§. 7. Rechnungsmethode für die Ausgleichung der horizontalen Directionen.

Es wurde hier diejenige Rechnungsvorschrift befolgt, welche der Herr Geheime Rath *Bessel* für die geodätische Operation in Ostpreufsen ertheilt hat (Siehe Gradmessung in Ostpreufsen Seite 67.), und die im Wesentlichen folgende ist:

Es sei die Anzahl der Objekte	1,	2,	3, ...	m
die wahren Einstellungen	$p,$	$p',$	p''	
so sind die wahren Directionen	$p-p,$	$p'-p,$	$p''-p$	
nennt man diese	0,	$A,$	B	
und die aus den Beobachtungen hervorgehenden Directionen	0,	$a,$	b	

so erhält man, wenn man den Unterschied zwischen den beobachteten und wahren Directionen mit x bezeichnet, die Gleichungen

$$0=x, \quad a=A+x, \quad b=B+x \quad \ldots\ldots$$

Jede folgende Beobachtung derselben Objekte liefert andere Gleichungen.

Bei jeder andern Combination der Objekte erhält man auf ähnliche Weise:

$$0=x', \quad \alpha=A+x', \quad \beta=B+x', \quad \gamma=C+x' \ldots.$$

Die aus den Beobachtungen hervorgehenden Systeme von Gleichungen sind also:

$$\begin{array}{llll}
1. & 0=x; & a=A+x; & b=B+x \;\ldots\ldots \\
2. & 0=x & a'=A+x & b'=B+x \;\ldots\ldots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
n & & &
\end{array}$$

$$\begin{array}{lllll}
1. & 0=x'; & \alpha=A+x'; & \beta=B+x'; & \gamma=C+x' \ldots\ldots \\
2. & 0=x' & \alpha'=A+x' & \beta'=B+x' & \gamma'=C+x' \ldots\ldots \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\
n' & & & &
\end{array}$$

Sind einzelne Objekte nicht beobachtet worden, so fallen deren Gleichungen fort.

Bezeichnet man nun mit $2\,\Omega$ die Summe der Quadrate der Fehler, so ist:

$$2\Omega = x^2 + (A+x-a)^2 + (B+x-b)^2 \ldots + x^2 + (A+x-a')^2 + (B+x-b')^2 \ldots$$
$$+ x'^2 + (A+x'-\alpha)^2 + (B+x'-\beta)^2 \ldots + x'^2 + (A+x-\alpha')^2 + (B+x-\beta')^2 \ldots$$
$$\vdots$$

folglich

$$\frac{d\Omega}{dx} = 0 = mnx + n(A+B+\ldots) - (a+a'+\ldots+b+b'+\ldots) \qquad (1)$$
$$\frac{d\Omega}{dx'} = 0 = m'n'x' + n'(A+B+\ldots) - (\alpha+\alpha'+\ldots+\beta+\beta'+\ldots) \qquad (2)$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$\frac{d\Omega}{dA} = 0 = (n+n')A - (a+a'+\ldots+\alpha+\alpha'+\ldots) + nx + n'x' + \ldots \qquad (3)$$
$$\frac{d\Omega}{dB} = 0 = (n+n')B - (b+b'+\ldots+\beta+\beta'+\ldots) + nx + n'x' + \ldots \qquad (4)$$
$$\vdots$$

Setzt man nun die Werthe von nx, $n'x'$.... welche die Gleichungen (1) und (2) liefern, in die Gleichungen (3) und (4), so erhält man die Endgleichungen, deren Auflösung zu den wahrscheinlichsten Werthen von $A, B\ldots$ führt.