fehler = 1,6 oder 0,090

Faint mirrored text from the reverse side of the page, including the title 'Koboldsberg — Pimpenellenberg.' and various numerical values.

Pimpenellenberg — Semmelberg.

Datum.	Uhrzeit.	z Pimpenellenb.	z' Semmelberg.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	$z'+z-180^\circ$	k	
Septbr. 7	3 ^u 25'	89° 53' 54",12	90° 13' 2",95	+ 0° 9' 34",42	+ 0,07	0° 6' 57",07		
	33	52,11	4,69	36,29	- 1,80	56,80		
	38	58,71	4,85	33,07	+ 1,42	63,56	3 ^u 42'	
	47	50,21	6,57	38,18	- 3,69	56,78	0,566 Tb.	
	53	50,91	12 59,98	34,53	- 0,04	50,89	0,1118	
	58	49,10	65,23	38,07	- 3,58	54,33		
	4 2	48,41	63,52	37,55	- 3,06	51,93		
	12	53,89	63,87	34,99	- 0,50	57,76		
	17	48,77	63,87	37,55	- 3,06	52,64	4 ^u 30'	
	42	51,01	52,62	30,81	+ 3,68	43,63	0,687 Tb.	
	47	51,62	52,88	30,63	+ 3,86	44,50	0,1261	
	57	57,30	51,46	27,08	+ 7,41	48,76		
	5 3	50,51	50,71	30,10	+ 4,39	41,22		
	7	52,30	49,96	28,83	+ 5,66	42,26	5 ^u 14'	
	12	49,78	51,46	30,84	+ 3,65	41,24	0,798 Tb.	
	21	41,65	51,50	34,92	- 0,43	33,15	0,1501	
	26	43,89	51,32	33,72	+ 0,77	35,21		
	9	19 26	45,48	46,48	30,50	+ 3,99	31,96	
		35	46,70	54,82	34,06	+ 0,43	41,52	19 ^u 38'
		41	47,02	51,03	32,00	+ 2,49	38,05	0,661 Tb.
45		54,82	51,78	28,48	+ 6,01	46,60	0,1442	
51		52,14	56,59	32,23	+ 2,26	48,73		
20 2		45,97	64,48	39,25	- 4,76	50,45		
7		45,61	65,59	39,99	- 5,50	51,20		
11	48,85	62,77	36,96	- 2,47	51,62	20 ^u 18'		
16	49,85	62,77	36,46	- 1,97	52,62	0,559 Tb.		
24	52,48	62,28	34,90	- 0,41	54,76	0,1203		
29	54,00	60,78	33,39	+ 1,10	54,78			
10	18 56	20,66	32,66	36,00	- 1,51	0 5 53,32		
	19 0	27,33	34,28	33,48	+ 1,01	61,61	19 ^u 8'	
	7	17,06	34,27	38,60	- 4,11	51,33	0,741 Tb.	
	12	12,49	35,38	41,45	- 6,96	47,87	0,2427	
	20	21,93	39,86	38,96	- 4,47	61,79		
Mittel				+ 0° 9' 34",49	2",93			

Dreieck № 12. $s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right) = \dots \dots \dots + 20,7175$
 Centrum des Höhenkreises auf dem *Pimpenellenberge* $\dots \dots \dots + 61,3317$
 Centrum des Höhenkreises auf dem *Semmelberge* über der Ostsee $\dots \dots \dots + 82,0492$
 dito über dem Erdboden $\dots \dots \dots 1,529$
 Wahrscheinlicher Fehler = 2",5 oder 0,090

Semmelberg — Löhme.

Datum.	Uhrzeit.	z Semmelberg.	z' Löhme.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	$z'+z-180^\circ$	k
Septbr. 11	20 ^u 31	90° 14' 53,39	89° 55' 38,15	- 0° 9' 37,62	- 0,42	0° 10' 31,54	
	40	53,20	39,02	37,09	- 0,95	32,22	
	46	51,49	38,78	36,36	- 1,68	30,27	
	51	54,96	42,51	36,22	- 1,82	37,47	
	56	58,87	45,74	36,57	- 1,47	44,61	
	21 6	59,12	46,88	36,12	- 1,92	46,00	
	11	55,22	44,73	35,24	- 2,80	39,95	21 ^u 4'
	16	53,36	47,42	32,97	- 5,07	40,78	0,447 Tb.
	22	57,91	47,12	35,40	- 2,64	45,03	0,0992
	30	64,29	47,41	38,44	+ 0,40	51,70	
	37	62,10	48,51	36,79	- 1,25	50,61	
	12	5 20	33,99	10,33	41,83	+ 3,79	0 9 44,32
24		32,65	5,26	43,70	+ 5,66	37,91	5 ^u 28'
31		32,64	54 59,61	46,51	+ 8,47	32,25	0,860 Tb.
35		21,23	62,28	39,48	+ 1,44	23,51	0,1926
19 21		40,36	55 24,24	38,06	+ 0,02	0 10 4,60	
26		44,11	26,87	38,62	+ 0,58	10,98	19 ^u 37'
36		45,58	29,69	37,94	- 0,10	15,27	0,671 Tb.
41		47,11	33,33	36,89	- 1,15	20,44	0,1361
46		47,52	32,21	37,66	- 0,38	19,73	
51		47,52	29,69	38,91	+ 0,87	17,21	
20 1		52,67	29,30	41,69	+ 3,65	21,97	
5		50,67	34,94	37,86	- 0,18	25,61	20 ^u 13'
10	50,86	34,64	38,11	+ 0,07	25,50	0,578 Tb.	
14	53,38	38,87	37,26	- 0,78	32,25	0,1169	
22	57,06	35,67	40,69	+ 2,65	32,73		
27	53,08	39,03	37,03	- 1,01	32,11		
15	3 49	49,38	45,09	32,14	- 5,90	34,47	
	4 12	45,59	30,78	37,41	- 0,63	16,37	4 ^u 16'
	22	47,81	39,26	34,27	- 3,77	27,07	0,687 Tb.
	26	44,42	39,55	32,44	- 5,60	23,97	0,1230
	30	44,97	33,08	35,94	- 2,10	18,05	
	5 29	24,67	4,26	40,21	+ 2,17	0 9 28,93	5 ^u 35'
	36	26,88	54 52,72	47,08	+ 9,04	19,60	0,895 Tb.
	40	20,13	58,72	40,70	+ 2,66	18,85	0,2095

Mittel — 0° 9' 38,04 2,37

Dreieck $\mathcal{N}^{\circ} 9$.	$s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right)$	— 31,6739
Centrum des Höhenkreises auf dem Semmelberge		+ 82,0492
Centrum des Höhenkreises in Löhme über der Ostsee		+ 50,3753
ditto über dem Erdboden		0,690

Wahrscheinlicher Fehler = 2,0 oder 0,110

Löhme — Eiche.

Datum.	Uhrzeit.	z Löhme.	z' Eiche.	$\frac{z' - z}{2}$	Fehler.	$z' + z - 180^\circ$	k
Septbr. 16	4 38	90° 11' 28,24	89° 53' 53,15	-0° 8' 47,55	-2,70	0° 5' 21,39	
	42	23,37	53,30	45,03	-5,22	16,67	4 ^u 47'
	52	22,19	45,87	48,16	-2,09	8,06	0,772 Tb.
	57	21,74	45,12	48,31	-1,94	6,86	0,1738
	5 1	18,66	41,84	48,41	-1,84	0,50	
	5	15,78	41,34	47,22	-3,03	4 57,12	
	12	13,37	36,13	48,62	-1,63	49,50	5 ^u 25'
	30	3,37	27,18	48,10	-2,15	30,55	0,873 Tb.
	35	4,93	22,52	51,20	+0,95	27,45	0,2668
	42	3,74	24,71	49,52	-0,73	28,45	
	47	10 54,24	17,96	48,14	-2,11	12,20	
	18 54	11 37,10	48,80	54,15	+3,90	5 25,90	
	58	36,88	47,84	54,52	+4,27	24,72	
	19 7	39,98	51,52	54,23	+3,98	31,50	
	12	34,48	56,62	48,93	-1,32	31,10	
	17	42,10	59,96	51,07	+0,82	42,06	19 ^u 27'
	22	46,12	59,93	53,09	+2,84	46,05	0,709 Tb.
	32	54,25	65,02	54,62	+4,37	59,27	0,0829
	37	46,45	67,29	49,58	-0,67	53,74	
	42	52,38	67,86	52,26	+2,01	60,24	
	46	54,14	70,11	52,01	+1,76	64,25	
	57	59,17	71,49	53,84	+3,59	70,66	
	20 2	51,64	71,31	50,17	-0,08	62,95	
	17 3 33	60,89	70,95	54,97	+4,72	71,84	
39	55,11	70,20	52,45	+2,20	65,31	3 ^u 44'	
48	55,40	70,94	52,23	+1,98	66,34	0,609 Tb.	
55	43,73	64,94	49,40	-0,85	48,67	0,0424	
4 0	44,77	70,94	46,91	-3,34	55,71		
5	42,61	66,44	48,09	-2,16	49,05		
16	40,19	63,44	48,37	-1,88	43,63	4 ^u 24'	
23	37,41	59,35	49,03	-1,22	36,76	0,715 Tb.	
28	37,12	59,10	49,01	-1,24	36,22	0,1175	
33	31,88	54,60	48,64	-1,61	26,48		
42	29,14	49,78	49,68	-0,57	18,92		
47	26,15	43,78	51,19	+0,94	9,93		

Mittel | -0° 8' 50,25 | 2,19 |

- Dreieck $\mathcal{M}^2$ 5. $s \operatorname{tang} \left(\frac{z' - z}{2} \right) \dots \dots \dots - 15,4680$
 Centrum des Höhenkreises in *Löhme* $\dots \dots \dots + 50,3753$
 Centrum des Höhenkreises in *Eiche* über der Ostsee $\dots \dots \dots + 34,9073$
 dito über dem Erdboden $\dots \dots \dots 0,979$

Wahrscheinlicher Fehler = 1,9 oder 0,055

Eiche — Kreuzberg.

Datum.	Uhrzeit.	z Eiche.	z' Kreuzberg.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	z'+z-180°	k	
Septbr. 19	3 25	90° 3' 29,96	90° 3' 58,32	+ 0° 0' 14,18	+ 4,44	0° 7' 28,28	3" 38' 0,602 Tb. 0,1241	
	30	29,21	58,32	14,56	+ 4,06	27,53		
	39	26,09	55,48	14,69	+ 3,93	21,57		
		57	10,61	47,58	18,49	+ 0,13	6 58,19	4" 23' 0,723 Tb. 0,1763
	4 4	8,36	50,22	20,93	- 2,31	58,58		
	22	7,39	48,18	20,39	- 1,77	55,57		
		30	4,25	45,34	20,55	- 1,93	49,59	19" 29' 0,712 Tb. 0,1323
		35	2,96	44,21	20,62	- 2,00	47,17	
	18 54	8,53	41,16	16,32	+ 2,30	49,69		
		58	10,24	48,53	19,14	- 0,52	58,77	7 5,87
	19 12	14,14	51,73	18,80	- 0,18	5,63		
		17	16,00	49,63	16,81	+ 1,81	8,70	
		21	16,00	52,70	18,35	+ 0,27	12,67	19" 29' 0,712 Tb. 0,1323
		25	20,89	51,78	15,45	+ 3,17	20,92	
		35	23,89	57,03	16,57	+ 2,05	24,52	
		40	26,14	58,38	16,12	+ 2,50	29,66	3" 51' 0,643 Tb. 0,1365
		44	32,25	57,41	12,58	+ 6,04	28,05	
		48	28,55	59,50	15,47	+ 3,15	29,19	
		57	27,64	61,55	16,96	+ 1,66	23,87	4" 38' 0,770 Tb. 0,1786
	20 2	26,89	56,98	15,04	+ 3,58	14,63		
	3 43	17,94	56,69	19,38	- 0,76	13,78		
		48	19,26	54,52	17,63	+ 0,99	6,96	6 59,69 60,78 54,64
		55	16,52	50,44	16,96	+ 1,66	9,80	
		59	20,11	55,22	17,55	+ 1,07	10,02	
	4 3	18,05	51,75	16,85	+ 1,77	11,08	6 59,69 60,78 54,64	
	7	15,05	54,97	19,96	- 1,34	12,06		
	14	15,46	55,62	20,08	- 1,46	12,06		
	18	16,65	55,41	19,38	- 0,76	22,70	6 59,69 60,78 54,64	
	33	8,21	51,48	21,64	- 3,02	22,70		
	38	7,69	53,09	22,70	- 4,08	23,00		
	45	4,32	50,32	23,00	- 4,38	21,36	6 59,69 60,78 54,64	
	49	5,59	48,31	21,36	- 2,74	18,74		
	53	5,93	43,41	18,74	- 0,12	23,96		
	58	2 53,55	41,48	23,96	- 5,34	35,03	21,06 1,70	
	5 5	47,08	33,98	23,45	- 4,83	21,06		
	12	35,08	26,62	25,77	- 7,15	1,70		
				Mittel	+ 0° 0' 18,62	2,48		

Dreieck № 6. $s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right) \dots\dots\dots + 0,7183$
 Centrum des Höhenkreises in *Eiche* $\dots\dots\dots + 34,9073$
 Centrum des Höhenkreises auf dem *Kreuzberge* über der Ostsee $\dots\dots\dots + 35,6256$
 dito über dem Postament $\dots\dots\dots 0,7644$
 Wahrscheinlicher Fehler = 2,1 oder 0,081

Kreuz-

Kreuzberg — Sternwarte.

Datum.	Uhrzeit.	z Kreuzberg.	z' Sternwarte.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	$z'+z-180^\circ$	k	
Septbr. 22	4 31	90° 40' 55,16	89° 19' 58,82	- 0° 40' 28,17	- 0,62	0° 0' 53,98	0,0638	
	38	61,65	59,45	31,10	+ 2,31	61,10		
	48	64,84	56,43	34,21	+ 5,42	61,27		
		56	60,90	53,30	33,80	+ 5,01	54,20	0,3668
	5 39	51,66	48,62	31,52	+ 2,73	40,28		
	45	52,27	48,03	32,12	+ 3,33	40,30		
		53	44,56	48,04	28,26	- 0,53	32,60	0,1190
	58	50,41	48,79	30,81	+ 2,02	39,20		
	19 11	51,96	61,17	25,39	- 3,40	53,13		
		18	53,30	60,42	26,44	- 2,35	53,72	0,2579
	26	50,37	56,87	26,75	- 2,04	47,24		
	33	50,70	54,24	28,23	- 0,56	44,94		
	20 5	53,33	59,90	26,72	- 2,07	53,23	0,1858	
	11	58,64	61,92	28,36	- 0,43	60,56		
	19	59,27	62,53	28,37	- 0,42	61,80		
23	24	56,90	62,32	27,29	- 1,50	59,22	0,2579	
	19 8	45,14	49,64	27,75	- 1,40	34,78		
	13	56,03	55,46	30,28	+ 1,49	51,49		
	21	51,42	51,41	30,01	+ 1,22	42,83		
	27	47,93	58,16	24,88	- 3,92	46,09		
	59	51,71	53,41	29,15	+ 0,36	45,12	0,1858	
20 4	51,30	57,52	26,89	- 1,90	48,82			
12	49,19	59,16	25,02	- 3,77	48,35			
24	17	49,80	58,26	25,77	- 3,02	48,06	0,1858	
	4 20	52,17	56,30	27,93	- 0,86	48,47		
	26	55,76	56,69	29,54	+ 0,75	52,45		
	34	48,42	58,06	25,18	- 3,61	46,48		
	41	57,94	58,97	29,48	+ 0,69	56,91		
	5 34	57,21	54,99	31,11	+ 2,32	52,20		
	39	54,43	50,28	32,08	+ 3,29	44,71		
46	50,71	54,99	27,86	- 0,93	45,70			
	51	58,03	56,10	30,96	+ 2,17	54,13		

Mittel | - 0° 40' 28,79 | 2,06

Dreieck $\mathcal{N}_2$ 62.	$s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right) = \dots\dots\dots$	- 11,5005
Centrum des Höhenkreises auf dem <i>Kreuzberge</i>		+ 35,6256
Centrum des Höhenkreises auf der <i>Sternwarte</i> über der Ostsee		+ 24,1251
Höhe des Instruments		0,1739
Höhe der obern Fläche des steinernen Pfeilers auf der Plattform der <i>Sternwarte</i> über der Ostsee		+ 23,9512

Wahrscheinlicher Fehler = 1,7 oder 0,008

N

II. Lehrkanzel für Geodäsie
Technische Hochschule Graz

§. 24. Bestimmung des *Marienthurms* in *Berlin* und des magnetischen Häuschens bei der *Sternwarte*.

Station Kreuzberg.

Datum.	Uhrzeit.	Namen der Punkte.	Zenith-distance.	<i>k</i>	<i>s</i>	Höhen-differenz.
Septbr. 18	3 48	Knopf des Marienthurms	89° 17' 1,58			
	53	—	16 55,71			
	4 10	—	60,40			
	14	—	56,90			
19	3 47	—	54,96			
	4 15	—	60,52			
	41	—	61,87			
	45	—	60,08			
	5 0	—	59,70			
	2	—	57,56			
	7	—	58,90			
	10	—	55,80			
			89 16 58,66	0,1763 (S.96.)	Δ $\mathcal{M}_2$ 6.	+ 26,487 ^T
	20 7	—	89 17 6,06			
	11	—	2,54			
	18	—	4,01			
	21	—	4,60			
			89 17 4,30	0,1099	—	+ 26,474
22	3 53	—	89 17 13,09			
	58	—	10,81			
	4 8	—	7,84			
	13	—	6,07			
	5 13	—	11,49			
	18	—	7,88			
	28	—	10,58			
	33	—	8,78			
			89 17 9,57	0,0638	—	+ 26,451
19	38	—	89 17 3,73			
	43	—	2,20			
	53	—	4,39			
	58	—	1,53			
			89 17 2,96	0,1190	—	+ 26,475
24	3 52	—	89 17 2,34			
	57	—	7,29			
	4 7	—	7,53			
	12	—	1,49			
			89 17 4,66	0,1858	—	+ 26,421

Mittel aus 32 Beobachtungen + 26,467^T

Station Sternwarte.

Datum.	Uhrzeit.	Namen der Punkte,	Zenith- distance.	<i>k</i>	<i>s</i>	Höhen- differenz.	
Septbr. 22	5 12	Knopf des Marienthurms	88° 1' 31,34				
	18	—	34,53				
	28	—	29,98				
	33	—	28,48				
				88 1 31,08	0,0638	Δ $\mathcal{N}$ 61.	+ 37,990
	19 40	—	88 1 33,85				
	45	—	32,01				
	55	—	29,04				
	20 0	—	30,47				
				88 1 31,08	0,1190	—	+ 37,979
	23	19 32	—	88 1 23,47			
		37	—	21,22			
		42	—	19,82			
		47	—	13,82			
				88 1 19,58	0,2579	—	+ 38,016
	24	4 48	—	88 1 34,74			
		53	—	35,40			
		59	—	30,90			
5 4		—	26,87				
14		—	30,89				
19		—	27,93				
			88 1 31,12	0,1858	—	+ 37,967	

	Mittel aus 18 Beobachtungen	+ 37,986
Höhendifferenz zwischen Station Kreuzberg und Station Sternwarte		— 11,501
— — Kreuzberg und Marienthurm aus 18 Beobachtungen		+ 26,485
— — — — — — — — — — — 32 —		+ 26,467
	Mittel — 50	+ 26,473
Centrum des Höhenkreises auf dem Kreuzberge		+ 35,626
Knopf des Marienthurms (Mitte) über der Ostsee		+ 62,099

Durch unmittelbare Ablothung hat Herr Professor *Enke* gefunden, daß der Fußboden des magnetischen Häuschens neben der Sternwarte 39 Fuß 4 Zoll 7 Linien Rheinländisch unter der Oberfläche des Pfeilers liegt; daher:

Obere Fläche des Beobachtungspfeilers über der Ostsee	+ 23,9512
Höhenunterschied zwischen dem Pfeiler und dem Fußboden des magnetischen Häuschens	6,3416
Fußboden des magnetischen Häuschens über der Ostsee	+ 17,6096

§. 25. Bestimmung des Pegels und einiger anderer Punkte von Berlin.

Behufs der Regulirung der Strafsenabflüsse wurde vor mehreren Jahren, mittelst eines Fernrohr-Niveaus, ein vollständiges Strafsen-Nivellement ausgeführt, und die so bestimmten Punkte an verschiedenen Strafsenecken, in einer Höhe von 20 Rheinländischen Fufs, über dem Nullpunkt des Pegels an der Fischerbrücke, durch horizontal eingeschlagene Klammern bezeichnet. Diese Höhe von 20 Fufs reichte indessen nicht überall aus, und namentlich nicht in den östlichen Theilen der Stadt, wo die Marken unter das Strafsenpflaster zu liegen kamen; man ging daher da, wo dies der Fall war, 6 Fufs höher, und schlug bei 26 Fufs Pegelhöhe andere Klammern, von der Form eines lateinischen **T** ein.

Die Nullpunkte der beiden Pegel unterhalb der Mühlen am Mühlendamm, sollen sich in gleichem Niveau mit dem Nullpunkt des Pegels an der Fischerbrücke befinden. Der Pegel bei der Schleuse soll nur den Schiffern den Wasserstand über dem Drempe! der Schleuse angeben; sein Nullpunkt liegt sehr nahe in gleicher Höhe mit dem Nullpunkt des Pegels an der Fischerbrücke.

Der Normal-Wasserstand der Spree (Oberwasser) gilt für die Sommermonate vom Mai bis September und liegt am Pegel an der Fischerbrücke 8 Fufs 4 Zoll über dem Nullpunkt. Dieser Wasserstand wird durch die Schützenstellung der Königlichen Mühlen in jener Zeit hergestellt, sobald er obiges Mafs überschreitet.

Das Unterwasser der Schleuse steht etwa um 3 Fufs 11 Zoll niedriger.

Im März 1830 war der höchste Stand des Oberwassers 13' 5"

..... Unterwassers 10' 7"

Im Jahre 1826 war der niedrigste Stand des Oberwassers 6' 3"

..... Unterwassers 2' 3"

Ein großer Theil der Barometer-Messungen in Berlin bezieht sich auf die Höhe des Strafsenpflasters unter dem Thorwege der alten Sternwarte. Der Ingenieurgeograph Herr *Bertram* fand dafs dieser Punkt um 0,579 Ruthen unter den horizontalen Niveau-Klammern liegt, welche sich an den Häusern Dorotheenstrafse № 3 und Dorotheenstrafse № 10 befinden.

Auf der neuen Königlichen Sternwarte befindet sich eine Niveau-Marke deren Höhe über dem Pegel an der Fischerbrücke bekannt ist. Herr Professor *Enke* hat den Höhenunterschied zwischen dieser Marke und der Oberfläche des Beobachtungspfeilers bestimmt und gefunden, daß die obere Fläche des Pfeilers 53,884 Preussische Fufs über dem Nullpunkt des Pegels an der Fischerbrücke liegt. Daraus ergibt sich:

Obere Fläche des Pfeilers auf der Sternwarte über der Ostsee	+	23,9512
Höhendifferenz zwischen dem Pfeiler u. d. Nullpunkt des Pegels		8,6769
<hr/>		
Nullpunkt des Pegels über der Ostsee	+	15,2743
Normal-Wasserstand über dem Nullpunkt des Pegels		1,3420
Unterwasser bei der Schleuse	dito	0,7046
Horizontale Niveau-Klammern	dito	3,2206
Strafsenpflaster unter dem Thorwege der alten Sternwarte	dito	2,1018
Daher:		
Normal-Wasserstand (Oberwasser) der Spree über der Ostsee	+	16,6163
Unterwasser der Spree	dito	+ 15,9789
Horizontale Niveau-Klammern	dito	+ 18,4949
Strafsenpflaster unter dem Thorwege der alten Sternwarte	dito	+ 17,3761

§. 26. Bestimmung der Thürme von Berlin.

Station Kreuzberg.

Datum.	Uhrzeit, Mittel.	Namen der Thürme.	Zenith- distanzen.	<i>k</i>	<i>s</i>	Höhen- differenz.	Höhe über d. Meer.
Sept. 29.	21 15'	Marienthurm, Mitte des Knopfs	89° 17' 10,77"	0,0139	—	—	—
—	—	Gensd'armen Th., franz., höchster Punkt	89 26 8,72	—	Δ 49.	+ 15,872	51,498
—	—	Gensd'armen Th., deutsch, Quer- stange am Blitzableiter	89 24 58,33	—	50.	+ 15,463	51,089
—	—	Gensd'armen Th., deutsch, höch- ster Punkt	89 23 29,59	—	50.	+ 16,102	51,728
—	—	Kathol. Kirche, Mitte der Kuppel	90 0 32,65	—	59.	+ 0,157	35,784
—	—	Sophien Th., Mitte des Knopfs . . .	89 34 51,04	—	51.	+ 17,259	52,885
—	—	Dom, Kreuz (Durchschnitt)	89 46 52,91	—	48.	+ 7,837	43,463
—	—	Kön. Schloß, Kreuz üb. der Krone	89 56 4,02	—	54.	+ 2,514	38,140
—	—	Nicolai Th., Mitte des Knopfs . . .	89 23 51,49	—	52.	+ 20,349	55,975
—	—	Parochial Th., Mitte des Sterns	89 33 38,35	—	53.	+ 15,910	51,536
—	—	Marienthurm, höchster Punkt . . .	89 14 24,43	—	6.	+ 28,145	63,771
Oktb. 1.	4 35	Marienthurm, Mitte des Knopfs . . .	89 17 3,67	0,1218	—	—	—
—	—	Charlottenburg, Königl. Schloß, Kopf der Figur	89 55 21,87	—	46.	+ 6,467	42,088
—	—	Dreifaltigkeit Th., Mitte d. Knopfs	89 39 23,70	—	47.	+ 8,497	44,123
Oktb. 22.	1 20	Marienthurm, Mitte des Knopfs . . .	89 17 8,50	0,0479	—	—	—
—	—	Jerusalem Th., höchster Punkt . . .	89 47 40,06	—	55.	+ 4,667	40,293
—	—	Georgen Th., Knopf	89 57 28,32	—	56.	+ 2,471	38,097
—	—	Waisenkirche Th., höchster Punkt	90 0 19,75	—	58.	+ 0,376	36,002

Diese Bestimmungen beruhen sämmtlich auf je zwei Beobachtungen.

- Spitze des Marienthurms über der Ostsee + 63,771
- Spitze des Marienthurms über dem Straßpflaster + 45,850
-
- Straßpflaster am Fuß des Marienthurms über der Ostsee + 17,921

Anmerkung. Im Jahre 1838 erhielt der frühere stumpfe Thurm der Jerusalemer Kirche eine hohe Spitze. Die Zenithdistanz der Mitte des Knopfes derselben, auf dem Stationspunkt der Sternwarte gemessen, beträgt $83^{\circ} 38' 17,17''$ und der Log. der Entfernung ist = 2,4296748. Hieraus ergibt sich der Höhenunterschied = 29,996, und die Höhe über dem Meer = 54,121.

§. 27. Bestimmung des Pegels am Engen-Oderkruge.

Höhe des Fernrohrs über dem Boden 0,710

Datum.	Uhrzeit.	z Stolzenhagen.	z' Engen-Oderkrug.	$\frac{z'-z}{2}$	Fehler.	
August 12	6 7	91° 6' 4,08	88° 55' 19,42	-1° 5' 22,33	+ 5,48	
	14	2,02	25,42	18,30	+ 1,45	
	22	2,03	20,93	20,55	+ 3,70	
	30	5 55,97	23,93	16,02	- 0,83	
	18 9	6 15,69	48,33	13,68	- 3,17	
	16	20,59	47,51	16,54	- 0,31	
	25	18,44	48,26	15,09	- 1,76	
	33	18,88	46,36	16,26	- 0,59	
	47	27,75	55,64	16,06	- 0,79	
	53	28,64	56,70	15,97	- 0,88	
	19 0	26,51	52,67	16,92	+ 0,07	
	6	27,63	58,67	14,48	- 2,37	
	Mittel				-1° 5' 16,85	1,78

Dreieck N_2 77.	$s \operatorname{tang} \left(\frac{z'-z}{2} \right)$	- 44,3421
Centrum des Höhenkreises in Stolzenhagen		+ 45,7019
Centrum des Höhenkreises am Engen-Oderkruge über der Ostsee		+ 1,3598
Nullpunkt des Pegels unter dem Instrument		- 1,6976
Nullpunkt des Pegels über der Ostsee		- 0,3378

An dem Pegel bei dem Engen-Oderkruge wird der Wasserstand eben so wie in Swinemünde täglich beobachtet. Zur Bestimmung des mittleren Niveaus der Oder wurden daher sämtliche Beobachtungen von den Jahren 1826 bis 1834 aus den Akten der Königlichen Ober-Bau-Deputation zusammengestellt. Die jährlichen Durchschnittszahlen ergaben:

1826	mittlerer Pegelstand . . .	1 Fufs 9,38 Zoll
1827	—	2 0,25
1828	—	2 1,41
1829	—	2 3,33
1830	—	2 4,32
1831	—	2 4,18
1832	—	1 9,01
1833	—	2 0,29
1834	—	2 8,06

Im Mittel aus 9 Jahrgängen . . . 2 Fufs 1,80 Zoll.

Die Beobachtungen von 1834 wurden nicht ausgeschlossen, obgleich der Wasserstand der Oder in diesem Jahre ganz ungewöhnlich hoch war. Die Monate Januar und Februar geben im Mittel eine Pegelhöhe welche 4 Fufs übersteigt.

Da das Haff durch drei große Arme, die Divenow, Swine und Peene, mit der See in Verbindung steht, so ist es keinem Zweifel unterworfen, daß es mit der Ostsee gleiches Niveau hat. Der Pegel am *Engen-Oderkrüge* liegt nun zwar unmittelbar am Einfluß der Oder in das Haff, aber doch noch in der Oder selbst; es konnte daher nicht mit derselben Sicherheit behauptet werden, daß hier der mittlere Pegelstand auch zugleich das mittlere Niveau des Haffs geben würde, indem es nicht unmöglich schien, daß besonders bei hohem Wasser, das Niveau in dem engen Oderbette noch bemerkbar höher liegen könne als in dem weiten Haff. Um diesen Zweifel zu heben, wurde aus den neunjährigen Beobachtungen in *Swinemünde* und am *Engen-Oderkrüge*, bei windstillen Tagen und niedrigem Oderwasser, die Differenz beider Pegelstände ermittelt.

147 Beobachtungen gaben den Unterschied des Wasserstandes

des beider Pegel gleich	1 Fufs 5,2 Zoll
Diesen Werth, von 3 Fufs 6 Zoll, dem Normalstande in	
<i>Swinemünde</i> abgezogen, giebt	2 Fufs 0,8 Zoll
für den mittleren Wasserstand am <i>Engen-Oderkrüge</i> unter	
den günstigsten Verhältnissen. Oben fanden wir	2 Fufs 1,80 Zoll
also eine Übereinstimmung, die nichts zu wünschen übrig läßt.	

Da nun der Pegel am <i>Engen-Oderkrüge</i> an windstillen Tagen und bei niedrigem Oderwasser gewiß das Niveau des Haffs, also auch das der Ostsee richtig angiebt, so folgt, daß der Nullpunkt des Pegels am <i>Engen-Oderkrüge</i> tiefer liegt als das Niveau der Ostsee um 2 Fufs 0,8 Zoll oder dessen Höhe	=	— 0 ^r 3328
Von <i>Stolzenhagen</i> her fanden wir		— 0,3378
	Differenz	— 0 ^r 0050

Dieser Unterschied ist also der wirkliche Fehler des Nivellements auf der Strecke von *Swinemünde* über den *Gollenberg* nach *Stolzenhagen*, und von da herunter nach dem *Engen-Oderkrüge*; eine Entfernung von $7\frac{3}{4}$ Meilen. Der wahrscheinliche Fehler beträgt 0^r194.

§. 28. Bestimmung des Pegels bei Oderberg.

Standpunkt Pimpenellenberg.

Datum.	Uhrzeit.	Namen der Punkte.	Zenith- distance.	k	s	Höhen- differenz.	Höhe über dem Meer.
Aug. 22	4 ^u 14 ^l	Oderberg Th. Mitte des Knopfs	91° 52' 50,12	0,1312	Δ № 69.	—	33,502 ^T
		—	41,59				
		—	45,48				
		—	46,21				
Aug. 24	19 51	—	91 52 45,85	0,1312	—	—	33,503
		—	47,22				
		—	44,79				
		—	45,30				
Sept. 7	6 10	—	91 52 46,00	0,1312	—	—	33,503
		—	40,80				
		—	37,56				
		—	39,44				
Sept. 7	20 46	—	91 52 39,19	0,1874	—	—	33,478
		—	38,28				
		—	42,98				
		—	39,02				
			91 52 40,63	0,1203	—	—	33,475
Oderberg Th. Mitte des Knopfs aus 16 Beob. Mittel						— 33,490 ^T	+ 27,842 ^T
Sept. 8	4 ^u 12 ^l	Standpunkt A a. d. Oder bei Oderberg, reducirt auf die Höhd. Fernrohrs daselbst	92° 43' 14,29	0,1261	Δ № 70.	—	59,122 ^T
		—	10,59				
		—	10,01				
		—	14,87				
Sept. 9	4 0	—	92 43 12,44	0,1261	—	—	59,113
		—	10,83				
		—	10,86				
		—	12,27				
20 58	—	—	92 43 10,91	0,1261	—	—	59,113
		—	10,83				
		—	12,18				
		—	11,92				
			92 43 10,65	0,1261	—	—	59,114
			92 43 11,28				
Stand A an der Oder Mittel						— 59,116 ^T	

Standpunkt A. an der Oder;

auf dem rechten Ufer, der Stadt *Oderberg* gegenüber. Das Fernrohr war 0;750 über der Wiese.

Datum.	Uhrzeit.	Namen der Punkte,	Zenith- distance.	<i>k</i>	<i>s</i>	Höhen- differenz.
Septbr. 8	22 ^u 57	Pfeiler auf dem Pimpenellenberge, reducirt auf die Höhe des Fernrohrs daselbst	87° 17' 53,02	0,1000	Δ <i>J</i> 70.	+ 59,090 ^T
			18 12,24			
			17 56,80			
			18 8,48			
			87 18 2,64			
8	23 16	Pegel, 18 Fußpunkt.	89 48 36,84	73.	+ 0,608	
			54,44			
			34,89			
			56,42			
			89 48 45,65			
8	23 32	Oderberg Th., Mitte des Knopfs	83 58 44,23	0,1228	72.	+ 25,614
			46,21			
			44,49			
			45,95			
			83 58 45,22			

Anmerkung. Bei Beobachtung des Pfeilers und Pegels wurde so eingestellt, daß einmal der obere, und dann der untere Faden tangirte.

Höhendifferenz zwischen dem *Pimpenellenberge* und dem Stand *A*

aus 12 Beob. — 59,116^T

— aus 4 Beob. — 59,090

Mittel — 59,110

Höhendifferenz zwischen dem *Pimpenellenberge* und dem Thurmknopf

aus 16 Beob. — 33,490

Höhendifferenz zwischen dem Thurmknopf und dem Stand *A* aus 4 Beob. — 25,614

Höhendifferenz zwischen dem *Pimpenellenberge* und dem Stand *A* — 59,104

Mittel aus 36 Beob. — 59,107

Centrum des Höhenkreises auf dem *Pimpenellenberge* + 61,332

Centrum des Höhenkreises auf dem Stand *A* über der Ostsee . . . + 2,225

Mithin der 18 Fußpunkt des Pegels über der Ostsee 2,833

Nullpunkt des Pegels über der Ostsee (2,899) — 0,066

Anmerkung. Der Wasserspiegel der Oder war am 8. Sept. Mittags 1;739 unter dem Centrum des Höhenkreises auf dem Stande *A*. Die Ostsee stand in *Swinemünde* zu derselben Zeit um 0;040 unter ihrem mittleren Stande. Mithin Gefälle der Oder an diesem Tage . . 0;526. Bei hohem Wasser steigt die Oder auf 8 bis 10 sogar bis 13 Fuß am Pegel und darüber; so groß ist alsdann auch ihr Gefälle bis *Swinemünde*.

§. 29. Bestimmung verschiedener Punkte in der Nähe der Nivellements-Stationen.

Namen der Stationen.	Datum.	Uhrzeit.	Anzahl d. Beobachtungen.	Namen der Punkte.	Zenith-distanzen.	<i>k</i>	<i>s</i>	Höhen-differenz.	Höhe über dem Meer.	
Ziegenort.	Aug. 10	18 45	4	Gr. Ziegenort Th., Mitte des Knopfs	89 35 41,87	0,1118	Δ № 79.	+ 5,783	Toisen + 17,643	
		21 47	4	—	89 35 46,86	0,0791	—	+ 5,767		
		11 6 14	4	—	89 35 35,38	0,1431	—	+ 5,805		
		18 24	4	—	89 35 38,35	0,1505	—	+ 5,793		
		20 14	4	—	89 35 39,93	0,1505	—	+ 5,787		
					Gr. Ziegenort Th., Mitte des Knopfs			Mittel . . . + 5,787		
Stolzenhagen	Aug. 10	21 27	4	Stolzenhagen Th., Mitte des Kreuzes	88 47 51,08	0,0791	Δ № 36.	+ 13,162	+ 58,874	
		11 5 0	4	über der Wetterfahne	88 47 42,07	0,1111	—	+ 13,187		
		20 0	4	—	88 47 54,42	0,1505	—	+ 13,147		
		14 20 30	4	—	88 47 48,63	0,1210	—	+ 13,166		
		23 15	4	—	88 47 48,95	0,1140	—	+ 13,166		
	15 6 30	4	—	88 47 35,75	0,1645	—	+ 13,203			
					Stolzenhagen Th., Kreuz über der Wetterfahne			Mittel . . . + 13,172		
	Aug. 14	3 10	4	Neuendorf Th., Mitte des Knopfs	89 10 31,99	0,1210	—	+ 22,761	+ 68,463	
Klütz	Aug. 14	7 0	2	Klütz Th., Mitte des Knopfs	88 19 1,28	0,1657	Δ № 75.	+ 3,749	+ 32,582	
		21 0	2	—	88 18 55,56	0,1210	—	+ 3,752		
		15 2 40	2	—	88 18 59,62	0,1210	—	+ 3,750		
	16 20 16	2	—	88 18 58,02	0,1701	—	+ 3,751			
				Klütz Th., Mitte des Knopfs			Mittel . . . + 3,751			
Koboldsberg	Aug. 25	19 8	2	Hohen-Kränig Th., Knopf	90 48 43,22	0,1389	Δ № 74.	— 25,911	+ 44,451	
Löhme	Sept. 11	4 30	4	Weesow Th., Mitte des Knopfs	89 51 48,76	0,1600	Δ № 67.	+ 3,732	+ 54,120	
		13 3 10	4	—	89 51 46,08	0,1550	—	+ 3,752		
		16 3 50	4	—	89 51 47,71	0,1230	—	+ 3,751		
		20 40	4	—	89 51 48,92	0,1169	—	+ 3,745		
						Weesow Th., Knopf				Mittel . . . + 3,745
	Sept. 14	3 25	4	Werneuchen Th., Mitte des Knopfs	89 43 15,04	0,1550	Δ № 10.	+ 8,895		+ 59,285
		5 42	4	—	89 43 8,91	0,1939	—	+ 8,925		
				Werneuchen Th., Knopf			Mittel . . . + 8,910			
	Sept. 13	3 30	4	Blumberg Th., Mitte des Knopfs	89 55 46,29	0,1550	Δ № 68.	+ 5,393	+ 55,768	
Eiche	Sept. 17	5 0	2	Blumberg Th., Mitte des Knopfs	89 37 39,45	0,1175	Δ № 64.	+ 20,746	+ 55,653	
	Sept. 19	5 0	2	Eiche Th., obere Tangente des Knopfs	88 59 24,68	0,1763	Δ № 65.	+ 9,330	+ 44,237	
	Sept. 19	20 20	2	Falkenberg Th., Mitte des Knopfs	89 43 12,39	0,1323	Δ № 66.	+ 8,800	+ 43,707	

§. 30. Festlegung des Endpunktes.

Auf der Plattform der Königlichen *Sternwarte* befinden sich vier eingemauerte Sandsteinpfeiler, die zur Aufstellung von Instrumenten bestimmt sind. Einer derselben, welcher von dem Centrum des runden Thurmes in nordwestlicher Richtung steht, wurde als Stationspunkt benutzt und bildet den eigentlichen Endpunkt der ganzen Operation. Die Höhe seiner oberen Fläche liegt nach §. 23. = 23;9512 über der Ostsee. Da aber die Aussicht von hier aus ziemlich beschränkt ist, so würde, wenn einst eine Fortsetzung des Nivellements von *Berlin* aus unternommen werden sollte, immer die Operation rückwärts nach dem *Kreuzberge* wiederholt werden müssen: es mußte daher wünschenswerth erscheinen, auf dem *Kreuzberge* selbst, der nach allen Richtungen eine freie Aussicht gewährt, eine sichere Marke zu haben, welche jeder anderweitigen Benutzung leicht zugänglich ist.

Der passlichste Punkt für diesen Zweck schien die Spitze oder vielmehr die oberste Fläche des Kreuzes auf dem Monumente zu sein. Zur Bestimmung derselben war aber eine besondere Operation nothwendig, welche hier näher beschrieben werden soll (Fig. II).

Die Grundlinie AB wurde zweimal gemessen
 die 1ste Messung gab ihre Länge gleich 7,0510 Ruthen
 die 2te 7,0514 —

Mittel = 7,0512 Ruthen = 13;6255

Zur Bestimmung der Entfernungen von dem Stationspunkte P nach den obersten Ecken a und b des Kreuzes wurden folgende Winkel gemessen.

<i>Standpunkt A.</i>				<i>Standpunkt B.</i>			
b	0°	0'	0"	A	0°	0'	0"
a	0	29	1,5 + (1)	P	35	21	46,5 + (4)
P	25	6	15 + (2)	b	60	48	0 + (5)
B	53	38	55 + (3)	a	61	6	36 + (6)

Station Kreuzberg P.

	<i>A</i>	0°	0'	0'	
	<i>b</i>	118	51	0	+ (7)
	<i>a</i>	119	46	10	+ (8)
	<i>B</i>	243	54	32,25	+ (9)
Centrum des Monuments		119	24	31	
Marienthurm (Berlin)		223	17	0	

Die überflüssigen Beobachtungen in der Figur geben drei Bedingungsgleichungen:

$$0 = -5,75 + (3) + (4) - (2) - (9) \} \cdot I$$

$$1 = \frac{\sin (3) - (2) \cdot \sin (-2) - (7) \cdot \sin (5) - (4)}{\sin (4) \cdot \sin (2) \cdot \sin (4) + (7) - (5) - (9)} \} \cdot II$$

$$1 = \frac{\sin (3) - (2) \cdot \sin (1) - (2) - (8) \cdot \sin (6) - (4)}{\sin (4) \cdot \sin (2) - (1) \cdot \sin (4) + (8) - (6) - (9)} \} \cdot III$$

Hieraus folgen die Gleichungen zwischen den Verbesserungen und den Factoren

0 = (1)	—	+ 3,578 · II	—
0 = (2)	— I	— 5,416 · II	— 5,346 · III
0 = (3)	+ I	+ 1,838 · II	+ 1,838 · III
0 = (4)	+ I	— 5,206 · II	— 5,278 · III
0 = (5)	—	—	+ 3,869 · III
0 = (6)	—	+ 3,797 · II	—
0 = (7)	—	—	— 3,141 · III
0 = (8)	—	— 3,120 · II	—
0 = (9)	— I	+ 1,724 · II	+ 1,767 · III

Aufzulösende Gleichungen:

— 5,75	= + 4,000 · I	+ 0,324 · II	+ 0,139 · III
— 180,069	= + 0,324 · I	+ 99,738 · II	+ 62,855 · III
— 252,262	= + 0,139 · I	+ 62,855 · II	+ 87,772 · III

Werthe der Factoren.

I =	— 1,339
II =	+ 0,016
III =	— 2,883

Werthe der Verbesserungen.

(1) =	— 0,06	(6) =	— 0,06
(2) =	— 16,70	(7) =	— 9,06
(3) =	+ 6,61	(8) =	+ 0,05
(4) =	— 13,82	(9) =	+ 3,75
(5) =	+ 11,15		

Werden diese Verbesserungen den Beobachtungen hinzugefügt so erhält man die Entfernungen:

$$AP = 8,77965 \quad aP = 6,27993$$

$$BP = 7,25090 \quad bP = 6,32803$$

Die Entfernung von P bis zum Centrum des Monuments ist $= 6,3275$

Die in P gemessene Zenithdistance mit der Ecke a

ist aus 3 Beobachtungen $= 34^\circ 28' 31'' = z$

Die in P gemessene Zenithdistance mit der Ecke b

ist aus 3 Beobachtungen $= 34 \quad 40 \quad 54 = z'$

Daraus folgt:

$aP \cdot \cotang. z$	9,1458
$bP \cdot \cotang. z'$	9,1451
Mittel	9,1455
Centrum des Höhenkreises in P (Station <i>Kreuzberg</i>)	+ 35,6256
Höhe der obersten Fläche des Monuments über der Ostsee	+ 44,7711

(Faint bleed-through table from the reverse side of the page)

(Faint bleed-through table from the reverse side of the page)

§. 31. Zusammenstellung der gemessenen Höhen und ihrer wahrscheinlichen Fehler.

A. Nivellements-Stationen.

N ^o der Stationen.	Angabe der Punkte.	Höhenunter- schiede.	Wahr- scheinl. Fehler der Höhen- unter- schiede.	Höhe über der Ostsee.	Wahr- scheinl. Fehler auf den Null- punkt bezogen.
	Nullpunkt des Pegels in Swinemünde . . .	Toisen —	Toisen —	Toisen — 0,5634	Toisen —
I	Fernrohr auf der Station Swinemünde . . .	—	—	+ 1,4060	—
II	— — — — Gollenberg . . .	+ 31,0282	0,013	+ 32,4342	0,013
III	— — — — Ziegenort	— 20,5780	0,155	+ 11,8562	0,156
IV	— — — — Stolzenhagen . . .	+ 33,8457	0,114	+ 45,7019	0,193
V	{ Nullpunkt des Pegels am Engen-Oderkrüge	— 46,0397	0,017	— 0,3378	} 0,194
	{ Niveau des Haffs am Pegel bei dem Engen- Oderkrüge	+ 0,3328	—	— 0,0050	
VI	Fernrohr auf der Station Klütz	— 16,8764	0,082	+ 28,8305	0,084
VII	— — — — Garz	— 5,4463	0,068	+ 23,3842	0,108
VIII	— — — — Koboldsberg	+ 46,9781	0,229	+ 70,3623	0,254
IX	— — — — Pimpennellenberg . . .	— 9,0306	0,090	+ 61,3317	0,269
X	— — — — Semmelberg	+ 20,7175	0,090	+ 82,0492	0,281
XI	— — — — Löhme	— 31,6739	0,110	+ 50,3753	0,302
XII	— — — — Eiche	— 15,4680	0,055	+ 34,9073	0,307
XIII	— — — — Kreuzberg	+ 0,7183	0,081	+ 35,6256	0,317
XIV	— — — — Berliner Sternwarte	— 11,5005	0,008	+ 24,1251	0,317
XV	Fußboden des magnetischen Häuschens bei der Sternwarte	—	—	+ 17,6096	—

Die Entfernung von *Swinemünde* bis zum *Engen-Oderkrüge* nach den Nivellementslinien gemessen beträgt 7,79 Meilen. Von da bis zur *Berliner Sternwarte* 20,61 Meilen.

B. Nebenpunkte.

N ^o	Angabe der Punkte.	N ^o der Hauptstation.	Höhe über der Ostsee.
1	Swinemünde, StraÙe am Bollwerk bei dem Pegel	I	+ 0,695
2	— — Granitplatte des Krause'schen Hauses an der Ecke der KönigsstraÙe	—	+ 1,245
3	Gr. Ziegenort Th. Mitte des Knopfes	III	+ 17,643
4	Stolzenhagen Th. Kreuz über der Wetterfahne	IV	+ 58,874
5	Neuendorf Th. Mitte des Knopfes	—	+ 68,463
6	Erdboden bei dem Pegel am Engen-Oderkrug	V	+ 0,650
7	KlütZ Th. Mitte des Knopfes	VI	+ 32,582
8	Hohen-Kränig Th. Mitte des Knopfes	VIII	+ 44,451
9	Oderberg Th. Mitte des Knopfes	IX	+ 27,842
10	— — Nullpunkt des Pegels	—	+ 0,066
11	— — Niveau der Oder am 9ten September 1835	—	+ 0,486
12	— — Wiesen der Stadt gegenüber	—	+ 1,475
13	Weesow Th. Mitte des Knopfes	XI	+ 54,120
14	Werneuchen Th. Mitte des Knopfes	—	+ 59,285
15	Blumberg Th. Mitte des Knopfes	—	+ 55,696
16	Eiche Th. obere Tangente des Knopfes	XII	+ 44,237
17	Falkenberg Th. Mitte des Knopfes	—	+ 43,707
18	Kreuzberg Spitze des Monuments	XIII	+ 44,771
19	Charlottenburg Königl. Schloß, Kopf der Figur	—	+ 42,088
20	Berlin Marienthurm, Mitte des Knopfes	—	+ 62,099
21	— — höchster Punkt	—	+ 63,771
22	— StraÙenpflaster am FuÙe des Marienthurms	—	+ 17,921
23	— Königl. Schloß, Kreuz über der Krone	—	+ 38,140
24	— Katholische Kirche, höchster Punkt der Kuppel	—	+ 35,784
25	— Sophien-Kirche Th. Mitte des Knopfes	—	+ 52,885
26	— Friedrichstädtsche Kirche (französisch) Th. höchster Punkt	—	+ 51,498
27	— Neue Kirche (deutsch) Th. höchster Punkt	—	+ 51,728
28	— Dom-Kirche Th. Kreuz (Querbalken)	—	+ 43,463
29	— Nicolai-Kirche Th. Mitte des Knopfes	—	+ 55,975
30	— Parochial-Kirche Th. Mitte des Sterns	—	+ 51,536
31	— Georgen-Kirche Th. Mitte des Knopfes	—	+ 38,097
32	— Waisen-Kirche Th. höchster Punkt	—	+ 36,002
33	— Dreifaltigkeits-Kirche Th. Mitte des Knopfes	—	+ 44,123
34	— Jerusalemer-Kirche Th. Mitte des Knopfes	—	+ 54,121
35	— Nullpunkt des Pegels an der Fischerbrücke	XIV	+ 15,274
36	— Normal-Wasserstand der Spree (Oberwasser)	—	+ 16,616
37	— — — — Unterwasser der Schleuse	—	+ 15,979
38	— Horizontale Niveau-Klammern in den StraÙen	—	+ 18,495
39	— StraÙenpflaster unter dem Thorwege der alten Sternwarte	—	+ 17,376

§. 32. *Coefficienten der Strahlenbrechung — Gesetz der mittleren terrestrischen Refraktion — etc.*

Von den Stationen *Semmelberg* und *Löhme* ist der *Marienthurm* in *Berlin* zu sehen: man hatte daher Anfangs die Idee, diesen Umstand zu einer Controle zu benutzen und die gegenseitigen Zenithdistanzen zwischen diesen Punkten zu beobachten; später erwies sich aber, daß dieselbe nicht ausführbar war, weil auf dem *Semmelberge* nur die äußerste Spitze des Thurms gesehen werden konnte, und dann war die Jahreszeit auch schon so weit vorgerückt, daß selbst die gegenseitige Beobachtung, zwischen dem *Marienthurm* und *Löhme*, wo sie möglich gewesen wäre, unterbleiben mußte. Um indessen doch einigen Nutzen von diesen Durchsichten zu ziehen, so sollten, sowohl in *Löhme* wie auf dem *Semmelberge*, bei bedecktem Himmel, Zenithdistanzen nach dem Knopfe des *Marienthurms* genommen werden, um daraus den Coefficienten der Strahlenbrechung bei bedecktem Himmel zu bestimmen; aber auch diese Beobachtung war auf dem *Semmelberge* nicht zu Stande zu bringen, weil der großen Entfernung wegen, der Knopf nicht mit Sicherheit gesehen werden konnte. In *Löhme* wurden dagegen am 13. und 14. Sept., bei völlig bedecktem Himmel und ruhiger Luft folgende Beobachtungen gemacht:

Datum.	Uhrzeit.	Namen der Punkte.	Zenithdistance.	<i>k</i>
Septbr. 13	3 ^u 53'	Berlin, Marienthurm, Mitte des Knopfs	90° 1' 54,41	3 ^u 55'
	58		49,25	0,612 Tb.
	4 3	—	45,85	0,1491
	8	—	45,85	
	13	—	48,27	
	18	—	47,45	4 ^u 29'
	28	—	47,39	0,710 Tb.
	33	—	45,22	0,1687
	38	—	42,26	
	43	—	44,73	
	48	—	36,96	
	53	—	41,59	5 ^u 6'
	5 3	—	35,96	0,800 Tb.
8	—	33,96	0,1945	
Septbr. 14	5 8	—	32,14	
	13	—	37,61	
	17	—	38,16	5 ^u 23'
	28	—	34,04	0,846 Tb.
	33	—	35,81	0,1939
	38	—	33,36	

Höhenunterschied zwischen *Löhme* und dem Knopf des *Marienthurms* = 117724.

Für die Bestimmung der Coefficienten der Strahlenbrechung konnte im Allgemeinen die Operation nicht sehr günstig sein, weil der Hauptzweck: eine möglichst genaue Ermittlung der Höhe von *Berlin*, die Bedingung auferlegte, die Entfernungen der einzelnen Stationen nicht sehr groß anzunehmen. Diese Entfernungen sollten dem ersten Projekte nach zwischen 2 bis 3 Meilen betragen, welche Gränze auch nur da überschritten wurde, wo die Lokalität es nicht anders gestattete, wie z. B. zwischen *Gollenberg* und *Ziegenort*. So vortheilhaft dieser Umstand auf der einen Seite für die Ermittlung der Höhen war, so nachtheilig mußte er auf der andern Seite für die Ableitung der Strahlenbrechung werden; denn nennt man den Fehler der beobachteten Summe der Zenithdistanzen Δz , so ist der Fehler des Werthes von $1 - k = \frac{r \Delta z}{s^2 \cos^2}$ *). Der Einfluß des Beobachtungsfehlers auf k nimmt daher ab, in dem Verhältniß, wie die Entfernungen zunehmen. Obgleich nun, aus dem eben erwähnten Grunde, den Bestimmungen von k kein großes Gewicht beigelegt werden kann, so scheinen die Resultate, welche sich über den Gang der Strahlenbrechung daraus folgern lassen, dennoch von einem Interesse zu sein, welches die Mittheilung rechtfertigen dürfte.

Bei Berechnung der Werthe von k wurden sämmtliche Beobachtungen, ohne Rücksicht auf ihre Anzahl, stundenweise geordnet, so daß stets alle diejenigen zusammengenommen wurden, welche zwischen 3 und 4, zwischen 4 und 5 Uhr u. s. w. liegen. Es geschah dies aus dem Grunde, um bei der Vergleichung verschiedener Tage passliche Intervalle zu erhalten. Die Anzahl der Beobachtungen, welche zu einer Bestimmung von k dient, ist daher verschieden; allein da die Beobachtungsfehler beträchtlich gegen die Veränderungen der Strahlenbrechung an verschiedenen Tagen zurücktreten, so schien dieser Umstand hier vernachlässigt werden zu können.

Da die Strahlenbrechung an jedem Tage vom Morgen gegen den Mittag hin abnimmt, und vom Mittage gegen den Abend hin wächst, und zwar im Durchschnitt immer ziemlich bis zu derselben GröÙe, so findet zu derselben Tageszeit, wie z. B. um 4 Uhr im hohen Sommer, eine andere Strahlenbrechung Statt, wie um 4 Uhr im Herbst; weil im letztern Falle 4 Uhr näher am Abend liegt, als im ersten. Um daher die einzelnen Bestimmungen unter einander vergleichbar zu machen, wurden sämmtliche Zeiten in Theilen ihres halben Tagebogens (diesen gleich 1 gesetzt) ausgedrückt, wodurch sich die folgende Zusammenstellung ergibt:

*) §. 18. Gleichung 2.

Übersicht sämmtlicher Werthe von k an den verschiedenen Tageszeiten.

Datum.	Vor- oder Nachmittag.	Windrichtung.	Zeit in Theilen des halben Tagebogens.	k	Zeit in Theilen des halben Tagebogens.	k	Zeit in Theilen des halben Tagebogens.	k	Zeit in Theilen des halben Tagebogens.	k	Zeit in Theilen des halben Tagebogens.	k	Zeit in Theilen des halben Tagebogens.	k
Aug. 4	V	O	0,343	0,1369	—	—	0,502	0,1371	0,634	0,1425	—	—	—	—
	N	ONO	—	—	0,430	0,1330	—	—	—	—	—	—	—	—
5	V	SSO	0,346	0,1411	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	N	NW	0,376	0,0791	0,482	0,0932	0,591	0,1118	—	—	—	—	—	—
11	V	O	—	—	0,442	0,0878	0,558	0,1111	—	—	—	—	—	—
	N	O	—	—	—	—	—	—	0,632	0,1505	—	—	—	—
12	V	SSW	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
14	N	NW	—	—	—	—	—	—	—	—	0,770	0,1462	0,842	0,1657
15	N	OzN	—	—	0,469	0,1210	0,547	0,1224	0,626	0,1237	0,714	0,1383	—	—
17	V	WSW	—	—	—	—	—	—	0,629	0,1897	—	—	—	—
	N	WNW	—	—	—	—	—	—	0,657	0,1284	—	—	—	—
18	V	WNW	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	N	WNW	—	—	—	—	0,520	0,1074	0,602	0,1203	0,715	0,1347	—	—
20	N	ONO	—	—	—	—	0,517	0,1328	0,601	0,1482	0,722	0,1693	—	—
21	V	O	—	—	—	—	—	—	0,626	0,1410	—	—	—	—
	N	ONO	—	—	—	—	0,524	0,1445	0,606	0,1512	0,723	0,1626	—	—
23	V	SSO	—	—	—	—	—	—	0,649	0,1532	—	—	—	—
	N	WNW	—	—	—	—	0,587	0,1260	0,685	0,1334	0,783	0,1409	—	—
25	V	OzS	—	—	—	—	—	—	0,670	0,1389	—	—	—	—
	N	ONO	—	—	—	—	0,566	0,1118	0,687	0,1262	0,798	0,1501	—	—
Sept. 7	V	SSO	—	—	—	—	0,559	0,1203	0,661	0,1442	—	—	—	—
	N	WSW	—	—	—	—	—	—	—	—	0,741	0,2427	—	—
10	V	SSO	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	N	WSW	—	—	0,447	0,0992	—	—	—	—	—	—	—	—
12	V	S	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,860	0,1926
	N	SO	—	—	—	—	0,578	0,1169	0,671	0,1361	—	—	—	—
13	V	SO	—	—	—	—	—	—	0,612	0,1491	0,701	0,1687	0,800	0,1945
	N	NO	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0,846	0,1939
14	V	NO	—	—	—	—	—	—	0,687	0,1230	—	—	0,895	0,2095
	N	NO	—	—	—	—	—	—	—	—	0,772	0,1738	0,873	0,2668
16	V	SSO	—	—	—	—	—	—	—	—	0,709	0,0829	—	—
	N	SSO	—	—	—	—	—	—	0,609	0,0424	0,715	0,1175	—	—
17	V	SzO	—	—	—	—	—	—	0,602	0,1241	0,723	0,1763	—	—
	N	S	—	—	—	—	—	—	—	—	0,712	0,1323	—	—
19	V	SSW	—	—	—	—	—	—	—	—	0,770	0,1787	—	—
	N	SSO	—	—	—	—	—	—	0,643	0,1365	0,770	0,1787	—	—
Mittel			0,355	0,1190	0,454	0,1068	0,550	0,1220	0,639	0,1351	0,738	0,1543	0,853	0,2038

Die Zahlen in der 4., 6., 8. . . Spalte drücken den Abstand vom wahren Mittage in Theilen des halben Tagebogens aus, so das 0 dem Mittage und 1 dem Sonnen-Auf- oder Untergange entspricht. Sie wurden dadurch gefunden, das man den Abstand in Zeit vom wahren Mittage durch die halbe Tageslänge dividirte. Wenn also T den Abstand vom Mittage, und L die Tageslänge bedeutet, so erhält man die Zeit in Theilen des halben Tagebogens $= \frac{2T}{L}$; z. B. am 4. August ist die Tageslänge $= 15,33$ St. Die erste Bestimmung von k (§. 23.) ist um $19'' 14'$ gemacht, also um 4,86 Stunden vom wahren Mittage entfernt; daraus erhält man: $\frac{2 \cdot 4,86}{15,33} = 0,634$, und dies ist, in der obigen Tabelle, der Werth in der 10. Spalte.

Wenn man die Zeit in Theilen des halben Tagebogens ausgedrückt umgekehrt in Uhrzeit verwandeln will, so hat man nur nöthig sie mit der halben Tageslänge zu multipliciren, und das Produkt zu dem wahren Mittage zu addiren, oder davon zu subtrahiren; z. B. $0,634 \cdot \frac{15,33}{2} = 4,86 = 4 \text{ St. } 52'$ und da am 4. August der wahre Mittag um $0^u 6'$ Statt findet, so entspricht der gefundene Abstand den Uhrzeiten $19^u 14'$ oder $4^u 58'$.

Die Vormittags- und Nachmittags-Beobachtungen sind nicht von einander getrennt worden, weil in gleichen Abständen vom Mittage die Brechungen keine auffallenden Abweichungen gezeigt haben; bei ausgedehnteren Beobachtungen möchte es indessen doch von Interesse sein zu untersuchen, ob der mittlere Gang der Strahlenbrechung am Vormittage dem am Nachmittage völlig gleich ist.

Sämmtliche Bestimmungen von k sind aus Beobachtungen nach Heliotropenlicht abgeleitet, mit Ausnahme der an den Nachmittagen des 13. und 14. Septembers. In den letzten drei Columnen von k waren bei den Nachmittags-Beobachtungen die Heliotropenlichter ruhig, bei den übrigen aber, so wie bei den Vormittags-Beobachtungen, stets mehr oder weniger in einer zitternden Bewegung. Die Beobachtungen wurden aber jedesmal ausgesetzt oder abgebrochen, sobald das Zittern zu heftig erschien.

Die Engländer nehmen den Coefficienten der Strahlenbrechung $= 0,2$; die Franzosen $= 0,16$ an; *Corabeuf* fand ihn $= 0,1285$, wir bei der Gradmessung in Ostpreußen $= 0,1370$; *Gaußs* giebt ihn $= 0,1306$, und *Struve* $= 0,1237$ an. — Aus der obigen Zusammenstellung geht hervor, daß alle diese Werthe von k an ein und demselben Tage, aber zu verschiedenen Tageszeiten vorkommen.

Der größte Werth von k fand am 16. September bei ruhiger Luft und angenehmer Temperatur Statt; der kleinste zeigte sich unmittelbar darauf am 17. September bei empfindlicher Kälte und ziemlich heftigem Wind.

Bei den Beobachtungen am 4. und 5. August ging der Lichtstrahl über Wasser, wir werden daher dieselben bei der folgenden Untersuchung, über das Gesetz des mittleren täglichen Ganges der terrestrischen Strahlenbrechung, weglassen. Eben so werden wir den letzten Werth von k in der letzten Spalte ausschließen, weil er ungewöhnlich groß ist.

Nennen wir nun die in Theilen des halben Tagebogens ausgedrückte Zeit b , und nehmen als einfachste Hypothese an, dafs

$$k = \alpha b$$

wo α eine aus den Beobachtungen zu bestimmende Constante ist, welche man erhält, wenn man die beobachteten Werthe von k durch ihre zugehörigen Tagebögen dividirt; so ergibt sich folgendes Resultat:

Anzahl der Bestimmungen von k	Zeit in halben Tagebögen. b	Beobachtete Werthe von k	$\frac{k}{b}$	Berechnete Werthe von $k = \alpha b$	Fehler.
1	0,376	0,0791	0,2104	0,0802	+ 0,0011
4	0,460	0,1003	0,2180	0,0981	- 0,0022
10	0,555	0,1205	0,2171	0,1183	- 0,0022
19	0,640	0,1347	0,2105	0,1364	+ 0,0017
15	0,738	0,1543	0,2091	0,1573	+ 0,0030
5	0,849	0,1912	0,2252	0,1810	- 0,0102

54

Mittel . . . 0,2132 = α

Die unter b und k aufgeführten Werthe sind aus der oben mitgetheilten Tabelle durch Summirung der einzelnen Columnen, mit Auslassung der vorhin näher bezeichneten Bestimmungen, hervorgegangen.

Der Ausdruck $k = \alpha b$ leistet also den Beobachtungen so vollständig Genüge als es nur erwartet werden konnte, und es scheint daher, dafs man den Satz aufstellen könne: „Die mittlere Strahlenbrechung ist den halben Tagebögen proportional,“ oder es verhält sich:

$$1 : \alpha = b : k$$

Wenn dieser Satz richtig ist, so folgt daraus, dafs der mittlere Werth des Coefficienten k im wahren Mittag = 0, und bei Sonnen-Auf- oder Untergang = $\alpha = 0,2132$ ist. Der letzte Werth stimmt mit mehreren andern Bestimmungen, welche ich gemacht habe, sehr nahe überein, was aber den ersten anbelangt, so habe ich bis jetzt noch keine Gelegenheit gefunden, ihn durch direkte Beobachtungen zu prüfen.

Mit Hülfe des gefundenen Ausdruckes ist es nun leicht, für jede Beobachtungszeit den zugehörigen mittleren Coefficienten der Strahlenbrechung

zu finden; denn wenn T den Abstand der Beobachtungszeit vom wahren Mittag, und L die Tageslänge bedeutet, dann ist $b = \frac{2T}{L}$ und man erhält

$$k = \frac{0,2132 \cdot 2T}{L}$$

z. B. Es wird die Strahlenbrechung am 11. Juni um 7^u 10' des Vormittags gesucht. Der wahre Mittag findet an diesem Tage um 0^u 5' Statt; der Abstand vom wahren Mittage oder T ist daher = 4 St. 55' = 295', folglich $2T = 590'$. Die Tageslänge L ist = 16 St. 27' = 987'. Hieraus folgt nun

$$k = \frac{0,2132 \cdot 590}{987} = 0,1274$$

Denselben Werth von k erhält man für den Nachmittag desselben Tages um 5 Uhr. Wäre aber der Coefficient der Strahlenbrechung für dieselbe Uhrzeit am 11. August, wo die Tageslänge nur 14 St. 57' beträgt, verlangt worden, so hätte man erhalten

$$k = \frac{0,2132 \cdot 590}{897} = 0,1402$$

Mit Hülfe der Aufgabe 6. Seite 72. lassen sich auf jedem Stationspunkt die Veränderungen der Strahlenbrechung bestimmen, und daraus kann die Richtigkeit der §. 18. Seite 63. gemachten Voraussetzung über die Gleichheit von Δz und $\Delta z'$ näher beurtheilt werden. Nennen wir auf den zusammengehörigen Stationen A und B , die Coefficienten der Strahlenbrechung k und k' , ihre Veränderungen Δk und $\Delta k'$; eben so die auf A und B Statt findenden Brechungswinkel Δz und $\Delta z'$, und ihre Veränderungen δz und $\delta z'$, so erhalten wir

auf der Station A

$$1. \delta z = {}_0z - {}_1z$$

$$2. \Delta k = \frac{2r \delta z}{s \omega}$$

auf der Station B

$$1. \delta z' = {}_0z' - {}_1z'$$

$$2. \Delta k' = \frac{2r \delta z'}{s \omega}$$

z. B. Aus den Beobachtungen am 10. August erhält man für die Station *Ziegenort*

zwischen 19^u 25' und 19^u 52' im Mittel 19^u 39' die Zenithdist. 89° 52' 41",22 = ${}_0z$

— 21^u 5' und 21^u 28' — — 21^u 16' — — 89° 52' 48",99 = ${}_1z$

folglich $\delta z = -7",77$ und $\log \delta z = 0,89042_n$

$$\log \frac{2r}{s \omega} = 7,51074$$

$$\log \Delta k = 8,40116_n \dots \Delta k = -0,0252$$

Eben so findet man aus den gleichzeitigen Beobachtungen in *Stolzenhagen*

um 19^u 39' die Zenithdistance $90^{\circ} 16' 26''{,}80 = {}_0z'$

um 21^u 16' — — — — $90^{\circ} 16' 39''{,}20 = {}_1z'$

und daraus folgt $\delta z' = -12''{,}4$ und $\Delta k' = -0,0402$

Auf dieselbe Weise sind sämtliche Werthe in der folgenden Tabelle berechnet worden.

Zusammenstellung der beobachteten Veränderungen der Strahlenbrechung.

Zwischen den Stationen	Datum.	Zeitintervall.	Theile des halben Tagebogens.	Veränderungen von Δz und $\Delta z'$ oder Werthe von δz u. $\delta z'$		Veränderungen von k und k'	
				a. d. untern Station.	a. d. obern Station.	a. d. untern Station.	a. d. obern Station.
Ziegenort - Stolzenhagen . . .	Aug. 10	1 St. 37 M.	0,215	— 7''{,}77	— 12''{,}40	— 0,0252	— 0,0402
— —	11	0 51	0,116	+ 4,27	+ 10,13	+ 0,0138	+ 0,0328
Stolzenhagen - Klütz	14	0 32	0,072	+ 2,53	+ 9,04	+ 0,0085	+ 0,0305
— —	15	1 48	0,245	+ 2,78	+ 7,49	+ 0,0094	+ 0,0253
Klütz - Garz	18	1 25	0,195	+ 9,36	+ 5,60	+ 0,0341	+ 0,0204
Garz - Koboldsberg	20	1 28	0,205	+ 22,63	+ 9,52	+ 0,0515	+ 0,0217
— —	21	0 35	0,082	— 3,25	— 2,54	— 0,0074	— 0,0058
— —	21	1 25	0,199	+ 9,03	+ 6,88	+ 0,0205	+ 0,0157
Koboldsberg - Pimpenellenberg	24	1 23	0,196	+ 4,57	+ 6,31	+ 0,0125	+ 0,0173
Pimpenellenberg - Semmelberg	Sept. 7	1 32	0,232	+ 4,90	+ 13,06	+ 0,0209	+ 0,0557
— —	9	0 40	0,102	— 0,23	— 10,97	— 0,0010	— 0,0468
Semmelberg - Löhme	12	0 36	0,093	— 6,07	— 7,58	— 0,0170	— 0,0213
— —	15	1 19	0,208	+ 38,98	+ 22,54	+ 0,1094	+ 0,0633
Löhme - Eiche	16	0 38	0,101	+ 19,12	+ 16,16	+ 0,1008	+ 0,0852
— —	17	0 40	0,106	+ 10,71	+ 17,62	+ 0,0565	+ 0,0929
Eiche - Kreuzberg	19	0 45	0,121	+ 18,23	+ 7,94	+ 0,0727	+ 0,0316
— —	20	0 47	0,127	+ 14,07	+ 7,02	+ 0,0561	+ 0,0280

Die Minuszeichen deuten an, welche Beobachtungen des Vormittags gemacht worden sind.

Unter den 17 Bestimmungen in der obigen Tabelle sind die Veränderungen der Refraktion an der untern Station in neun Fällen kleiner als an der oberen, und in acht Fällen größer gewesen. Da nun die Wärmeabnahme im umgekehrten Verhältniß mit der Strahlenbrechung steht, so geht hieraus hervor, daß sich die Wärmeabnahme bald in der Tiefe größer als in der Höhe, bald in der Höhe größer als in der Tiefe gezeigt hat.

Die Veränderungen der Strahlenbrechung sind im September gröfser gewesen als im August.

Wenn wir, wie oben, die zu Anfange der Beobachtungen stattfindenden Brechungswinkel Δz und $\Delta z'$, und ihre respektiven Veränderungen während der Beobachtungszeit δz und $\delta z'$ nennen, so erhalten wir nach der Seite 63. gemachten Voraussetzung $\Delta z - \Delta z' = 0$ und $(\Delta z + \delta z) - (\Delta z' + \delta z') = 0$ oder $\Delta z - \Delta z' + \delta z - \delta z' = 0$, woraus hervorgeht, dafs auch $\delta z - \delta z' = 0$ sein mufs, oder: wenn die Brechungswinkel an beiden Stationen gleich bleiben sollen, so müssen auch alle Veränderungen die sie erleiden gleich sein. Dies ist nun aber nach der obigen Tabelle nicht der Fall, indem der Werth von $\delta z - \delta z'$ bald plus bald minus wird, und am 15. Sept. sogar bis auf 16,44 Sec. steigt. Wenn aber die Veränderungen der Strahlenbrechung nicht gleich sind, so sind auch die Brechungswinkel selbst nicht gleich, und wir erhalten anstatt der obigen Gleichung die folgende $\Delta z - \Delta z' + \delta z - \delta z' = m$, welche für die Beobachtungen am 15. Sept. übergeht in $\Delta z - \Delta z' + 16,44 = m$. Wenn m hier Null oder doch nahe Null werden soll, so mufs $\Delta z - \Delta z'$ einen gleichen oder nahe gleichen, aber entgegengesetzten Werth von $\delta z - \delta z'$ haben. Dies würde mit andern Worten heifsen: Auf der Station wo der gröfste Brechungswinkel Statt findet ist die Veränderung der Refraktion am kleinsten.

Wenn man die im Ganzen kleinen Gröfsen der wahrscheinlichen Fehler betrachtet (§. 31.) so scheint es fast als ob eine ähnliche, ziemlich vollständige Compensation Statt gefunden haben müsse, denn es zeigt sich bei allen unsern Beobachtungen nur einmal, zwischen *Garz* und *Koboldsberg*, eine Ausnahme.

Die aus den Beobachtungen abgeleiteten Fehler sind aber auf diese Weise, aufser von den Beobachtungsfehlern, noch von der Strahlenbrechung nach einem unbekanntem Gesetz abhängig; die wahrscheinlichen Fehler können daher auch kein zuverlässiges Mafs für die Genauigkeit des Höhenunterschiedes abgeben, und es kann nicht befremden, wenn ein gröfser wahrscheinlicher Fehler mit einem kleinen wirklichen, und umgekehrt, zusammenfällt. Denn wenn die Beobachtungen an verschiedenen Tagen bei extremen Brechungen des Lichtstrahls angestellt wurden, so wird der wahrscheinliche Fehler bedeutend gröfs, der wirkliche dagegen klein ausfallen. Wären z. B. zwischen *Garz* und *Koboldsberg* die Beobachtungen am 21. August entweder gar nicht gemacht oder weggelassen worden, so würde der wahrscheinliche Fehler sehr viel kleiner ausgefallen sein; die Höhendifferenz hätte aber vermuthlich an Sicherheit verloren.

§. 33. Bemerkungen über den Einfluss der Wärmeabnahme auf die Strahlenbrechung, und über die Erscheinungen des Heliotropenlichtes.

Das Licht wird in der Atmosphäre nach denselben Gesetzen wie bei allen durchsichtigen Körpern gebrochen. Wenn daher ein Lichtstrahl aus einer dünneren Luftschicht in eine dichtere übergeht, so wird er von der ersten Richtung so abgelenkt, daß er sich in der dichteren Schicht der Lothlinie nähert. Unter der Voraussetzung also, daß die unteren Luftschichten dichter sind als die oberen, muß der Weg des Lichtstrahls in demselben Sinne gekrümmt sein, wie die Oberfläche der Erde; sind dagegen die oberen Schichten dichter als die unteren, dann wird auch die Krümmung des Strahls im entgegengesetzten Sinne Statt finden: im ersten Fall wird der Gegenstand höher, im zweiten niedriger erscheinen, als er wirklich ist.

Wenn die Atmosphäre einerlei Temperatur hätte, so würden die Luftschichten sich nach dem Gesetz der Schwere über einander lagern; ihre Dichtigkeiten würden in einer geometrischen Progression abnehmen, und $\frac{1}{2}$ der Coefficient der Refraktion würde sich bestimmen lassen und etwa $\frac{1}{4}$ betragen. Dieser einfache Zustand wird nun aber durch die ungleiche Erwärmung und Ausdehnung, welche im Allgemeinen an der Oberfläche der Erde am stärksten ist und nach der Höhe immer mehr und mehr abnimmt, also in Bezug auf die Dichtigkeit im entgegengesetzten Sinne der Schwere wirkt, mannigfach modificirt. Je größer die Wärmeabnahme nach oben ist, desto mehr wird die Dichtigkeit ausgeglichen und die Refraktion vermindert. Wird die Wärmeabnahme so groß, daß sie die verschiedenen Dichtigkeiten völlig ausgleicht, dann wird die Refraktion Null, und geht die Wärmeabnahme auch noch über diesen Punkt hinaus, dann werden die unteren Schichten dünner als die oberen, und die Refraktion wird negativ. Je kleiner auf der andern Seite die Wärmeabnahme wird, desto größer ist die Refraktion; wird die Wärmeabnahme Null, dann erhält die Refraktion den obigen Werth, der 0,25 nahe kömmt, und geht die Wärmeabnahme in eine Wärmezunahme über, so werden die oberen Luftschichten noch weit dünner, als sie unter dem bloßen Einfluss der Schwere sein würden, und die Refraktion wird immer größer. Alle diese Refraktions-Erscheinungen kommen wirklich vor,

und üben auf die geodätischen Operationen bald einen fördernden, bald einen störenden Einfluss aus. So sind z. B. bei Ermittlung der Fernsichten die Früh- und Abendstunden, wo die Refraktion in der Regel sehr groß ist, am vortheilhaftesten; dagegen muß man aber auch darauf gefaßt sein, daß solche Aussichten bei kleiner Refraktion oft auf längere Zeit wieder verschwinden.

Die Erscheinungen, welche das Heliotropenlicht darbietet, wenn es aus größeren Entfernungen beobachtet wird, sind sehr mannigfaltig. In den nächsten Stunden am Mittag ist es gewöhnlich sehr groß, blaß und verwaschen, oft 30 bis 40 Secunden im Durchmesser haltend, und in einer starken hüpfenden Bewegung. Zuweilen ist sogar die Zerstreung durch die ungleichen Brechungen der Luft so stark, daß keine Spur des Lichts zu entdecken ist, selbst wenn man die Direction sehr genau kennt; etwas später wird dann ein großer sehr matter Lichtschein sichtbar, allmählig an Helligkeit zu-, an Ausdehnung abnehmend. Dieser Lichtschein nimmt nach und nach die Gestalt einer Scheibe von 10 bis 15 Secunden Durchmesser an, die hüpfende Bewegung geht in eine zitternde über, und wird nach und nach so gering, daß man die Scheibe schon mit ziemlicher Sicherheit beobachten kann. Dieser Zustand tritt bald früher bald später, in der Regel zwischen 4 und 5 Uhr ein. Die Lichtscheibe wird näher am Abend immer kleiner und ruhiger, und geht einige Stunden vor Sonnenuntergang in einen kleinen intensiven, oft ganz unbeweglichen Lichtpunkt über, der erst mit dem Untergange der Sonne verschwindet. In der Nähe der Küste, im flachen Lande, oder da wo der Lichtstrahl nahe am Erdboden fortgeht, tritt aber sehr häufig, nach der Ruhe der Bilder, mehr oder weniger kurz vor dem Abend, ein zweites Zittern ein, welches sich von dem ersten dadurch unterscheidet, daß es nicht immer eine Lichtscheibe bildet, sondern mehr in einem Hüpfen des kleinen Lichtpunktes besteht, das aber meist so stark wird, daß ein Beobachten darnach unmöglich ist. Des Vormittags findet dieselbe Erscheinung, aber in umgekehrter Ordnung Statt, jedoch mit der Abänderung, daß das Bild nur selten, und dann nur auf kurze Zeit, in einen kleinen ruhigen Lichtpunkt übergeht. Die Dauer der ruhigen Bilder ist an einzelnen Tagen sehr verschieden, und bei warmem, trockenem, anhaltend heiterem Wetter am längsten.