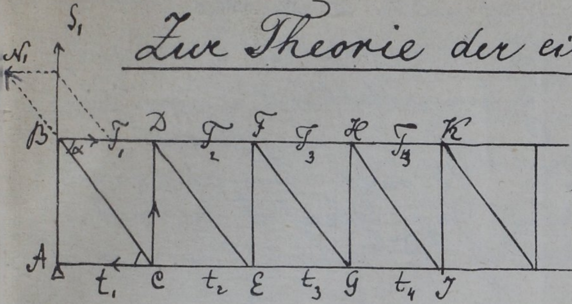
Zur Theorie der eisernen Brückenträger.



2 dieser geraden Träger bestehen nur aus Streckbalken, Steifen u. einem Diagonal-(System)streben in jedem Felde.

l sei die Länge, h die Höhe der Tragwand, welche in n Felder getheilt ist.

p gleichförm. vertik. Belastg. für ein Feld, mithin np Gesammtbelastg. inclusive Eigengewicht.

Auflagerdruck $A = \frac{np}{2}$

denken wir uns die Belastg. des Trägers unten an demselben angehängt, also an den Knotenpunkten A C E … nach unten ziehend, so wird natürlich von der Belastg. des ersten Feldes A B D C die Hälfte $\frac{p}{2}$ unmittelbar von dem Auflager A aufgenommen, während das übrige, also $\frac{n-1}{2}\,p$ als eine in der Steife AB nach oben wirkende Kraft S_1 anzusehen ist, deren Wirkung auf die übrigen Verbandstücke des Trägers nun zunächst zu ermitteln ist.

$$S_1 \begin{cases} N_1 = S_1 \operatorname{cosec} \alpha \\ T_1 = S_1 \operatorname{cotg} \alpha \end{cases}$$

Die Seite AC des ersten Δ ABC hat also wie man sieht von dem am Auflager stattfind. Druck keine Wirkung zu erleiden.

Die Wirkung auf den Punkt C überträgt sich zunächst durch die Diagonale BC. Die in dieser ziehend wirkende Kraft N_1 kann man aber in C wieder in 2 Kräfte zerlegen, davon eine ⊥ nach oben in der Richtung CD, u. die 2te, welche horizontal ziehend an C, also in der Richtg. des unteren

Streckbandes wirkt. die erste $= N_1 \sin\alpha$, die andere $N_1 \cos\alpha$; od. subst. so folgt für d. Vertikalkft $S_1 \operatorname{cosec}\alpha \sin\alpha = S_1$,
" " Horizontalkraft $S_1 \operatorname{cosec}\alpha \cdot \cos\alpha = S_1 \operatorname{cotg}\alpha$

Wir sehen hieraus, daß der in C nach oben wirkende Druck so groß ist, wie der in B nach oben wirkende u. der gegen C horiz. wirkende Zug gleich ist dem in der Seite DB herrschenden Spannung T_1 welche wir auch $= S_1 \operatorname{cotg}\alpha$ gefunden haben.

Bedenkt man nun, daß von der im Punkt C wirkenden Vertikalkft ein Theil durch die auf C treffende Belastg. der beiden ersten Trägerfelder kompensirt wird, so hat man diese Belastung von derselben in Abzug zu bringen, um den durch die Steife nach oben auf den Punkt D wirkenden Druck zu vermitteln (Also von den anstoßenden Feldern $\frac{p}{2} + \frac{p}{2} = p$ abzuziehen)

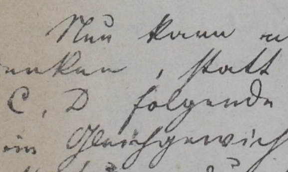
$$S_{II} = S_I - p$$

Wir fanden aber von vornherein

$$S_I = \frac{n-1}{2} p$$ es ergiebt sich also:

$$S_{II} = S_I - p = \frac{n-3}{2} p$$

Nun kann man sich das erste Trägerfeld ganz fort denken, statt dessen aber an den beiden Endpunkten C, D folgende Kräfte, welche den Träger ebenso im Gleichgewichte halten werden, wenn die Unterstützung durch das Auflager A, nämlich:



$\left\{\begin{array}{l} S_{II} \text{ aufw. wirkend} \\ T_I \text{ horiz. drückend} \\ A_I \text{ ebenso groß wie } T_I \text{ hor.} \end{array}\right.$
ziehend an C

Letzterer wird unverändert durch die Seite CE an E übertragen.
A_I repräsentirt also die Anspannung

dieses Stückes des unt. Streckbandes.
Die Wirkung auf das Stück des oberen Streckband welches durch 2te Feld begrenzt, setzt sich indessen aus der gegen D drückenden Kraft T_1 u. der Seiten=wirkung zusammen, welche aus der Vertik. Kraft S_{II} resultiert, wenn man dieselbe in 2 Seitenkräfte nach der Richtung des oberen Streckbandes u. der Dia=gonale DE zerlegt.

$N_{II} = S_{II} \operatorname{cosec} \alpha$ für die Hor. Seitenkraft $= S_{II} \operatorname{cotg} \alpha$

Addiert man zu letzterer noch die Horizont. Wirkung $T_1 = S_1 \operatorname{cotg} \alpha$ hinzu, so ergiebt sich der in dem Stücke DF des Streckbalkens herrschende Gegendruck, den wir analog mit T_{II} bezeichnen.

$$T_{II} = (S_I + S_{II}) \operatorname{cotg} \alpha$$

Die Diagonalkraft bringt ferner wieder in E einen Horiz. u. Vertikalkft (Wirkung) hervor. Beide ergeben sich aus den Formeln

$N_{II} \cos \alpha \qquad N_{II} \sin \alpha$; für N_{II} die Substitution ge=macht, entsteht

für d. Horizontalzug $S_{II} \operatorname{cosec} \alpha . \cos \alpha = S_{II} \operatorname{cotg} \alpha$

" " Vertikaldruck $S_{II} \operatorname{cosec} \alpha . \sin \alpha = S_{II}$

Um die Wirkung auf die Strebe EF zu erhalten muß man wieder das von d. anschließenden Träger=feldern herrührende p abziehen u. hat dann:

$$S_{II} - p = \frac{n-3}{2} p - p \quad \text{d.h.} \quad S_{III} = \frac{n-5}{2} p$$

Der Zug in dem rechts an E sich anschließenden Stück des unteren Streckb. komponiert sich nun aus der Seitenkraft $S_{II} \operatorname{cotg} \alpha$ u. dem in CE bereits wirk=samen Horizont. Zug $T_1 = S_1 \operatorname{cotg} \alpha$ ist mithin $(S_1 + S_{II}) \operatorname{cotg} \alpha$

also so groß, wie die horizontale aber entgegengesetzt gerichtete Wirkung in dem Stücke DF des oberen Druckbalkens.

Auf diese Art ließen sich die Anstrengungen in allen Trägerelementen berechnen, indessen übersieht man bereits die Analogien, nach welchen sich diese Anstrengungen modificiren.

Bezeichnen S_I, S_{II}, S_{III} ..... S_m S_n die Vertikalspannungen (rückwirkend) in den Reihen, so ergibt sich alsbald

$$S_1 = \frac{n-1}{2} p \quad S_2 = \frac{n-3}{2} p \quad S_{III} = \frac{n-5}{2} p \; \ldots\ldots \; S_m = \frac{n-(2m-1)}{2} p \; \ldots \; (I$$

Die Anstrengungen d. einzelnen Theile des oberen Druckbalken, welche durch T_I T_{II} T_{III} bezeichnet werden mögen, ergeben sich wie folgt:

$$T_I = S_I \operatorname{cotg} \alpha$$
$$T_{II} = (S_I + S_{II}) \operatorname{cotg} \alpha$$
$$T_{III} = (S_I + S_{II} + S_{III}) \operatorname{cotg} \alpha$$

$$T_m = (S_I + S_{II} + \ldots\ldots S_m) \operatorname{cotg} \alpha$$

Anspannungen unten seien mit t_1, t_2 t_3 etc. bezeichnet, dann ist

$$t_1 = T_0 = 0$$
$$t_2 = T_1 = S_1 \operatorname{cotg} \alpha$$
$$\ldots\ldots$$
$$t_m = T_{m-1} = (S_I + S_{II} + \ldots\ldots S_{m-1}) \operatorname{cotg} \alpha$$

Endlich finden wir für die Diagonalspannungen

$$N_I = S_I \operatorname{cosec} \alpha \quad N_{II} = S_{II} \operatorname{cosec} \alpha \quad N_{III} = S_3 \operatorname{cosec} \alpha$$

allgemein $N_m = S_m \operatorname{cosec} \alpha$

Setzt man nun für S_I S_{II} S_{III} die entsprechenden Werthe, so erhält man die allgemein giltige Formel für das m^{te} Dreiecksfeld

$$S_m = \frac{n-(2m-1)}{2}\, p$$

$$T_m = (S_I + S_{II} + \dots S_m) \operatorname{cotg}\alpha$$

$$= \left[(n-1)+(n-3)+(n-5)\dots + \{n-(2m-1)\}\right]\frac{p}{2}\operatorname{cotg}\alpha$$

$$T_m = \frac{mn-m^2}{2}\, p\operatorname{cotg}\alpha = \frac{m(n-m)}{2}\, p\operatorname{cotg}\alpha \;\dots\dots\dots \quad (\mathrm{II}.)$$

und $t_m = T_{m-1} = \frac{(m-1)[n-(m-1)]}{2}\, p\operatorname{cotg}\alpha \;\dots\dots\dots \quad (\mathrm{III}.)$

endlich $N_m = S_m \operatorname{cosec}\alpha = \frac{n-(2m-1)}{2}\, p\operatorname{cosec}\alpha \;\dots\dots \quad (\mathrm{IV}.)$

Diese 4 Formeln lösen das Problem in der allgemeinsten Weise.

Man erkennt auch, für welche Werthe von m die Größen S_m T_m N_m ein Maximum respektive ein Minimum werden; daß z. B. der Werth T_m zunimmt, so lange $m < \frac{n}{2}$, mit $m = \frac{n}{2}$ sein Maxim. erreicht dann aber in gleicher Reihenfolge wieder abnimmt.

Für das Maxim. wenn $m = \frac{n}{2}$, wird T_m der Werth $T_m = T_{\frac{n}{2}} = \frac{n^2}{8}\, p\operatorname{cotg}\alpha$ Nun ist aber l, h bekannt u. man kann setzen:

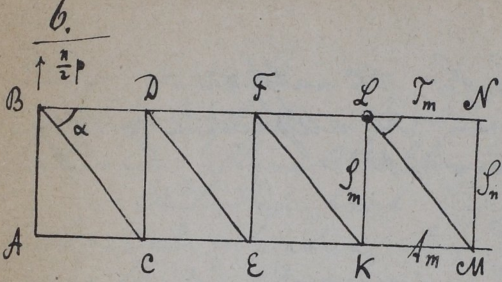
$$h\operatorname{cotg}\alpha = \frac{l}{n} \qquad \operatorname{cotg}\alpha = \frac{l}{nh}$$

Substituirt so entsteht

$$T_{\frac{n}{2}} = \frac{npl}{8h}$$

dieselbe Formel läßt sich einfacher mit einem

6.



Denken wir uns denselben Träger unter denselben Verhältnißen, so würde man statt des Druckes auf den Punkt A eine nach oben wirkende Kraft $\frac{np}{2}$ setzen können, wobei der Träger ungestört im Gleichgew. verbleibt. — Um die daraus resultierende Anstrengung der Seite LN u. KM des äußeren Feldes kennen zu lernen, denken wir uns die Seite KM durchschnitten u. ihnen statt eine Kraft substituiert, welche die Schnittfläche zusammenhält, während wir aber L als Drehpunkt annehmen müssen, für den Fall als die zusammenhaltende Kraft nicht groß genug wäre.

Hebelsarm von B L ist $= (m-1)\frac{l}{n}$ das stat. Moment ist auch $\frac{n}{2}p(m-1)\frac{l}{n}$

Dieser Drehung wirken entgegen:

1. das Gewicht der $(m-1)$ Trägerfelder $= (m-1)p$ und
2. die die Schnittfläche zusam. haltende Spannung in der Seite KM oder die Kraft t_m

das Gewicht der Trägerfelder kann man im Schwerpunkt wirken denken und da die Belastung gleichförm. verth. ist, so ist der Hebelsarm $(m-1)\frac{l}{2n}$ mithin das stat. M. $(m-1)p.\frac{m-1}{2n}l$

Um t_m zu erhalten, hat man ferner

$$t_m \cdot h + (m-1)p\cdot\frac{m-1}{2n}l = \frac{n}{2}p(m-1)\frac{l}{n}$$

$$t_m = \frac{p(m-1)l}{2nh}(n-\{m-1\})$$ nun ist wie früher $h\cot g\,\alpha = \frac{l}{n}$

also $\frac{l}{nh} = \cot g\,\alpha$

$t_m = \frac{p}{2} \cot\alpha \, (m-1)\left[n-(m-1)\right]$ denselb. Werth wie in Fig. III.

T_m ..... M als Drehung

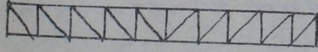
$$\frac{n}{2} p m \frac{l}{n} - mp \cdot \frac{ml}{2n} = T_m h$$

$$T_m = \frac{mlp}{2nh}(n-m)$$ woraus durch

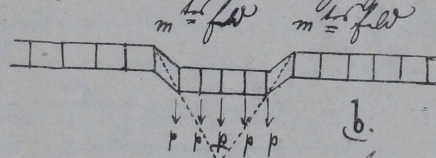
Fig. II folgt, wenn $\cot\alpha = \frac{l}{nh}$ gesetzt wird:

$$T_m = \frac{m(n-m)}{2} p \cot\alpha$$

Um die Aufgabe der Diagonalstäbe u. Steifen zu ermitteln, denke man sich aus dem Träger auf jeder Seite in dem m^{ten} Feld die Diagonale weggenommen; dann würde der Träger, (der wie in Figur a aussieht) die Neigung haben, die Form anzunehmen, welche Fig. b zeigt u. er wird in seiner steifen Lage nur durch Anspannung der Diagonalen erhalten, welche in Fig. b punktirt angegeben sind.



a.



b.

Sind die Felder beiderseits die m^{ten}, so bilden die Belastg. des mittl. steif gebliebenen Theiles u. die halbe Belastg. der beiden verschobenen Felder die Kraft, welche auf Verschiebung wirkt, u. welcher die beiden zerschnittenen Diagonalen entgegen wirken müssen.

Der mittl. Theil trägt die Belastg $(n-2m)p$ hiezu tritt noch die halbe Belastg. jedes der verschobenen Felder $2 \cdot \frac{p}{2}$ so ist die Gesammtlast, welche auf die

8.

Verschiebung der beiden Felder wirkt

s ..... $(n-2m+1)\,p = \{n-(2m-1)\}\,p$

Dieser müßte die Spannung der beiden zerschnittenen Diagonalstreben das Gleichgewicht halten und es ergiebt sich deshalb nach dem Kräfteparallelogram die Spannung der Diagonalstrebe im m^{ten} Feld

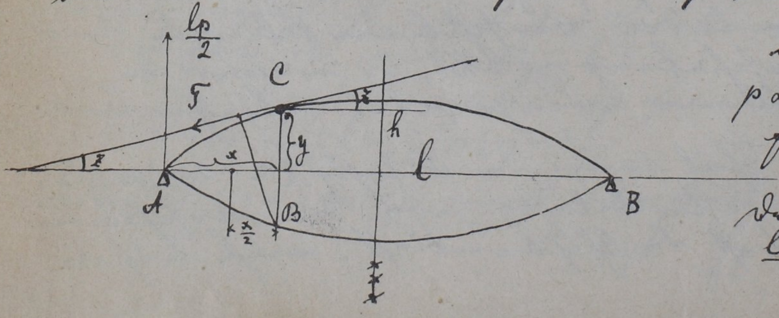
$$N_m = \frac{n-(2m-1)}{2}\, p \operatorname{cosec}\alpha \;\ldots\ldots\; \text{die Glg. IV.}$$

Auf die Diagonalspannung folgt die Rückwirkung auf die Steife

$$S_m = N_m \sin\alpha = \frac{n-(2m-1)}{2}\, p \quad \text{die obige Glchg (I.}$$

Hiernächst sei ein Träger welcher 2 gegebene und gebogene Streckbäumenbegrenzungen (Fig) rücksichtlich der darin vorwachsenden Anstrengungen zu betrachten, wenn:

1. die Curven für die Streckbalken symmetrisch u. untereinander congruent u.
2. In allen Punkten der ganzen Länge der Streckbalken dieselbe Anstrengung waltet.



l, h, p Länge, Höhe

p Belastg. pr. currentfuß

Gesammtbel. lp

Druck in A & B

$\frac{lp}{2}$

Nimmt man nun irgend einen Schnitt in der Entfer-
nung x an und bezeichnet 2y die Höhe des Schnittes, so
kommt es zunächst darauf an zwischen x u. y eine allge-
mein gültige Gleichung aufzustellen,

$$\frac{lp}{2} x - px \cdot \frac{x}{2} = T \cdot 2y \cos z$$

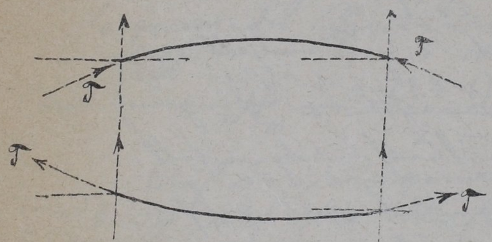
$$2Ty \cos z = \frac{px}{2}(l-x) \ldots\ldots\ldots\ldots \mathrm{I}.$$

welche allerdings 3 Unbekannte z, y, T enthält.
Zur Eliminirung von T dient zunächst die Bedingung, daß
T in allen Punkten denselben Werth besitzen soll, es
muß also T auch den Werth repräsentiren, welcher in der
Mitte der Curve giltig ist, wo $x = \frac{l}{2}$, $y = \frac{h}{2}$ u. $z = 0$ ist.
so entsteht:

$$Th = p\frac{l}{4} \cdot \frac{l}{2} = \frac{pl^2}{8h} \ldots\ldots \mathrm{II}$$

ein Werth, welcher dem oben für den geradlinigen
Träger gefundenen Maximalwerth entspricht.
Zur Eliminirung von z führt folgende Betrach-
tung: Es leuchtet ein, daß im unteren Horizontband
beim Schnitte y für die Spannung dieselbe Gleichung sich
ergeben wird, wie I. da wegen der Symmetrie die
Werthe x, y u. z ganz dieselben sind, so wird also
die unten herrschende Spannung auch $T = \frac{pl^2}{8h}$ zu setzen
sein. Wenn wir uns nun den Balken am andern
Ende gleichmäßig abgeschnitten denken, so treten
hier (wenn man die Unterstützung wegnimmt) 4 Kräfte T

an den Ecken auf, welche unter $\sphericalangle z$ gegen den Horizont geneigt sind und von fr. Gleichungen erhalten werden. Die aus diesen Kräften resultierenden Horizontalwirkungen werden sich gegenseitig aufheben, während die Vertikalwirkungen dem Gewichte des verbleibenden Trägerstückes das Gleichgewicht erhalten müssen. Die Vertikalwirkung, die



aus einer Kraft P entspringt, ist $P.\sin z$ an allen 4, daher, jede dieselbe Neigung hat, $4P\sin z$; das Gewicht des mittl. Trägerstückes ist $(l-2x)p$, also

$$(l-2x)\,p = 4P.\sin z \quad \ldots\ldots\ \text{III. durch Subst. von } P \text{ aus II}$$

$$(l-2x)\,p = \frac{\cancel{4}pl^2}{2\cancel{8}h}\sin z\,,\quad \sin z = \frac{(l-2x)2h}{l^2} \quad \ldots\ldots\ \text{IV.}$$

hieraus $\cos z = \sqrt{1-\sin^2 z} = \frac{\sqrt{l^4-4h^2(l-2x)^2}}{l^2}$ diesen, sowie den Werth P in Formel I substituirt, so ergibt sich:

$$2\cdot\frac{pl^2}{8h}\cdot\frac{\sqrt{l^4-4h^2(l-2x)^2}}{l^2}\,y = \frac{px}{2}(l-x) \quad \text{oder}$$

$$y = \frac{2x(l-x)h}{\sqrt{l^4-4h^2(l-2x)^2}} \quad \ldots\ldots\ \text{V.}$$

Diese Formel, obgleich auf den ersten Blick unbequem erscheinend, wird doch durch eine gewisse Umformung für die Praxis brauchbar. Sie könnte z. B. angewendet werden, einen Blechträger von

Bogengebundenform zu berechnen, bei welchem man von der Festigkeit, die auch der vertikalen Blechwand resultirt, absieht und nur die Widerstandsfähigkeit der Gurtungen ins Auge faßt, dem Blechen nun die Rolle zuertheilt, die Gurtungen zu einem unverschieblichen System zu verbinden.

Wollte man in einem solchen Falle die Curve construiren und zu diesem Behufe die Ordinaten berechnen, so würde man die Länge l in n gleiche Theile theilen und nun die Ordinaten für diese Theilpunkte bestimmen; man wird z. B. $x = \frac{ml}{n}$ setzen, um die m.te Ordinate zu berechnen.

Dadurch ändert sich die Formel V, welche Änderung wir sogleich werden, wenn wir noch $l = kh$ setzen, wie dies in der Praxis in der Regel geschieht.

$$y_m = \frac{2\,\frac{ml}{n}\left(l - \frac{m}{n}l\right)h}{\sqrt{l^4 - 4h^2\left(l - \frac{2lm}{n}\right)^2}} = \frac{2ml^2h(n-m)}{n\sqrt{l^4 - 4h^2(n-2m)^2 l^2}}$$

$$y_m = \frac{2hml(n-m)}{n\sqrt{n^2l^2 - 4h^2(n-2m)^2}}$$, noch $l = kh$ gesetzt und reduzirt

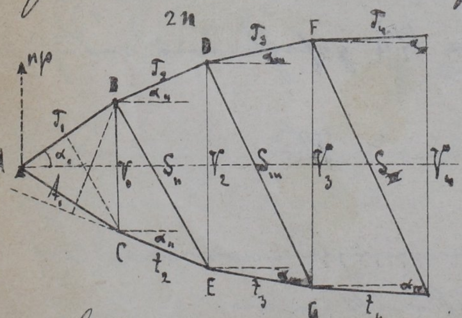
$$y_m = \frac{2hkm(n-m)}{n\sqrt{n^2k^2 - 4(n-2m)^2}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{VI.}$$

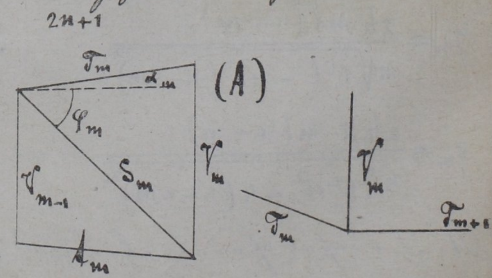
Nach dieser Formel läßt sich in einem concreten Fall die Curve mit Leichtigkeit aufreißen.

bis $m = \frac{n}{2}$ steigen alle Werthe, über $\frac{n}{2}$ hinaus fallen die-
selben wieder u. zwar ergeben sich symetrische Werthe zu den von der Mitte liegenden Ordinaten. Das Wurzelzeichen muss + u. − gedacht werden und die numerisch gleichen aber negativen Werthe für y entsprechen den geom. Orten der untern Curve.

In der Praxis stellt sich jedoch die Aufgabe für die Construction eines solchen gebogenen Trägers anders, da man die Streckbänder nicht als continuirl. Curven ansehen darf, sondern dieselben mit Rücksicht auf die verschiedenen Knotenpunkte die Construction aus einzelnen geradl. Elementen zusammengesetzt betrachten muss. Die Bestimmung der Anstrengungen ergibt sich leicht mit Benützung der statischen Momentengleichungen.

Wir wollen hier 2 Fälle unterscheiden u. z. 1. eine gerade u. 2. eine ungerade Anzahl von Feldern.





1. Fall. p Belastung jeden Feldes, gleichförmig vertheilt,

l die Länge, 2np Gesammtlast, also für jeden Stützpunkt np; im ersten Feld wirkt der in A nach aufwärts wirkende Kraft np entgegen:

1. das Gewicht des Gitterfeldes
2. eine Rückwirkung in AB od. eine Spannung in AC, je nachdem wir den Drehungspunkt in C od. B annehmen wollen.

$$np \cdot \frac{l}{2n} = p\,\frac{l}{4n} + T_1 \cdot BC \cos\alpha_1$$

$$T_1 \cdot BC \cos\alpha = \frac{(2n-1)\,pl}{4n}$$ Länge eines Feldes $= \frac{l}{2n}$

$BC = \frac{l}{n}\,\mathrm{tang.}\,\alpha_1$, also $T_1 \cdot \frac{l}{n} \sin\alpha_1 = \frac{(2n-1)\,pl}{4n}$

$$T_1 \sin\alpha_1 = \frac{(2n-1)\,p}{4}$$

Für t_1 ergibt sich ganz dieselbe Gleichung, $\mathrm{tg.}\,\alpha_1 \cos\alpha = \frac{m-1}{4}\,p$, woraus $t_1 = T_1$ folgt.

Betrachten wir nun das 2. Feld und wollen zuerst den Widerstand der oberen Seite BD ermitteln, so müssen wir eine Momentengleichung für E als Drehungspunkt aufstellen. Die Kraft np ist unverändert mit dem Hebelarm $\frac{2l}{2n} = \frac{l}{n}$, das entgegenwirkende Gewicht der beiden Trägerfelder beträgt 2p, der Hebelarm $\frac{l}{2n}$ u. der Widerstand T_{II} hat wieder als Hebelarm $DE \cdot \cos\alpha_{II}$. Daraus entsteht die Momentengleichung:

$$np\,\frac{l}{n} = 2p\,\frac{l}{2n} + T_{II} \cdot DE \cos\alpha_{II}$$

$$T_{II} \cdot DE \cos\alpha_{II} = \frac{pl(2n-2)}{2n}$$

$$DE = \frac{2l}{2n}(\mathrm{tang.}\,\alpha_I + \mathrm{tang}\,\alpha_{II}) \text{ also}$$

$$T_{II}\,\frac{l}{n}(\mathrm{tang.}\,\alpha_I + \mathrm{tang.}\,\alpha_{II})\cos\alpha_{II} = \frac{(2n-2)pl}{2n} \text{ oder}$$

$$T_{II}\cos\alpha_{II}(\mathrm{tang}\,\alpha_I + \mathrm{tang}\,\alpha_{II}) = \frac{2(2n-2)}{4}\,p$$

Zur Ermittlung von t_{II} müßte man B als Drehungspunkt wählen, wobei dann das in Wirksamkeit tretende Gewicht des entsprechenden Trägertheiles nur dasjenige des 1. Feldes sein würde, während der Hebelarm des Widerstandes $= BC\cos\alpha_{II}$ ist. Diese Momentenglchg. $np\frac{l}{2n} = p\frac{l}{2n} + t_{II}\,BC\cos\alpha_{II}$ liefert durch Combination mit der für T_I aufgestellten Momentenglchg. sofort das Resultat:

$$t_{II}\cos\alpha_{II} = T_I\cos\alpha_I = t_I\cos\alpha_I$$

Im m.ten Felde wirkt die constante Kraft np an d. Hebelarm $\frac{ml}{2n}$; ihrer Wirkung treten entgegen das Gewicht des m. Feldes mp am Hebelarm $\frac{ml}{2\cdot 2n}$ u. der Widerstand T_m in der oberen Seite an einem Hebelarm, welcher gleich ist der Länge der m. Streife multipl. mit $\cos\alpha_m$. Diese Länge ist $\frac{2l}{2n}(\mathrm{tg.}\,\alpha_I + \mathrm{tg}\,\alpha_{II} + \dots \mathrm{tg}\,\alpha_m)$. Es entstehen also die Momentengleichungen:

$$np\cdot\frac{ml}{2n} = mp\cdot\frac{ml}{2.2n} + \frac{l}{n}\,T_m(\mathrm{tang}\,\alpha_I + \mathrm{tang}\,\alpha_{II} + \dots + \mathrm{tang}\,\alpha_m)\cos\alpha_m$$

$$\frac{l}{n}\cdot T_m\cos\alpha_m(\mathrm{tg}\,\alpha_I + \mathrm{tg.}\,\alpha_{II} + \dots + \mathrm{tg.}\,\alpha_m) = \frac{mpl}{2}\left(1 - \frac{m}{2n}\right) = \frac{pml(2n-m)}{4n}$$

$$T_m \cos\alpha_m (\mathrm{tang}\,\alpha_1 + \mathrm{tang}\,\alpha_2 + \dots \mathrm{tang}\,\alpha_m) = \frac{p(2n-m)m}{4}$$

Für t_m wird ohne dass es nöthig sein wird die Entwicklung hier noch wiederzugeben, die Gleichung sich ermitteln: $t_m \cos\alpha_m = T_{m-1} \cos\alpha_{m-1}$

Setzen wir nun $m = n$, so wird, da die Länge des ganzen Trägers in $2n$ Theile getheilt angenommen wird, die Bedingungsgl. für das unmittelb. vor der Mitte liegende Trägerfeld sich ergeben, während $(n+1)$ für das unmittelbar dahinter liegende dienen würde. $(n-1)$ und $(n+2)$ werden die Bedingungsgl. für die zweiten Felder, von der Mitte aus gezählt, ergeben u. s. f. Wir erlangen dadurch:

$$T_n \cos\alpha_n (\mathrm{tang}\,\alpha_1 + \mathrm{tang}\,\alpha_2 + \dots + \mathrm{tang}\,\alpha_n) = \frac{n^2 p}{4}$$

$$T_{n+1} \cos\alpha_{n+1} (\mathrm{tang}\,\alpha_1 + \mathrm{tang}\,\alpha_2 + \dots + \mathrm{tang}\,\alpha_n + \mathrm{tang}\,\alpha_{n+1}) = \frac{(n+1)(n-1)p}{4} = \frac{n^2-1}{4}\,p$$

Da nun wegen der angenommenen Symmetrie nothwendigerweise $T_n = T_{n+1}$ u. ebenso $\alpha_n = \alpha_{n+1}$ aber entgegengesetzt sein werden, so folgt

$\cos\alpha_n = \cos\alpha_{n+1}$, $\mathrm{tang}\,\alpha_{n+1} = -\mathrm{tang}\,\alpha_n$ wodurch in den Klammern $\mathrm{tang}\,\alpha_n$ und $\mathrm{tang}\,\alpha_{n+1}$ sich gegenseitig aufheben, daher entsteht, wenn wir beide Gleichungen dividiren

$$\frac{\mathrm{tang}\,\alpha_1 + \mathrm{tang}\,\alpha_2 + \dots + \mathrm{tg}\,\alpha_n}{\mathrm{tang}\,\alpha_1 + \mathrm{tang}\,\alpha_2 + \dots \mathrm{tang}\,\alpha_{n+1}} = \frac{n^2}{n^2-1}$$

Hieraus ergibt sich:

$$n^2(\mathrm{tg}\,\alpha_1 + \mathrm{tg}\,\alpha_2 + \dots + \mathrm{tg}\,\alpha_{n-1}) = (n^2-1)(\mathrm{tg}\,\alpha_1 + \mathrm{tg}\,\alpha_2 + \dots + \mathrm{tg}\,\alpha_{n-1}) + (n^2-1)\,\mathrm{tang}\,\alpha_n$$

od. $\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2 + \ldots + \operatorname{tg}\alpha_{n-1} = (n^2-1)\operatorname{tang}\alpha_n$, setzt man diesen Werth in die obige Bedingungsgleichung für das n. Feld, so entsteht $T_n \cos\alpha_n \left[(n^2-1)\operatorname{tg}\alpha_n + \operatorname{tang}\alpha_n\right] = \frac{n^2 p}{4}$ d. h.

$$T_n \cos\alpha_n \operatorname{tang}\alpha_n = \frac{p}{4} = T_n \sin\alpha_n$$

Es ist aber auch $(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tang}\alpha_n + \ldots + \operatorname{tang}\alpha_n)\frac{l}{n} = h$; setzt man den sich hieraus ergebenden Werth in dieselbe Bedingungsgleichung, so entsteht

$T_n \cos\alpha_n \frac{nh}{l} = \frac{n^2 p}{4}$ u. daraus $T_n \cos\alpha_n = \frac{nlp}{4h}$

Setzt man wiederum diesen Werth in $T_n \cos\alpha_n \operatorname{tg}\alpha_n = \frac{p}{4}$ so ergibt sich daraus

$$\frac{nlp}{4h}\cdot\operatorname{tang}\alpha_n = \frac{p}{4}, \quad \operatorname{tang}\alpha_n = \frac{h}{nl}$$

Bildet man die Bedingungsgleichung für das $(n-1)^{te}$ Feld, so ergibt sich diese wie folgt:

$$T_{n-1}\cos\alpha_{n-1}\left[\operatorname{tang}\alpha_1 + \operatorname{tang}\alpha_2 + \ldots + \operatorname{tang}\alpha_{n-1}\right] = \frac{(n-1)(n+1)}{4}p = \frac{n^2-1}{4}p$$

Wir ersehen daraus, wenn wir sie mit der Bedingungsgleichung für das $(n+1)$ Feld vergleichen, dass

$$T_{n-1}\cos\alpha_{n-1}(\operatorname{tang}\alpha_1 + \operatorname{tang}\alpha_n + \ldots + \operatorname{tang}\alpha_{n-1}) = T_{n+1}\cos\alpha_{n+1}(\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2 + \ldots + \operatorname{tg}\alpha_n + \operatorname{tg}\alpha_{n+1})$$

In dieser letzten Parenthese heben sich aber die Werthe $\operatorname{tang}\alpha_n$ u. $\operatorname{tang}\alpha_{n+1}$ auf, da α_n u. α_{n+1} zwar gleich aber entgegengesetzt sind. Dadurch wird der Werth in der Parenthese auf der rechten Seite des Gleichheitszeichens gleich dem Werthe in der Parenthese auf der linken Seite, und es entsteht deshalb

$$T_{n-1}\cos\alpha_{n-1} = T_{n+1}\cos\alpha_{n+1}.$$

Wir wissen aber, daß wegen der Symmetrie
$D_{n+1} \cos\alpha_{n+1} = D_n \cos\alpha_n$ ist, deshalb ist auch $D_{n-1} \cos\alpha_{n-1} = D_n \cos\alpha_n$.
Wegen der symmetrischen Construction des Trägers muß aber wiederum $D_{n+2} = D_{n-1}$ u. $\cos\alpha_{n+2} = \cos\alpha_{n-1}$ also auch $D_{n+2} \cos\alpha_{n+2} = D_{n-1} \cos\alpha_{n-1} = D_n \cos\alpha_n$ sein.
Durch eine Vergleichung der Bedingungsgleichungen für das $(n+2)$te und $(n-2)$te Trägerfeld ergibt sich in ganz gleicher Weise, wie für die Felder $(n+1)$ und $(n-1)$, daß

$D_{n+2} \cos\alpha_{n+2} = D_{n-2} \cos\alpha_{n-2}$ u. s. f. Dies führt schließlich zu der allgemein giltigen Bedingung:

$$D_1 \cos\alpha_1 = D_2 \cos\alpha_2 = \dots\dots = D_m \cos\alpha_m = D_n \cos\alpha_n = \frac{nlp}{4h}$$

Hieraus ergibt sich nun sofort, daß in einem solchen Träger *die Bedingung der gleichmäßigen Anstrengung der Gurtungen nicht stattfinden kann*; denn man müßte in diesem Falle $D_I = D_{II} = D_n$ etc. setzen können, was ja doch zu Widersprüchen führt, so lange nicht auch $\cos\alpha_I = \cos\alpha_{II} = \cos\alpha_{III} = \dots$ ist.
Letzteres ist aber nicht der Fall, im Gegentheil ist $\alpha_I > \alpha_{II} > \alpha_{III} > \dots$ also $\cos\alpha_I > \cos\alpha_{II} > \cos\alpha_{III} > \dots$ u. daher muß auch

$D_I > D_{II} > D_{III}$ u. s. w. sein.

Die Werthe von α_{I}, α_{II}, α_{III} findet man leicht durch Verbindung der allg. Gleichung

$$T_{I} \cos\alpha_{I} = T_{2} \cos\alpha_{II} = \dots = T_{n} \cos\alpha_{n} = \frac{nlp}{4h}$$

mit der Bedingungsgleichung für jedes einzelne Feld.

Man setze nämlich in der Bedingungsgleichung für das erste Feld:

$$T_{I} \cos\alpha_{I} \, tg\,\alpha_{I} = \frac{2n-1}{4} \cdot p$$ den Werth $T_{I} \cos\alpha_{I} = \frac{nlp}{4h}$

so entsteht die Gleichung

$$\frac{nlp}{4h} \cdot tg\,\alpha_{I} = \frac{2n-1}{4} \cdot p$$ und daraus

$$tg\,\alpha_{I} = \frac{(2n-1)}{n.l.} h$$

Ebenso verfahre man für das zweite Glied, es ergibt sich:

$$\frac{nlp}{4h} (tg\,\alpha_{I} + tg\,\alpha_{II}) = \frac{2(2n-2)}{4} \cdot p$$ hieraus

$$tg\,\alpha_{I} + tg\,\alpha_{II} = \frac{2(2n-2)}{nl} \cdot h$$ also

$$tg\,\alpha_{II} = \frac{2(2n-2)}{nl} h - \frac{(2n-1)}{nl} h = \frac{2n-3}{nl} \cdot h$$

Auf gleiche Weise findet man:

$$tg\,\alpha_{III} = \frac{(2n-5)}{nl} \cdot h,$$ u. allgemein

$$tg\,\alpha_{m} = \frac{[2n-(2m-1)]}{nl} \cdot h$$

Allgemein besteht zwischen den Winkeln die Beziehung, daß

$$tg\,\alpha_{I} : tg\,\alpha_{II} : tg\,\alpha_{III} : \dots : tg\,\alpha_{n} = 2n-1 : 2n-3 : \dots : 3 : 1$$

Will man die Werte T_{I} T_{II} T_{III} ....

ermitteln, so darf man in der Formeln
$T_m \cos\alpha_m = \frac{nlp}{4h}$ nur für $\cos\alpha_m$ den Werth desselben durch die bereits ermittelten Tangenten ausdrücken.

Es ist bekanntlich

$$\cos\alpha_m = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha_m}}$$ also

$$\cos\alpha_m = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{\{2n-(2m-1)\}^2h^2}{n^2l^2}}} = \frac{nl}{\sqrt{n^2l^2+\{2n-(2m-1)\}^2h^2}},$$ also

$$T_m = \frac{n.l.p.\sqrt{n^2l^2+\{2n-(2m-1)\}^2h^2}}{4hnl}$$ oder

$$T_m = \frac{p\sqrt{n^2l^2+\{2n-(2m-1)\}^2h^2}}{4h}$$

Nimmt man an, daß l ein Vielfaches von h, etwa $= hk$ sei, so ist endlich:

$$T_m = p.\frac{\sqrt{n^2k^2+\{2n-(2m-1)\}^2}}{4}$$

was für $m=1$ übergeht in die Formel:

$$T_1 = p.\frac{\sqrt{n^2k^2+(2n-1)^2}}{4}$$

Verfolgt man nun noch die Spannungen in der unteren Gurtung, so findet man nach der allg. Formel:

$A_m \cos\alpha_m = T_{m-1} \cos\alpha_{m-1}$, weil doch ganz allgemein:

$T_m \cos\alpha_{m-1} = T_m \cos\alpha_m$ auch

$A_m \cos\alpha_m = T_m \cos\alpha_m$ also auch

$A_m = T_m$

„Die Spannungen in der unteren Gurtung
„sind diese durchwegs gleich der Rückwirkungen
„in der oberen Seite eines jeden Feldes
„und nehmen daher auch nach der Mitte
„hin stetig ab.

Für den Fall, daß der Träger in eine ungerade Anzahl Felder getheilt ist, bezeichnen man die Zahl derselben mit $(2n+1)$ u. verfahren wie oben, die Momentengleichung für das m^{te} Feld aufzustellen.
Der Druck am Auflager ist jetzt $\frac{2n+1}{2} \cdot p$ der Hebelarm dieses Druckes für die Rückwirkung der Gurtung im m^{ten} Feld $\frac{ml}{2n+1}$
Das entgegenwirkende Gewicht der m Gitterfelder beträgt $m.p$, sein Hebelarm ist $\frac{ml}{2(2n+1)}$
Die Rückwirkung in der Gurtung bezeichnen wir wieder durch T_m und ihr Hebelarm drückt sich in der bekannten Weise
$\frac{2l}{2n+1}(tg\,\alpha_{I} + tg\,\alpha_{II} + \ldots + tg\,\alpha_m)\cos\alpha_m$ aus.
Die Gleichung selbst wird folgende sein:

$$\frac{2n+1}{2}\, p \cdot \frac{ml}{2n+1} = \frac{mp \cdot ml}{2(2n+1)} + T_m \frac{2l}{2n+1}\left(tg\alpha_1 + tg\alpha_{II} + \dots\, tg\alpha_m\right) \cos\alpha_m$$

oder $T_m \cos\alpha_m \left(tg\alpha_1 + tg\alpha_{II} + \dots + tg\alpha_m\right) = \frac{m(2n+1-m)}{4}\, p$

bildet man hieraus die Bedingungsgleichungen für das $(n-2)^{te}$, $(n-1)^{te}$, n^{te}, $(n+1)^{te}$, $(n+2)^{te}$, $(n+3)^{te}$ Feld, so ergibt sich für dieselben:

$$T_{n-2} \cos\alpha_{n-2}\left(tg\alpha_1 + tg\alpha_{II} + \dots\, tg\alpha_{n-2}\right) = \frac{(n-2)(n+3)}{4} \cdot p \quad \dots \dots (1.$$

$$T_{n-1} \cos\alpha_{n-1}\left(tg\alpha_1 + tg\alpha_{II} + \dots\, tg\alpha_{n-1}\right) = \frac{(n-1)(n+2)}{4} \cdot p \quad \dots \dots (2.$$

$$T_n \cos\alpha_n\left(tg\alpha_1 + tg\alpha_{II} + \dots\, tg\alpha_{n-1} + tg\alpha_n\right) = \frac{n(n+1)}{4} \cdot p \quad \dots \dots (3.$$

$$T_{n+1} \cos\alpha_{n+1}\left(tg\alpha_1 + tg\alpha_{II} + \dots\, tg\alpha_n + tg\alpha_{n+1}\right) = \frac{(n+1) \cdot n}{4} \cdot p \quad \dots \dots (4.$$

$$T_{n+2} \cos\alpha_{n+2}\left(tg\alpha_1 + tg\alpha_{II} + \dots\, tg\alpha_{n+1} + tg\alpha_{n+2}\right) = \frac{(n+2)(n-1)}{4} \cdot p \quad \dots (5.$$

$$T_{n+3} \cos\alpha_{n+3}\left(tg\alpha_1 + tg\alpha_{II} + \dots\, tg\alpha_{n+2} + tg\alpha_{n+3}\right) = \frac{(n+3)(n-2)}{4} \cdot p \quad \dots (6.$$

endlich für das letzte $(2n+1)^{te}$ Feld

$$T_{2n+1} \cos\alpha_{2n+1}\left(tg\alpha_1 + \dots + tg\alpha_{2n} + tg\alpha_{2n+1}\right) = 0 \quad \dots \dots \dots (7.$$

Aus letzterer Gleichung (7.) folgt, daß die Summe sämmtlicher Tangenten $= 0$ ist; da nun aber α_1 wegen Symmetrie $= \alpha_{2n+1}$ aber entgegengesetzt ist, so heben sich $tg\alpha_1$ und $tg\alpha_{2n+1}$ auf, ebenso $tg\alpha_{II}$ und $tg\alpha_{2n+2}$ u.s.f. es bleibt nur die Tangente des Mittelfeldes $tg\alpha_{n+1} = 0$ d.h. nichts anderes, als daß in diesem Mittelfelde die Richtungen parallel der Trägeraxe, also horizontal laufen.

Es repräsentirt aber ferner der Ausdruck: $\frac{l}{2n+1}(tg\alpha_1 + tg\alpha_{II} + \dots + tg\alpha_n)$ die halbe Höhe des Trägers, da das n^{te} Feld das nächste am Mittelfelde ist, setzt man also $tg\alpha_1 + tg\alpha_{II} + \dots + tg.\alpha_n = \frac{2n+1}{2l}\cdot h$, ferner $tg\alpha_{n+1} = 0$ und den entsprechenden $\cos\alpha_{n+1} = 1$ in die Gleichung (4.), so ergibt sich:

$$T_{n+1}\cdot h\cdot\frac{2n+1}{2l} = \frac{(n+1)\,n\,p}{4} \quad \text{also}$$

$$T_{n+1} = \frac{n(n+1)\,p.l}{2(2n+1).h}$$

dividirt man ferner Gl. (3.) durch (4.) u. bemerkt, daß $tg\alpha_{n+1} = 0$, also in Gl. (4.) wegfällt, so ergibt sich:

$$\frac{T_n\cos\alpha_n}{T_{n+1}\cos\alpha_{n+1}} = 1 \quad \text{oder} \quad T_{n+1}\cos\alpha_{n+1} = T_n\cos\alpha_n$$

das T_n und α_n beziehen sich aber auf das letzte Feld von der Mitte u. müssen deßhalb wegen der Symmetrie gleich T_{n+2} u. resp. α_{n+2} sein, folglich wird auch $T_{n+2}\cdot\cos\alpha_{n+2} = T_n\cos\alpha_n$ sein, u. darum auch $= T_{n+1}\cos\alpha_{n+1}$

Aus Division der Gleichung (5.) und (2.) folgt aber wieder

$T_{n-1}\cos\alpha_{n-1} = T_{n+2}\cos\alpha_{n+2}$ u. s. f. woraus schließlich sich ergibt die Gleichung:

$$T_I \cos\alpha_I = T_{II} \cos\alpha_{II} = \dots = T_n \cos\alpha_n = T_{n+1} \cos\alpha_{n+1} = \dots T_{n+1} = \frac{n(n+1)pl}{2(2n+1)h}$$

und ist immer hin wieder den Beweis liefert, daß die Bedingung der gleichmäßigen Anstrengung in allen Theilen der Sprengung unerfüllbar bleibt.

Durch Substitution dieses constanten Werthes in die verschiedenen Bedingungsgleichungen ergeben sich nun die Ausdrücke für die Tangenten der Neigungswinkel u. z.

$\frac{n.(n+1)pl}{2(2n+1)h} \cdot tg\,\alpha_I = \frac{n}{2} p$, also $tg\,\alpha_I = \frac{n.(2n+1)h}{n(n+1)}$

ferner: $\frac{n(n+1)p.l}{2(2n+1).h}(tg\,\alpha_I + tg\,\alpha_{II}) = \frac{2(2n-1)}{4} p$, hieraus

$tg\,\alpha_I + tg\,\alpha_{II} = \frac{(2n-1)(2n+1).h}{n(n+1)l}$ substituirt man für $tg\,\alpha_I$ den gefundenen Werth, so ist

$$tg\,\alpha_{II} = \frac{(2n-1)(2n+1)h}{n(n+1)l} - \frac{n(2n+1)h}{n(n+1)} = \frac{(2n+1)(n-1)h}{n(n+1)l}$$

ferner: $tg\,\alpha_I + tg\,\alpha_{II} + tg\,\alpha_{III} = \frac{3(2n-2)p}{4} \cdot \frac{2(2n+1)h}{n(n+1)pl} =$

$= \frac{3(2n-2)(2n+1)h}{2n(n+1)l}$ oder das $tg\,\alpha_{III}$ findet

$$tg\,\alpha_{III} = \frac{3(2n-2)(2n+1)h}{2n(n+1)l} - \frac{(2n-1)(2n+1)h}{n(n+1)l}$$

$$= \frac{(2n+1).h}{n(n+1)l}(3n-3-2n+1) = \frac{(2n+1)(n-2)h}{n(n+1)l}$$

ebenso $tg\,\alpha_{IV} = \frac{(2n+1)(n-3)h}{n(n+1)l}$ allgemein also:

$$tg\,\alpha_m = \frac{(2n+1)\{n-(m-1)\}h}{n(n+1)l}$$

Es ergibt sich also die allgemeine Beding.

$$tg\,\alpha_I : tg\,\alpha_{II} : tg\,\alpha_{III} : \dots tg\,\alpha_n = n : n-1 : n-2 : \dots : 2 : 1$$

Endlich ist durch Substitution des mittelst der Tangente ausgedrückten Cosinus der Kraft T_m zu bestimmen:

$$\cos\alpha = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\alpha}} \;;\quad \cos\alpha_m = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{(2n+1)^2[n-(m-1)]^2h^2}{n^2(n+1)^2l^2}}}$$

$$\cos\alpha_m = \frac{n(n+1)l}{\sqrt{n^2(n+1)^2l^2+(2n+1)^2[n-(m-1)]^2h^2}}$$ und $l = Kh$ gesetzt,

(A.) $$\cos\alpha_m = \frac{n(n+1)K}{\sqrt{n^2(n+1)^2K^2+(2n+1)^2[n-(m-1)]^2}}$$, da nun

$$T_m \cos\alpha_m = T_{n+1} = \frac{n(n+1)\cdot pl}{2(2n+1)h}$$ also

$$T_m = \frac{n(n+1)p\cdot K}{2(2n+1)\cos\alpha_m}$$ ist, so ergibt sich

$$T_m = \frac{n(n+1)Kp}{2(2n+1)}\cdot\text{(A.)}$$, also ist

$$T_m = p\frac{\sqrt{n^2(n+1)^2K^2+(2n+1)^2[n-(m-1)]^2}}{2(2n+1)}$$

für $m = 1$ entsteht hieraus

$$T_1 = p\cdot\frac{\sqrt{n^2(n+1)^2K^2+(2n+1)^2n^2}}{2(2n+1)} = np\frac{\sqrt{(n+1)^2K^2+(2n+1)^2}}{2(2n+1)}$$

Es erübrigt jetzt nur noch die Anstrengungen der anderen Trägertheile, also der Diagonalen und Streben zu ermitteln.—

Wir wollen zunächst diese Ermittlung für die Diagonalen vornehmen, und operiren dabei nach dem Modus, den wir für diesen Fall beim Träger mit geraden Gurtungen angewendet,

indem wir uns von jeder Seite die
Diagonale des m^{ten} Feldes durchschnitten
denken.
Der in der Mitte liegen gebliebene Theil
des Trägers, welcher entweder aus
$[2n - 2(m-1)]$ oder $[2n+1 - 2(m-1)]$ Feldern
besteht, würde nach einer Senkung
durch sein Gewicht streben, indem die
durchschnittenen Diagonalen sich ver-
längern müßten.
Diese Senkung, welche nur durch Über-
schiebung des m^{ten} Feldes jeder Seite er-
folgen könnte, treten nun entgegen:
1.) Der schräg nach oben gerichtete Druck der
oberen Gurtung des Feldes.
2.) Der schräg nach oben gerichtete Zug in der
unteren Gurtung, welcher übrigens unter
demselben Neigungswinkel der Druck ad. 1
wirkt u. ebenso groß wie dieser, also über-
haupt $= T_m$ ist ; endlich:
3.) die schräg nach oben gerichtete Spannung
in der Diagonale. Wir bezeichnen diese durch S_m
u. den Winkel, den sie mit der Horizontalen

bildet, durch S_m. (Siehe Fig. A II. Bogen.) —
Da der aus $[2n-2(m-1)]$ resp. $[2n+1-2(m-1)]$ Feldern bestehende mittlere Teil des Trägers einen Knotenpunkt weniger hat, als er Felder zählt, und jeder Knotenpunkt als durch p belastet angesehen werden kann, so ist das nach unten auf Verschiebung wirkende Gewicht $[2n-2(m-1)-1]p = [2(n-m)+1]p$ oder

$$[2n+1-2(m-1)-1]p = 2(n-m+1)p$$

je nachdem der Träger eine gerade oder ungerade Anzahl von Feldern hat! —

Dieses Gewicht muss der Mittelkraft der 4 T_m & der 2 S_m sein; es entsteht deshalb, wenn wir den 1. Fall zuerst behandeln,

$$4\,T_m \sin\alpha_m + 2\,S_m \sin\beta_m = [2(n-m)+1]p$$ & hieraus

$$2\,S_m \sin\beta_m = [2(n-m)+1]p - 4\,T_m \sin\alpha_m$$

Es ist aber $T_m \sin\alpha_m = T_m \cos\alpha_m \operatorname{tg}\alpha_m$. Wenn man die oben für den Fall der geraden Anzahl der Felder berechneten Werte von $T_m \cos\alpha_m$ & $\operatorname{tg}\alpha_m$ substituiert, so entsteht

$$2\,S_m \sin\beta_m = [2(n-m)+1]p - \frac{4\cdot nlp}{4h}\cdot\frac{[2n-(2m-1)]h}{nl}$$

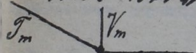
$$= [2(n-m)+1]p - [2n-(2m-1)]p = 0$$ also

auch $S_m = 0$. —

Dasselbe Resultat entsteht auch, wenn man die Operation für den Träger mit einer ungeraden Anzahl von Feldern durchführt, &

es ergibt sich deshalb ganz allgemein, daß in dieser Art Träger keine Diagonalspannung existiren, während dieselben in den geraden Trägern gerade das tragende Element bilden. —

Daß leicht findet man nun die Anstrengung der Vertikalstützen oder Steifen. Da die Diagonalen spannungslos sind, so resultiert die Anstrengung der Steifen lediglich als Mittelkraft der an ihren Enden wirksamen Widerstände der Gurtungen, & z. sind die aus denselben sich ergebenden Mittelkräfte, wegen der gleichen Größe der Gurtenkräfte & wegen ihrer gleichen Richtung, gleich groß & in demselben Sinne gerichtet. — Denken wir uns etwa den unteren Knotenpunkt des m^{ten} Feldes



T_{m+1}, so ergibt sich leicht als Mittelkraft von T_m & T_{m+1} eine nach oben gerichtete Kraft $V_m = T_m \sin\alpha_m - T_{m+1} \sin\alpha_{m+1}$; setzen wir nun wiederum $T_m \sin\alpha_m = T_m \cos\alpha_m \, tg\,\alpha_m$ & ebenso

$T_{m+1} \sin\alpha_{m+1} = T_{m+1} \cos\alpha_{m+1} \, tg.\,\alpha_{m+1}$ & substit. gleichzeitig die entsprechenden Werte für den Fall, daß der Träger in eine gerade od. ungerade Anzahl von Feldern geteilt ist, so wird man in beiden Fällen $V_m = \frac{p}{2}$ erhalten.

$$\frac{n(n+1)pl}{2(2n+1)h} \cdot \frac{(2n+1)[n-(m-1)]h}{n(n+1)l} - \frac{n(n+1)pl}{2(2n+1)h} \cdot \frac{(2n+1)[n-\{m+1-1\}]h}{n(n+1)l}$$

$$V = \frac{p}{2}\{n-m+1-n+m\} = \frac{p}{2}. -$$

Das obere Ende der Steife erleidet einen gleichen Zug nach oben, & beide zusammen würden die Steife mit der Kraft: $2\frac{P}{2} = p$, nach oben zu bewegen suchen, wenn nicht das auf den Knotenpunkt treffende Gewicht p dieser Wirkung das Gleichgewicht hielte. — Es wird also wenn die Belastung der Brückenbahn unten am Träger hängt, dieselbe mit der Kraft $\frac{P}{2}$ gespannt d. h. auf Dehnung angestrengt werden, während sie nur in dem Falle, daß die Belastung oben über dem Träger angebracht ist, mit einer Kraft $= \frac{P}{2}$ zusammengedrückt wird. —

Übrigens wird besonders hervorgehoben, dass diese Anstrengung in allen Verticalstützen gleich gross ist. —

Da wir die Formeln für die 2 Fälle, daß der Träger in eine gerade & ungerade Anzahl Felder getheilt ist, entwickelt haben, so mögen die folgenden Formeln zwar durch dieselben Ziffern bezeichnet, im Übrigen aber durch die Buchstaben a & b. erstere für die gerade, letztere für die ungerade, unterschieden werden. —

$$T_I \cos\alpha_I = T_{II} \cos\alpha_{II} = \dots = T_m \cos\alpha_m = \frac{nlp}{4h} \qquad (I_a)$$

$$T_I \cos\alpha_I = T_{II} \cos\alpha_{II} = \dots = T_m \cos\alpha_m = T_{n+1} = \frac{n(n+1)pl}{2(2n+1)h} \qquad (I_b)$$

$$t_I = T_I \quad t_{II} = T_{II} \quad t_m = T_m \qquad (II)$$

$$tg\,\alpha_m = \frac{[2n-(2m-1)]\,h}{nl} \qquad (III_a)$$

$$tg\,\alpha_m = \frac{(2n+1)[n-(m-1)]h}{n(n+1)l} \qquad (III_b)$$

$$tg\,\alpha_I : tg\,\alpha_{II} : \dots \; tg\,\alpha_{n-1} : tg\,\alpha_n = 2n-1 : 2n-3 : \dots : 3 : 1 \qquad (IV_a)$$

$$\operatorname{tg}\alpha_1 : \operatorname{tg}\alpha_2 : \dots \operatorname{tg}\alpha_{n-1} : \operatorname{tg}\alpha_n = n : n-1 : \dots : 2 : 1 \quad \dots \dots (IV_b)$$

$$T_m = \frac{p\sqrt{n^2k^2 + [2n-(2m-1)]^2}}{4} \quad \dots \dots (V_a)$$

$$T_m = \frac{p\sqrt{n^2(n+1)^2k^2 + (2n+1)^2[n-(m-1)]^2}}{2(2n+1)} \quad \dots \dots (V_b)$$

$$T_1 = \frac{p\sqrt{n^2k^2 + (2n-1)^2}}{4} \quad \dots \dots (VI_a)$$

$$T_1 = \frac{pn\sqrt{(n+1)^2k^2 + (2n+1)^2}}{2(2n+1)} \quad \dots \dots (VI_b)$$

$$S_m = 0 \quad \dots \dots (VII)$$

$$V_m = \frac{p}{2} \quad \dots \dots (VIII)$$

Obgleich nun bei diesen Trägern die Bedingung der gleichen Anstrengung in allen Theilen der Gurtung nicht erfüllbar war, so weichen doch die Anstrengungen in den einzelnen Elementen der Gurtung nicht erheblich von einander ab. Die Gleichungen I ergaben nämlich, wenn wir die Trägerfelder gleich lang denken, in der Axe des Trägers gemessen, dass die Anstrengungen T_1 T_2 T_m ... in denselben Verhältniss stehen, wie die obig. Längen der betreffenden Gurtungstheile in denen die Anstrengungen herrschen. & es gibt ein Blick auf die Figur des Trägers, so zu sagen eine Übersicht über die Anstrengungen in den einzelnen Gurtungstheilen. —

Die grösste Anstrengung wird das 1. Gurtungselement zunächst am Auflager auszuhalten haben. —

Vergleicht man die Werte von T_1 & T_m, wenn die

Anzahl der Felder gerade, T_1 & T_{n+1}, wenn dieselbe ungerade, so ergibt sich, um wie viel die Anstrengung des 1. Gurtungselementes größer als die geringste überhaupt ist. —
Für den ersten Fall ergibt sich:

$$T_1 : T_n = \frac{p\sqrt{n^2k^2+(2n-1)^2}}{4} : \frac{p\sqrt{n^2k^2+[2n-(2n-1)^2}}{4}$$

$$= \sqrt{n^2k^2+(2n-1)^2} : \sqrt{n^2k^2+[2n-(2n-1)^2]}$$

Für den 2^{ten} Fall:

$$T_1 : T_{n+1} = \frac{np\sqrt{(n+1)^2k^2+(2n+1)^2}}{2(2n+1)} : \frac{n(n+1)pl}{2(2n+1)k}$$

oder wenn man hier im letzten Gliede noch kk für l setzt

$$T_1 : T_{n+1} = \sqrt{(n+1)^2k^2+(2n+1)^2} : (n+1)k$$

Nimmt man als Beispiel einen Träger der Mainzer Brücke an, welcher in 13 Felder getheilt & $\frac{1}{7}$ der Länge zur Höhe hat, wobei also $n = 6$ & $k = 7$ in den letzten Proportionen zu setzen wären, so entsteht $T_1 : T_7 = 50.69 : 49 = 1.03$.
Die Anstrengung des 1. am meisten in Anspruch genommenen Gurtungselementes ist daher nur etwa $\frac{3}{100}$ Theile größer, als die des mittleren am wenigsten angestrengten, & man würde in der Ausführung dieser Differenz keine Rechnung tragen, indem man dem entsprechend die Querschnitte ändert, man würde vielmehr aus praktischer Rücksicht einen Querschnitt durchweg beibehalten. — Im Allgemeinen wird das Verhältniß von $T_1 : T_{n+1}$ resp. T_n um so größer werden, je größer der Neigungswinkel des 1. Gurtungselementes ist.

Es ergeben sich aber aus den Gleichg. ($\dddot{III}_\alpha$) & ($\dddot{III}_\beta$) für tg. α, die beiden Gleichg.

$$tg.\alpha_1 = \frac{(2n-1)h}{nl} \quad \ldots\ldots\ldots (\alpha)$$

$$tg.\alpha_1 = \frac{(2n+1)h}{(n+1)l} \quad \ldots\ldots\ldots (\beta)$$

aus welchen deutlich hervorgeht, daß die Werte von tgα, also auch von α, zunehmen, wenn n größer wird, also um so größer werden je größer das n ist; daß ferner der Grenzwert für beide, wenn $n = \infty$ wird, & $tg.\alpha_1 = \frac{2h}{l}$ sich ergibt, indem die Brüche $\frac{2n-1}{n}$ & $\frac{2n+1}{n+1}$ dem Werte 2 um so mehr nähern, je größer n wird. —

Es wird nicht ohne Interesse sein, die Form eines solchen Trägers für bestimmte Zahlenwerte zu ermitteln, welche einer bekannten praktischen Ausführung entsprechen, & namentlich Vergleiche darüber anzustellen, wie die Form eines aus stabförmigen Elementen zusammengesetzten Trägers von der oben berechneten Kurve der gleichen Spannungsintensität abweicht. — Wir wählen dazu die Verhältnisse eines der großen Träger der Mainzer Brücke, welche in 13 Felder geteilt sind & bei 15 mtr mittlerer Höhe die 7fache Höhe zur Länge haben, & berechnen zunächst nach den Gleichg. für die ermittelte Kurve die Ordinaten in den 12 Knotenpunkten; sie würden den Vertikalstützen im Gitterträger entsprechen. — Die Gleichung hieß: Gl. (VI)

$$y_m = \frac{2hkm(n-m)}{n\sqrt{n^2k^2 - 4(n-2m)^2}}$$

./.

Hier ist $h = 15$, $k = 7$, $n = 13$ & $m = 1, 2, 3 \ldots$ resp. 12 zu setzen, um die verschiedenen Ordinaten zu bestimmen.

Man ersieht leicht, daß man nur 6 Ordinat. für die Werte $m = 1$ $m = 2 = 3 = 4 = 5 = 6$ zu berechnen braucht, weil für $m = 7$ derselbe Wert, wie für $m = 6$, für $m = 8$ derselbe wie für $m = 5$ u. s. w. sich ergeben wird.

Denn für

$m = 7$ wird $m(n-m) = 7 \cdot 6$ & $(n-2m)^2 = (-1)^2 = 1$

$m = 6$ " $m(n-m) = 6 \cdot 7$ " $(n-2m)^2 = 1^2 = 1$

$m = 8$ " $m(n-m) = 8 \cdot 5$ " $(n-2m)^2 = (-3)^2 = 9$

$m = 5$ " $m(n-m) = 5 \cdot 8$ " $(n-2m)^2 = 3^2 = 9$

Es ist also nach gesch. Reduktion

$y_I = 2{\cdot}1953$, $y_{II} = 3{\cdot}9657$, $y_{III} = 5{\cdot}3896$, $y_{IV} = 6{\cdot}4295$,

$y_V = 7{\cdot}1161$, $y_{VI} = 7{\cdot}4594$. —

Zur Berechnung der entsprechenden Ordinaten des aus geradlinigen stabförmigen Element zusammengesetzten Trägers bedienen wir uns zunächst der Formel (III b) für den in eine ungerade Anzahl Felder geteilten Träger, weil wir 13 Felder für den hier zu berechnenden Träger angenommen haben. Die Formel (III_b)

$$tg.\,\alpha_m = \frac{(2m+1)[n-(m-1)]h}{n(n+1)l}$$

bedarf noch einer kleinen Umformung, indem wir dieselbe mit l multipliz. & mit $2m+1$ dividieren. Es entsteht:

$$\frac{l}{2m+1}\, tg.\,\alpha_m = \frac{[n-(m-1)]h}{n(n+1)}.$$

2n+1 ist die Anzahl der Felder, also $\frac{l}{2n+1}$ die Entfernung der Vertikalstäbe daher $\frac{l}{2n+1}$ tg. α_m die Größe der Kontraktion des zwischen 2 Stäben liegenden Spannungselementes auf die zunächstliegende Ordinate. — Für α_1 ergibt $\frac{l}{2n+1}$ tg α_1 die 1. Ordinate selbst, die 2. wäre dann gleich der 1. vermehrt um den Wert $\frac{l}{2n+1}$ tg. α_2 u. s. fort. —
Wir erhalten daher die Ordinaten, wenn wir die verschiedenen Werte für $\frac{l}{2n+1}$ tg. α_m bestimmen, indem wir für m nacheinander die Zahlen 1—6 setzen, wobei noch, da 2n+1 = 13 ist ebenfalls n = 6 zu setzen ist. Es wird nun

$$\frac{l\, tg.\alpha_I}{2n+1} = \frac{nk}{n(n+1)} = \frac{6.15}{6.7} = 2{\cdot}1428 \;\ldots\ldots\; y_I = 2{\cdot}1428$$

$$\frac{l\, tg.\alpha_{II}}{2n+1} = \frac{5.15}{42} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; y_{II} = 3{\cdot}9286$$

$$\frac{l\, tg.\alpha_{III}}{2n+1} = \frac{4.15}{42} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; y_{III} = 5{\cdot}3571$$

$$\frac{l\, tg.\alpha_{IV}}{2n+1} = \frac{3.15}{42} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; y_{IV} = 6{\cdot}4285$$

$$\frac{l.\, tg.\alpha_{V}}{2n+1} = \frac{2.15}{42} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; y_{V} = 7{\cdot}1428$$

$$\frac{l.\, tg.\alpha_{VI}}{2n+1} = \frac{1.15}{42} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\; y_{VI} = 7{\cdot}4999 \doteq 7{\cdot}5$$

Wenn wir diese Werte von y mit denen der für die Kurve y gefundenen Ordinaten vergleichen, so ergibt sich für y_I eine Differenz von $-0{\cdot}0525^{m}$

y_{II}	" " "	$-0{\cdot}0372$
y_{III}	" " "	$-0{\cdot}0326$
y_{IV}	" " "	$-0{\cdot}0011$
y_{V}	" " "	$+0{\cdot}0266$
y_{VI}	" " "	$+0{\cdot}0405$

Diese Diff. welche beweisen, daß eine Abweichung ob die Kurve zu üben, nach der Mitte zu aber unten dass auf gemacht.

Elementen zusammen gesetzten Stützungslinien ver-
läuft, sind übrigens für die Praxis versch. klein.
Das Maximum derselben findet sich in d. 1^ten Or-
dinate mit 5 1/2 Centimeter! Bedenkt man die riesigen
Verhältnisse des Trägers, welcher bei 105^m Länge 15^m
Höhe hat, so wird man die größte Differenz als ganz
unerheblich ansehen können.

Abweichend von dem Ergebnisse der bisher ge-
führten Rechnung, welche nachweist, daß die Vertikal-
verbindungen ganz überflüssig erscheinen, da keine
auf Verschiebung wirkenden Anstrengungen in dem
Trägerverbande vorhanden sind, zeigen aber die Trä-
ger der Mainzer-Brücke nicht nur sich kreuzen-
de Diagonalbänder, sondern es haben auch die ange-
brachten Vertikalstützen offenbar mit Rücksicht
auf die Inanspruchnahme ihrer rückwirkenden Festig-
keit einen hochkantig kreuzförmigen Querschnitt.
Dieser scheinbare Widerspruch gegen den Calcul löst
sich aber alsbald, wenn wir die Wirkung welche
eine schiefe Belastg. auf den Träger hervorbringen
wird, ins Auge fassen; denn die bisher entwickelte
Rechnung stützte sich auf die Annahme, daß der Träger
<u>durchweg gleichmäßig</u> belastet sei. Dieser Fall wird
auch eintreffen, wenn die Br. lediglich ihr Eig. Gew.
zu tragen hat, welches nahezu in gleichem Maße
auf die einzel. Felder sich vertheilen wird, und wenn
ein langer Zug, dessen beiden Enden über die Brücken-
Öffnung fortreichen, auf der Brückenbahn hin-
rollt, vorausgesetzt, daß die Belastg. der einz.
Achsen durchschnittl. eine gleiche sei.

Wir können uns indeß die Wirkung dieses Verhältnisses klar machen, wenn wir uns dieselbe auf einen congruenten, aber an sich selbst gewichtlosen Träger ausgeübt denken: Wir werden auch später für den Calcul dieselbe Methode beibehalten, weil man sich ja nur schließlich den gewichtlosen Träger in den andern hineingelegt denken darf, um durch Summation der homologen Anstrengungen das der Wirklichkeit entsprechende Resultat zu gewinnen.

Wenn wir nun in einem solchen gewichtlosen Träger eine Anzahl Felder, von einem Ende her gezählt, jedes mit p belastet denken u. wir setzen den aus dieser Belastung hervorgehenden Druck an dem zunächst befindl. Auflager $= Q$, so wird Q eine Funktion von p u. der Anzahl der belast. Felder sein. Nehmen wir den Druck welcher sich ergiebt, wenn alle Felder des Trägers mit p belastet sind Q', so finden wir, daß unter allen Umständen $Q' > Q$ ist. Nach der Art, wie wir diesen Druck am Auflager zur Bildung von Momenten-Gleichungen benützten, wird klar sein, daß, wenn wir mit T u. t die Anstrengungen in der oberen u. unteren Gurtungen bezeichnen, die Werthe von T resp. t als Funktionen von Q sich ergeben werden, u. z. dergestalt, daß mit dem Anwachsen von Q auch die Werthe von T u. t wachsen. Bei der Bedingung der totalen gleichmäßigen Maximalbelastung aller Felder, wo Q den Werth Q' annimt, werden also die Anstreng. in den Gurtungen größer sein als bei partieller Belastung des Trägers.

Nun fanden wir aber im früher erörterten Falle, daß die aus diesen Anstrengungen sich ergebenden Mittelkräfte in jeder Vertikalverbindung gerade der Belastg. eines Feldes od. Knotenpunktes das Gleichgewicht halten. Bei partieller Belastg. müssen aber diese Mittelkräfte nothwendig sich geringer ergeben, weil die Anstrengungen, aus denen sie resultiren, in diesem Falle kleiner sind u. da die Belastg. der Knotenpunkte so weit die Brücke belastet dieselbe ist, so würden sich gegen die noch oben wirkenden Mittelkräfte ein Übergewicht erlangen, wenn nicht dasselbe durch eine angebrachte Diagonale auf die nächste Vertikale übertragen wird.

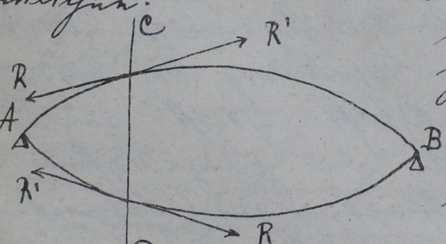
Bei dieser findet aber dasselbe Verhältniß statt, es summirt sich also in dieser das übertragene Übergewicht zu dem welches in dieser zweiten Vertikalen sich selbst ergeben hat. u.s.f. – diese Übertragung u. Summation wird so lange fortgehen, bis sie die unbelasteten Felder erreicht; dort findet in den Vertikalen nur die aus den Anstreng. der Gurtungen resultirende Wirkung statt, welche also einen Theil der auf sie übertragenen, nach unten gerichteten Wirkung compensirt, welche Compensation in den folg. in gleicher Weise sich fortsetzt, bis sie die Vertikalwirkung, welche aus der Belastg. des Trägers entsteht, endlich vollständig aufhebt.

Man sieht hieraus schon, welche Richtung die

Diagonalen haben müssen, um einer etwaigen schiefen Belastung entgegen zu wirken.

Sie müssen von der Seite von welcher her die Belastung sich auf den Träger schiebt, aufsteigend nach dem anderen Ende gerichtet sein, wenn sie auf Zug in Anspruch genommen werden sollen, resp. gerade die entgegengesetzte Lage haben, welche die erst geschilderte kreuzt, wenn sie mit ihrer rückwirkenden Festigkt. in Anspruch genommen werden sollen.

Ersteres wird man aus leicht begreiflichen Gründen vorziehen, u. dann sind die Vertikl., wogegen der durch die Diagonalen übertragenen Kraft gegen eine auf Zusammendrücken gerichtete Anspannung widerstandsfähig zu machen. Man kann diese Tendenz auf Verschiebung des Trägerverbandes auch in folg. Weise sich veranschaulichen.



Denken wir uns den Träger gewichtlos, so kann man ihn irgendwo trennen, ohne daß eine Tendenz auf Verschiebung stattfinde. Ergiebt sich indeß aus der Belastg. eine Spannung in den Gurtungen, und nehmen wir den Träger etwa bei CD durchschnitten an, so werden wir an den Durchschnittsstellen an dem links liegenden Theile nach R u. R gerichtete Kräfte substit. denken müssen, während gegen den rechts liegenden Theil die nach R' u. R'' gerichteten (mit) entgegengesetzten Kräfte wirksam gedacht werden müssen, wenn nämlich RR' u. RR' die Richtungen der Tangenten an den Durchschnitts-puncten angeben.

Die nach R u. R gericht. entgegengesetzten Kfte. würden also eine Vertikal nach unten gerichtete Mittelkraft ergeben, während ihre horiz. Seitenkräfte als entgegengesetzt u. gleich, sich aufheben. Die nach R' u. R'' gerichteten Kfte. würden aber eine ebenso große, jedoch nach oben gerichtete Mittelkraft ergeben. Giebt nun CD zugleich die Linie an, bis zu welcher die Last vom Ende A her vorgeschoben ist, so wirken an dem linkseitigen Trägertheil das Gewicht der ganzen Bel. u. die aus den Astreben-zügen sich ergebende Mittelkraft lothrecht nach unten während der Druck am Auflager, als eine Kraft nach oben wirkend, anzusehen ist. – Da diese aber kleiner ist, wie das Gew. d. Belastg., also um so mehr gegen die vereinigte Wirkung des Gewich-tes u. der Mittelkraft zurücksteht, so ist, von ei-ner Drehung abgesehen, für das ganze System des linkseitigen Trägertheiles im Streben zum Ausweichen nach unten das Resultat. In gleicher Weise ist für den rechtseitigen Trägertheil die Tendenz zu einer Ausweichung nach oben nachzuweisen; um beiden zu begegnen, muß also die Diagonalspannung der beiden entgegengesetzten Tendenzen entgegenwirken. Ihre Richtung ergiebt sich in demselben Sinne, wie oben bereits angedeutet. —

Anstrengung der Diagonalen u. die sich daraus ergebenden Wirkungen auf die Vertikalstützen.

Man bestimmt zunächst aus der theilweisen Belastg. des Trägers den Druck an einem Auflager u. entwickelt in der bekannten Weise die Anstrengungen der Gurtungen. Aus dieser vermittelt man die an den einzelnen Knotenpunkten sich ergebenden vertikalen Mittelkräfte u. untersucht nun zunächst wie viel von der auf den 1ten Knotenpunkt treffenden Belastung durch diese Mittelkräfte compensirt wird, bestimmt darauf die Größe des nicht aufgehobenen u. deshalb durch die Diagonale an die 2te Vertikale zu übertragenden Gewichtes, verfolgt dort die Operation in gleicher Weise zur 3t. Vertikale u. s. f.

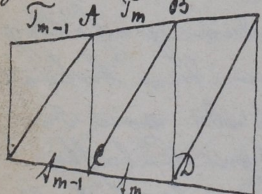
Wir bezeichnen nun das aus der zufälligen Belastg. herrührend. Gew. eines jeden der betreffenden Trägerfelder mit g, zum Unterschiede von der früher für die durchgehends gleichmäßige Belastg. über den ganzen Träger gewählten Bezeichnung p, welche wir uns zusammengesetzt denken können, aus dem constanten Eigengewichte des Trägers u. der Brückenconstruktion, das mit p' bezeichnet werden möge, und der Verkehrsbelastg. g_1. Ist Letzterer über den ganzen Träger verbreitet, so haben wir den früher behandelten Fall, der zugleich das Max.

der vertikalen Zusatzgewicht eine für die Trag-
rippen od. Stützg. abgiebt: eine theilw. Belast. d. Tragb. mit
der Verkehrsbelast. q giebt daher hier besondel. Fall ab,
den wir zunächst an einem gewichtlos gedachten Tr. unter-
suchen, bei welchem also die Größe p' außer Berücksicht.
bleibt. Die Beziehg. für d. Constr. Verhältnisse d. Tr.
sind wegen der vorausgesetzten $\underline{\underline{\omega}}$ mit d. bereits un-
tersuchten Form aus dieser gegeb., ebenso d. Bez. für
die Constr. d. einzel. Trägerelem. . Wir nehmen noch an,
daß die Zahl der von der Belast. getroff. Felder von
einem Ende hergezählt $= \omega$ sei. Bez. wir nun den Druck
von dem Auflg., von welchem her die Belast. auf den
Träg. sich vorgeschob. hat, mit Q, so erg. sich Q durch
die bek. Mom. Glg.:

$$Ql = \omega q\left(2n+1-\frac{\omega}{2}\right)\frac{l}{2n+1} \quad {}^{*)}$$

od. $$Q = \frac{\omega q\left(2n+1-\frac{\omega}{2}\right)}{2n+1} = \frac{\omega q\left[2(2n+1)-\omega\right]}{2(2n+1)} \quad \ldots\ldots \mathrm{IX}.$$

Zur Aufst. d. Mom. Glg. für die Beanspr. d. Streben be-
trachten wir den Theil ABCD des m^{t} Feld d. Tragb., so



wird man, wenn man der Kraft, die
am Auflg. nach oben wirkend gedacht wer-
den kann, durch d. Bzg. der Seite CD das
Gleichgew. halten muß, diese Bzg. leicht
dadurch vermitteln, daß man den vom
BD links liegd. Theil d. Tragb. um B ge-
dreht denkt und einfach vermittelt, welche Kraft in D,
in der Richtg. CD ziehend, wirksam sein müßte, um
dieser Drehung zu widerstehen.

*) Ein Feld $\frac{l}{2n+1}$ folgl. ω Feld. m. q belast. $\frac{l\omega q}{2n+1}$; Hebelarm $= 2n+1-\frac{\omega}{2}$
mithin entsp. obige Mom. Glg. in Bezug auf d. Punkt B richtig.

Nicht so ist das Verhältniß in der Seite AB. Der Druck, der durch eine Drehung um D im Punkte B erfolgt, wird keineswegs unverändert auf die Seite AB übertragen, die Diagonale CB äußert an diesem Punkte auch eine Wirkung, die wir aber noch nicht kennen; wohl aber sehen wir ein, daß, wenn wir eine um C erfolgende Drehung des links von AC liegenden Trägertheiles denken, der daraus resultirende Druck bei A unverändert an AB übertragen wird. Wir dürfen also nur bestimmen, welche in der Richtung von AB wirkende Kraft wir an A angreifen lassen müssen, um einer Drehung um C entgegen zu treten, um in dem Maße dieser Kraft die Anstrengung der Seite AB zu finden.

Außerdem aber wird man leicht einsehen, daß die Momentengleichungen verschieden ausfallen werden, je nachdem der in der Drehung gedachte Theil des Trägers nur aus belasteten und unbelasteten Feldern besteht. Wir werden also genötigt sein, für die T, wie für die t zweierlei Gleichungen aufzustellen.

Mit Bezug auf die vorstehende Figur werden wir also für den zuerst gedachten Fall wo links vom Punkte der Drehung nur belasteden Feldern liegen, folgende Gleichungen haben:

$$Q(m-1)\frac{l}{2n+1} = (m-1)q\cdot\frac{m-1}{2}\cdot\frac{l}{2n+1} + T_m \cos\alpha_m \overline{AC} \quad \text{und}$$

$$Qm\cdot\frac{l}{2n+1} = mq\cdot\frac{m}{2}\cdot\frac{l}{2n+1} + t_m \cos\alpha_m \overline{BD}$$

Wir wissen aber, daß (vide Bogen II)

$$\overline{AC} = 2\frac{l}{2n+1}(\mathrm{tg}\,\alpha_1 + \mathrm{tg}\,\alpha_2 + \cdots\cdots + \mathrm{tg}\,\alpha_{m-1}) \quad \text{und}$$

$$\overline{BD} = 2\frac{l}{2n+1}(\mathrm{tg}\,\alpha_1 + \mathrm{tg}\,\alpha_2 + \cdots\cdots + \mathrm{tg}\,\alpha_m)$$ ist, und sub-

stituirt man, diese Werthe, bezeichnet der Kürze wegen die Summen der trigonometrischen Tangentenwerthe durch $\Sigma\,\mathrm{tg}\,\alpha_{m-1}$ u. resp. $\Sigma\,\mathrm{tg}\,\alpha_m$, so verwandeln sich obigen beiden Gleichungen in

$$Q(m-1) = \frac{(m-1)^2}{2}q + 2T_m\cos\alpha_m \Sigma\,\mathrm{tang}\,\alpha_{m-1} \quad \text{und}$$

$$Qm = \frac{m^2}{2}q + 2t_m\cos\alpha_m\Sigma\,\mathrm{tg}\,\alpha_m \quad \text{und hieraus}$$

$$T_m = \frac{[2Q-(m-1)q](m-1)}{2\cdot 2\cos\alpha_m\Sigma\,\mathrm{tg}\,\alpha_{m-1}} \quad \text{und}$$

$$t_m = \frac{m(2Q-mq)}{2\cdot 2\cos\alpha_m\Sigma\,\mathrm{tg}\,\alpha_m}$$

Nach den der Trägerconstruction zu Grunde liegenden Bedingungen ist aber (aus dem III b):

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{\mathrm{I}} = \frac{n(2n+1)h}{n(n+1)l}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{\mathrm{II}} = \frac{(n-1)(2n+1)h}{n(n+1)l}$$

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{\mathrm{III}} = \frac{(n-2)(2n+1)h}{n(n+1)l}$$

$$\vdots$$

$$\operatorname{tang}\alpha_{m-1} = \frac{[n-(m-2)](2n+1)h}{n(n+1)l}$$

$$\operatorname{tang}\alpha_{m} = \frac{[n-(m-1)](2n+1)h}{n(n+1)l}$$

Es ergibt sich hieraus:

$$\Sigma \operatorname{tang}\alpha_{m-1} = \frac{(2n+1)h}{n(n+1)l}\left\{n+(n-1)+(n-2)+\cdots\cdots+[n-(m-2)]\right\}$$

$$\Sigma \operatorname{tang}\alpha_{m} = \frac{(2n+1)h}{n(n+1)l}\left\{n+(n-1)+(n-2)+\cdots\cdots+[n-(m-1)]\right\}$$

Durch Summirung der in den Klammern befindlichen arithmetischen Reihen entsteht:

$$\Sigma \operatorname{tang}\alpha_{m-1} = \frac{(2n+1)h}{n(n+1)l}\,\frac{[(2n+1)-(m-1)](m-1)}{2}$$

$$= \frac{(2n+1)[2n+1-(m-1)](m-1)h}{2n(n+1)l}$$

$$\Sigma \operatorname{tang}\alpha_{m} = \frac{(2n+1)h}{n(n+1)l}\,\frac{(2n+1-m)m}{2} = \frac{(2n+1)(2n+1-m)mh}{2n(n+1)l}$$

Es wurde ferner früher nachgewiesen, daß

l (Bogen III)

$$\cos\alpha_m = \frac{n(n+1)}{\sqrt{n^2(n+1)^2l^2+(2n+1)^2[n-(m-1)]^2h^2}} \quad \text{ist.}$$

Durch Multiplikation dieses Wertes mit den für $\Sigma \operatorname{tang}\alpha_{m-1}$ und $\Sigma \operatorname{tang}\alpha_m$ gefundenen ergibt sich endlich, wenn man zugleich, so weit h und l in den Ausdrücken bestehen bleiben $l = hK$ einführt

$$2\cos\alpha_m \Sigma \operatorname{tg}\alpha_{m-1} = \frac{(m-1)(2n+1)[2n+1-(m-1)]}{\sqrt{n^2(n+1)^2K^2+(2n+1)^2[n-(m-1)]^2}}$$

$$2\cos.\alpha_m \geq tg\,\alpha_m = \frac{m(2n+1)(2n+1-m)}{\sqrt{n^2(n+1)^2k^2+(2n+1)^2[n-(m-1)]^2}}$$

Zur Vereinfachung der Bezeichnung wollen wir die Wurzelgröße fortan durch $\sqrt{R_m}$ bezeichnen.
Substituirt man ferner den oben gefundenen Werth für Q aus Gleichung IX, in den Zähler der dann für T_m und t_m gefundenen Ausdruck, so entsteht

$$(m-1)[2Q-(m-1)q] = \frac{(m-1)\omega q[2(2n+1)-\omega]}{2n+1} - (m-1)^2 q$$

$$= (m-1)\,q\left\{\frac{\omega[2(2n+1)-\omega]-(m-1)(2n+1)}{2n+1}\right\}$$

und ebenso:

$$m(2Q-mq) = mq\left\{\frac{\omega[2(2n+1)-\omega]-m(2n+1)}{2n+1}\right\}$$

durch Substitution dieser nur aus bekannten Größen bestehenden Werthe in den Formeln für T_m und t_m erhält man endlich:

$$T_m = q\,\frac{\{\omega[2(2n+1)-\omega]-(m-1)(2n+1)\}\sqrt{R_m}}{2(2n+1)^2[2n+1-(m-1)]} \;\ldots\ldots\; \mathrm{X}$$

und $$t_m = q\,\frac{\{\omega[2(2n+1)-\omega]-m(2n+1)\}\sqrt{R_m}}{2(2n+1)^2(2n+1-m)} \;\ldots\ldots\; \mathrm{XI}$$

Stellt man die Momentengleichung für die Anstrengungen T_m und t_m für den Fall auf, daß $m > \omega$ ist, so ergeben sich dieselben wie folgt:

$$Q(m-1)\frac{l}{2n+1} = \omega q\left[(m-1)-\frac{\omega}{2}\right]\frac{l}{2n+1} + 2T_m\cos\alpha_m\frac{l}{2n+1} \geq tg\,\alpha_{m-1}$$

und, wenn man den gemeinschaftlichen Faktor $\frac{l}{2n+1}$

weglässt: $v_m = \omega q\left[(m-1) - \frac{\omega}{2}\right] + 2\, t_m \cos.\alpha_m \gtrless tg\,\alpha_m$

So entwickelt sich hieraus nach demselben Verfahren

$$T_m = \frac{2Q(m-1) - \omega q\,[2(m-1) - \omega]}{2.\ 2\cos.\alpha_m \gtrless tg.\alpha_{m-1}}$$

$$t_m = \frac{2Qm - \omega q\,(2m - \omega)}{2.2\cos.\alpha_m \gtrless tg\,\alpha_m}$$ oder durch die betreffende

Substitution:

$$T_m = \frac{\omega^2 q \sqrt{R_m}}{2(m-1)(2n+1)^2} \ldots\ldots\ldots \text{XII}$$ und

$$t_m = \frac{\omega^2 q \sqrt{R_m}}{2m(2n+1)^2} \ldots\ldots\ldots \text{XIII}$$

Setzt man in den Gleichungen (X) und (XII) $\omega = m-1$ so werden sie identisch und ergeben die Anstrengung in der oberen Seite des ersten unbelasteten Feldes iden„tisch $= \frac{\omega q \sqrt{R_m}}{2(2n+1)^2}$

Es ist unter allen Umständen $t_\omega = T_{\omega+1}$. Aus den Anstrengungen der Gurtungen ermitteln sich nun sehr leicht die daraus resultierenden Vertikalkräfte. Bezeichnet V_m die Vertikalkraft, die am oberen Ende der mten Vertikalverbindung aus den Kräften T_m und T_{m+1} hervorgeht, und v_m die ebenfalls nach oben gerichtete Mittelkraft, welche am unteren Ende derselben Vertikalen aus t_m und t_{m+1}

entspringt, so ergiebt sich in ganz einfacher Weise:

$$V_m = T_m \sin\alpha_m - T_{m+1} \sin\alpha_{m+1} \quad \text{und}$$

$$v_m = t_m \sin\alpha_m - t_{m+1} \sin\alpha_{m+1}.$$

Um nun die in den Diagonalen auftretende Spannung kennen zu lernen, fängt man mit der Betrachtung der in der ersten Vertikalen auftretenden Wirkung an. In dieser finden wir schon die Kräfte $V_1 + v_1$; diesen entgegen wirkt das auf den Knotenpunkt also auf die Vertikale treffende Gewicht q, welches, wie wir nach den früheren Erörterungen wissen, größer als $V_1 + v_1$ sein wird. Es bleibt also zum Übertragen auf die zweite Vertikale die Last $q - (V_1 + v_1)$ übrig. Diese bringt in der Diagonale nach bekannten Gesetzen eine Spannung, die wir mit S_n bezeichnen, da die Diagonale im 2ten Felde steigt,

$$= [q - (V_1 + v_1)] \operatorname{cosec} \varphi_n \text{ hervor.}$$

φ_n bezeichnet den $\angle$, welchen die 2. Diagonale mit der Horizontalen bildet. Es ist aber bekannt, daß wegen der parallelen Richtung der Vertikalen, die übertragene Größe $q - (V_1 + v_1)$ in der 2ten Vertikalen unverändert bleibt; es wird also in dieser außer dem Gewichte q, welches sie ohnehin belastet, noch die Last $q - (V_1 + v_1)$ senkrecht abwärts wirken, während nur die ersten V_n und v_n dieser Wirkung ent-gegenstanden. Der durch diese unausgeglichen verbleibende Theil der Belastung in der 2ten Vertikalen ist also:

$$q+[q-(V_1+v_1)]-(V_n+v_n) \text{ oder}$$

$$2q-(V_1+V_n+v_1+v_n)=2q-(\Sigma V_n+\Sigma v_n).—$$

Bezeichnet man mit U_m die unausgeglichene, nach unten gerichtete Wirkung in der mten Vertikalen so ergiebt sich demgemäß allgemein:

$$U_m = mq-(\Sigma V_m+\Sigma v_m).$$

Diese Formel hat aber nur insofern Giltigkeit, als $m<w$ ist, im letzten belasteten Felde also wenn $m=w$ ist, kommt nicht mehr das ganze q, sondern $\frac{q}{2}$ in Wirksamkeit, welches auf die Vertikalwirkungen kompensirend wirkt, und es würde demgemäß in die obige Formel für U_m, wenn $m=w$ oder $>w$ ist, statt mq der Ausdruck $\frac{2w-1}{2}q$ zu substituiren sein, was dann den 2ten allgemeinen Ausdruck $U_m=\frac{2w-1}{2}q-(\Sigma V_m+\Sigma v_m)$ ergiebt.

Die in der nächstfolgenden Diagonale herrschende Spannung ist dann:

$$S_{m+1} = U_m \sec. \varphi_{m+1}$$

Wir können nun allerdings bekannt vorgehen, um die Werthe der U und S zu berechnen. Wir haben die Formeln für die T, t bereits aufgestellt und können daraus die V und v berechnen, um durch Bildung der Werthe ΣV_n und Σv_n schließlich die directen Formeln für U und S aufzustellen. Die allgemeinen Formeln würden dadurch aber so ungemein compliziert werden, daß mit ihnen kaum zu operiren wäre, während sie im Überblicke der fortschreitenden Änderungen in Werthen unter Einnahme variabler Vorbedingungen schwerlich gestatten.

Man verfährt deshalb besser und zweckmäßiger, an einem best. Zahlenbeispiel die Ergebnisse der Formeln festzustellen und danach ihre Abhängigkeit von den Vorbedingungen zu prüfen. Wir wählen hierzu die Maingenbrücke und wollen zur Erleichterung der Rechnung eine kleine Voruntersuchung über den Gang derselben veranlassen. Der Endzweck derselben ist jedoch nicht, obgleich wir die Formeln für T und t aufgestellt haben, die Spannungen in den Gurtungen zu ermitteln – für diese ist das Maximum der Inanspruchnahme durch die Formeln der gleichmäßigen Belastung gegeben – sondern nur die

Untersuchungen der Vert. u. Diagonalverband Stäbe sollen festgestellt werden, weil diese nur bei gleicher Belastung der Träger überhaupt nöthig, oder in veränderter Weise zur Wirksamkeit gelangen, u. dazu sind auch weniger die Werthe der T u. t, als vielmehr die Werth $T \sin\alpha$ u. $t \sin\alpha$ zu ermitteln nöthig.

Nun wissen wir, daß $T \sin\alpha = T \cos\alpha \cdot tg\,\alpha$ ist u. wenn wir diese allgemein festgestellten Werthe statt dessen einführen, so entsteht gleich allgemein:

$$\sin\alpha_m = tg\,\alpha_m \cos\alpha_m = \frac{(2n+1)[n-(m-1)]}{n(n+1)K} \cdot \frac{n(n+1)K}{\sqrt{R_m}}$$

Wir erhalten deßhalb durch Multiplication dieser Gleichung mit den Gleich. X XI XII u. XIII.

$$T_m \sin\alpha_m = q\,\frac{[w\{2(2n+1)-w\}-(m-1)(2n+1)][n-(m-1)]}{2(2n+1)[2n+1-(m-1)]} \quad \ldots\ldots \quad \text{XIV}$$

$$t_m \sin\alpha_m = q\,\frac{[w\{2(2n+1)-w\}-m(2n+1)][n-(m-1)]}{2(2n+1)(2n+1-m)} \quad \ldots\ldots \quad \text{XV}$$

u.

$$T_m \sin\alpha_m = \frac{w^2 q\,[n-(m-1)]}{2(m-1)(2n+1)} \quad \ldots\ldots \quad \text{XVI}$$

$$t_m \sin\alpha_m = \frac{w^2 q\,[n-(m-1)]}{2m(2n+1)} \quad \ldots\ldots \quad \text{XVII}$$

durch das Verschwinden der Hilfsgrößen verwandeln sich diese Ausdrücke für $T_m \sin\alpha$ u. $t_m \sin\alpha$ in Produkte der Zahl q mit einem Bruch, dessen Zähler u. Nenner aus der durch die Formel angegebenen Combination der bekannten Größen w, n u. m entstehen.

Die Formel t_m ist nicht gültig für t_{XIII}, weil für diese letzte Seite der unteren Gurtung die ursprüngliche

Momentengleichung nicht existirt; wohl aber gilt die Formel T_m für T_{XIII} und da nun, wie man leicht einsieht $T_{XIII} = t_{XIII}$ ist, so bestimmt sich letzteres durch ersteres, also auch t_{XIII} und α_{XIII}. Ebenso wenig ist die Gl. T_m für T_1 gültig da auch bei dieser Annahme die Aufstellung der Momentengleichung in der gegebenen Art undenkbar ist; wohl aber übersieht man, daß für T_1 eine andere Momentengleichung sich aufstellen läßt, welche mit der für t_1 identisch würde, woraus folgt, wie schon an und für sich zu ersehen war, daß $T_1 = t_1$ ist, womit also T_1 und bestimmt ist.

Wir wollen nun die Berechnung für den Fall aufstellen daß die ersten 7 Felder der Brücke belastet wären und also $n = 7$ ist, so ergeben sich folgende Werthe für T für α u. t für α nach Gl. XIV u. XV:

Nr.	T für α	t für α
I	$\frac{120\cdot6}{26\cdot12}$ *)	$\frac{120\cdot6}{26\cdot12}$
II	$\frac{120\cdot5}{26\cdot12}$ $m=2$	$\frac{107\cdot5}{26\cdot11}$
III	$\frac{107\cdot4}{26\cdot11}$ $m=3$	$\frac{94\cdot4}{26\cdot10}$
IV	$\frac{94\cdot3}{26\cdot10}$ $m=4$	$\frac{81\cdot3}{26\cdot9}$
V	$\frac{81\cdot2}{26\cdot9}$ $m=5$	$\frac{68\cdot2}{26\cdot8}$
VI	$\frac{68\cdot1}{26\cdot8}$ $m=6$	$\frac{55\cdot1}{26\cdot7}$
VII	$\frac{55\cdot0}{26\cdot7}$ $m=7$	$\frac{42\cdot0}{26\cdot6}$
VIII	$\frac{42\cdot(-1)}{26\cdot6}$ $m=8$ **)	

*) nach t_1 für $\alpha_1 = q\frac{\{7[2\cdot13-7]-1(13)\}[6-(1-1)]}{2\cdot13\cdot12}$

$= q\frac{120\cdot6}{26\cdot12}$

** für $m=8$ $\frac{[133-7\cdot15][6-(8-1)]}{26\cdot5}$

Von hier ab bedienen wir uns der Sch. XVII u. XVIII

Nr.	T hin d	t. ein d
VIII	....	$\frac{49(-1)}{26\cdot 8}$
IX	$\frac{49(-2)}{26\cdot 8}$	$-\frac{49\cdot 2}{26\cdot 9}$
X	$\frac{49(-3)}{26\cdot 9}$	$-\frac{49\cdot 3}{26\cdot 10}$
XI	$-\frac{49\cdot 4}{26\cdot 10}$	$-\frac{49\cdot 4}{26\cdot 11}$
XII	$-\frac{49\cdot 5}{26\cdot 11}$	$-\frac{49\cdot 5}{26\cdot 12}$
XIII	$-\frac{49\cdot 6}{26\cdot 12}$	$-\frac{49\cdot 6}{26\cdot 12}$

A. Nach diesem Schema sind in der folgd. Tabelle die Zahlenwerthe berechnet. Die römischen Ziffern der 1. Colonne sind die Bezeichnungen der bezüglichen Gitterfelder u. entsprechen der Reihe die bisherige Bezeichnung gewählten allg. Bezeichnung m, so daß beispielsweise unter der Kolonne T hin d auf Zeile III die gestellte Zahl, welche mit 4 multiplicirt, den Werth von T hin d m giebt. Die Colonne $\frac{V}{4}$ u. $\frac{v}{4}$ sind durch Subtraction der zunächst stehenden Ziffern in der Kolonne T hin d u. t hin d gebildet, so wie die Colonne $\frac{\Sigma V}{4}$ u. $\frac{\Sigma v}{4}$ durch Summirung aller betreffenden Werthe $\frac{V}{4}$ u. $\frac{v}{4}$ entstanden sind. Durch Addition der auf gleicher Zeile stehenden Ziffern in der Colonne $\frac{\Sigma V}{4}$ u. $\frac{\Sigma v}{4}$ entstanden die Colonne $\frac{\Sigma V}{4}$ u. $\frac{\Sigma v}{4}$ so wie endlich die letzte U durch Subtraction der 4 Zahlen der vorletzten Colonne von den Zahlenreihen 1, 2, 3 bis 66, welche letztere den Werthen $\frac{2m-1}{2}$ entspricht.

Tabelle A.

W	$\frac{S_{ind}}{q}$	$\frac{V}{q}$	$\frac{s_{ind}}{q}$	$\frac{v}{q}$	$\frac{\Sigma V}{q}$	$\frac{\Sigma v}{q}$	$\frac{\Sigma V+\Sigma v}{q}$	$\frac{U}{q}$
I	2·3077	0·3845	2·3077	0·4371	0·3845	0·4371	0·8216	
II	1·9232	0·4267	1·8706	0·4245	0·8112	0·8616	1·6728	0·1784
III	1·4965	0·4119	1·4461	0·4077	1·2231	1·2693	2·4924	0·3272
IV	1·0846	0·3923	1·0384	0·3846	1·6154	1·6539	3·2693	0·5076
V	0·6923	0·3654	0·6538	0·3516	1·9808	2·0055	3·9863	0·7307
VI	0·3269	0·3269	0·3022	0·3022	2·3077	2·3077	4·6154	1·0139
VII	0·0000	0·2692	0·0000	0·2356	2·5769	2·5433	5·1202	1·3846
VIII	−0·2692	0·2019	−0·2356	0·1832	2·7788	2·7265	5·5053	1·3798
IX	−0·4711	0·1571	−0·4188	0·1466	2·9359	2·8731	5·8090	0·9947
X	−0·6282	0·1256	−0·5654	0·1199	3·0615	2·9930	6·0545	0·6910
XI	−0·7538	0·1063	−0·6853	0·0999	3·1678	3·0929	6·2607	0·4455
XII	−0·8601	0·0822	−0·7852	0·1571	3·2500	3·2500	6·500	0·2393
XIII	−0·9423		−0·9423					

Tabelle B

	Nummer der Felder										
w =	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII
1	0·3270	0·1668	0·1059	0·0731	0·0527	0·0386	0·0283	0·0205	0·0143	0·0092	0·0052
2	0·5994	0·6668	0·4232	0·2934	0·2103	0·1540	0·1128	0·0814	0·0567	0·0366	0·0199
3	0·4957	0·9094	0·9522	0·6580	0·4733	0·3462	0·2534	0·1826	0·1269	0·0818	0·0445
4	0·4012	0·7363	1·1423	1·1692	0·8410	0·6154	0·4506	0·3249	0·2257	0·1455	0·0793
5	0·3284	0·5818	0·9026	1·2992	1·3041	0·9616	0·7041	0·5076	0·3527	0·2274	0·1293
6	0·2426	0·4454	0·6910	0·9946	1·3797	1·3846	1·0137	0·7308	0·5077	0·3273	0·1783
7	0·1784	0·3272	0·5076	0·7308	1·0139	1·3846	1·3798	0·9947	0·6910	0·4455	0·2426
8	0·1239	0·2274	0·3527	0·5076	0·7041	0·9616	1·3041	1·2992	0·9026	0·5818	0·3284
9	0·0793	0·1455	0·2257	0·3248	0·4506	0·6154	0·8411	1·1692	1·1423	0·7363	0·4012
10	0·0445	0·0818	0·1269	0·1826	0·2534	0·3462	0·4733	0·6580	0·9522	0·9094	0·4957
11	0·0199	0·0366	0·0567	0·0814	0·1128	0·1540	0·2103	0·2934	0·4232	0·6668	0·5994
12	0·0052	0·0092	0·0143	0·0205	0·0283	0·0386	0·0527	0·0731	0·1059	0·1668	0·3270
sec φ	1·6644	1·3253	1·2123	1·1625	1·1420	1·1357	1·1420	1·1625	1·2123	1·3253	1·6644
f =	0·99	1·20	1·38	1·51	1·575	1·572	1·575	1·51	1·38	1·20	0·99

 diesen Systeme entnehmen, wir nun folgende Bemerkungen, die in allen Fällen sich wiederholen, welchen Werth man auch für w annehmen mag:

1). die Summe der Wirkungen aller an den oberen Knotenpunkten ihren Angriff findenden Verticalkräfte ist gleich der Summe der in denselben Sinne gerichteten verticalen Mittelkräfte an den unteren Knotenpunkten, denn es ist:

$$\Sigma V_{XIII} + \Sigma v_{XIII} = 6\cdot5\, q$$

3). Es zeigt sich auch, daß, obgleich die Kräfte V_I u. v_I, V_{II} u. v_{II} etc unter einander ungleich sind, doch die Summe der ersten 6 V gleich ist der Summe der ersten 6 v, denn es ist $\Sigma V_{VI} = \Sigma v_{VI} = 2\cdot3077$

Es zeigt sich aber auch sofort, daß

$$\Sigma V_{VI} = \Sigma v_{VI} = T \sin\alpha_1 = S \sin\alpha_1 \quad q$$

daß die Summe der in den ersten 6 Verticalen senkrecht nach oben wirkenden Mittelkräfte gleich ist der Mittelkraft, welche auf die beiden ersten Gurtungselemente übertragen wird, u. diese ist so groß, wie der Druck am betreffenden Auflager, vermindert um das Gewicht eines halben Trägerfeldes, und in der That ist $Q - \frac{q}{2}$, wenn man für Q den Werth $\frac{w[2(2n+1)-w]}{2n+1}\, q$ substituirt $= 2\cdot3077\, q$.

4). In der letzten Verticalen findet eine vollständige Aufhebung der bis dorthin übertragenen nicht aufgehobenen Gewichte der ersten Trägerfelder statt, denn es ergiebt sich $\Sigma V_{XII} + \Sigma v_{XII} = 6\cdot5\, q$

also $\frac{2n+1}{2}\, q - \left(\Sigma V_{XII} + \Sigma v_{XII}\right) = 6\cdot5\, q - 6\cdot5\, q = 0.$

5) Die Werthe U zeigen ein Steigen u. Fallen nach beiden Seiten hin, über dessen Bedingungen man indess erst klar wird, wenn man für mehrere Fälle oder für verschiedene Werthe von w die Rechnung in gleicher Weise durchführt. In der Tabelle B sind die Werthe von U, auf welche es hauptsächlich ankommt, für die verschiedenen von w zwischen 1 u. 12 inclusive zusammengestellt. Aus dieser Tab. ebenso ergeben sich durch einfache Multiplication mit der Zahl cosec. α direkt die Werthe für die Spannungen in den Diagonalen, und ergiebt die untere Reihe die betreffenden Zahlen von cosec. α, welche durch die Gl. berechnet sind:

$$\operatorname{cosec} \alpha_m = \frac{\sqrt{(y_{m-1}+y_m)^2 + \left(\frac{l}{m+1}\right)^2}}{y_{m-1}+y_m}$$

wenn y_{m-1} u. y_m die betreffenden Ordinaten der beiden Knotenpunkte sind, welche die Diagonale verbindet.

Die horizontal unterstrichenen Zahlen sind in jeder Horizontalreihe die grössten, so dass sie erkennen lassen, durch welche Diagonale bei einer bestimmten Last die grösste Kraft zu übertragen ist, obgleich die Beanspruchung der Diagonalen davon verschieden ist, da diese erst durch Multiplication der zu übertragenden Kraft mit cosec. α sich ergiebt, deren Werthe für die versch. Felder verschieden sind, wie es in der besonderen Colonne mit den Werthen für cosec. α sich ersehen lässt.

Die durch verticale Reihe hervorgehobenen Zahlen haben zu erkennen, bei welcher Theilreihen Belastung die Anstrengung einer Diagonale ihr Maximum erreicht. Multiplicirt man diese Reihe Zahl mit der in derselben Verticalcolonne darunter stehenden Zahl für cosec. α, so erhält man den numerischen Werth für diese Maximalanstrengung der betreffenden Diagonale, also die Maximalwerthe der verschiedenen S, welche in der untersten Zeile mitgerechnet zusammengestellt sind.

Die Tabelle gewährt aber auch einen anderen interessanten Einblick in den Wechsel der Anstrengung, denen die Diagonalen beim Vorrücken der Last unterworfen werden. Vergleicht wie schon angedeutet, die Zahlen in der oberen Horizontalreihe, welche noch mit den Werthen für cosec. α zu multipliciren sind, um die Spannung der Diagonalen numerisch auszudrücken, so geben sie doch wenigstens die Qualität, wenn auch nicht genau die Quantität an, in welcher Veränderlichkeit der Spannungen.

Es findet sich dann, daß Zug und der Druck der Last auch der Art, wenn die Tendenz auf Verschiebung ihr Maximum erreicht, nicht erreicht und immer unmittelbar zunächst des Kopfs der vorgeschobenen Last sich befindet.

Wichtiger ist aber die Erscheinung, daß die Zahlen in der Reihe für $w = 7$ ganz dieselben sind, wie in der für $w = 6$, nur daß sie in umgekehrter Reihenfolge stehen; dasselbe gilt gegenseitig von den Reihen für $w = 5$ und $w = 8$, $w = 4$ und $w = 9$ u. s. f.

Ferner enthält die Reihe für $w = 6$ und $w = 7$ überhaupt die größte der durch Unterstreichung ausgezeichneten Maximalzahlen, nämlich die Zahl 13846.

Wir ersehen hieraus:

1./ Die Anstrengung der Diagonalen ergeben sich gleich groß, wenn von dem Träger von einem Ende her eine gewisse Anzahl von Felder belastet sind und wenn er so weit belastet ist, daß vom andern Ende her gezählt, dieselbe Anzahl Felder noch unbelastet ist; nur folgen sie dann in umgekehrter Reihenfolge.

Es sind also beispielsweise bei einer Belastung von 3 Feldern die Diagonalspannungen eben so groß wie bei einer Belastung von 10 Feldern (so daß nur 3 unbelastet sind), nur mit der Maßgabe, daß im 1. Falle die Diagonale des 2. Feldes so gespannt ist, wie im 2t. Falle die des 12., die des 3. wie die des 11., die des 4., wie die des 10. u. s. f.

2./ Die überhaupt größte Diagonalwirkung entsteht, wenn die Last oder vielmehr der Kopf der sich aufschiebenden Last bis auf die Mitte der Brücke vorgerückt ist.

Dieser Schluß hätte sich vielleicht auch a priori finden lassen, denn wir wissen, daß der Träger vor dem Aufschieben der Last keine Diagonalwirkungen zu erleiden hat, und daß dieses ebenso der Fall ist, wenn die Last über die ganze Länge gleichförmig vertheilt ist.

Wenn wir also in dem Träger, w Felder belastet denken, so werden wir die daraus resultirende Diagonalwirkung mit einem Schlage aufheben, wenn wir von der anderen Seite her eine gleichmäßige Last über die anderen $2n+1-w$ Felder verbreiten. Denken wir uns nun aber an den Knotenpunkten dieser $2n+1-w$ nach oben gerichtete Kräfte q angebracht, welche der aufgelagerten Last das Gleichgewicht halten, so ist der frühere Zustand der schiefen Belastung wieder hergestellt. Die Wirkungen der auf die $2n+1-w$ Felder vertheilten, nach oben wirkenden Kräfte q für jedes Feld auf den Träger werden dann als die Veranlassung der bestehenden Diagonalspannungen anzusehen sein, und da der Träger ganz symmetrisch ist, so wird diese Wirkung dieselbe sein, als wenn die vom entgegengesetzten Ende $2n+1-w$ Felder mit den nach unten ziehenden Lasten q beschwerten; nur wird die Reihenfolge der Spannungen vom entgegengesetzten Ende an gezählt werden müssen. Da nun die schiefe Belastung in dem Augenblicke beginnt, in welchem die Last über den Auflagerpunkt des Trägers vorrückt, und selbstverständlich mit dem Vorrücken der Last auch die Diagonalwirkung, welche ebenfalls von Null beginnt, sich steigern wird, die Diagonalwirkung der w belasteten Felder aber der der $2n+1-w$ Feldern gleich ist, so folgt hieraus schon, daß die Diagonalwirkung am größten sein wird wenn $w = 2n+1-w$ oder $w = \frac{2n+1}{2}$ ist d. h. wenn der Kopf der Last die Mitte des Trägers erreicht hat, und daß bei Überschreitung derselben sie so abnehmen wird, wie sie vorher zunahm.

Denkt man sich ferner einen Träger mit w belasteten Feldern u. einen zweiten ganz gleichen, bei welchem aber vom anderen Ende $2n+1-w$ Felder gleichmässig belastet sind, so werden die Diagonalspannungen in beiden ganz gleich sein, nur mit dem Unterschiede, dass die Richtungen der in Wirksamkeit tretenden Diagonalen sich kreuzen werden. Denkt man nun beide Träger ineinander gelegt, so entsteht ein gleichmässig belasteter Träger, welcher, wie bekannt, keinerlei Diagonalspannung unterworfen ist; die sich kreuzenden Diagonalspannungen müssen also gegenseitig sich aufheben.

Es ist diess auch leicht einzusehen; denn wenn in einem Viereck, wie sie die Felder bilden, die beiden gleichen u. gleich gerichteten Diagonalen gleichmässig gespannt sind, so ist eben keine Tendenz zur Verschiebung desselben vorhanden. —

Aus diesen Betrachtungen ergibt sich endlich noch, dass die Diagonalen der mittleren Felder am stärksten gespannt werden

Die unterste Reihe der Tabelle ergibt unmittelbar das Verhältniss der Maximalanstrengungen in den Diagonalbändern, also auch der ihnen zu gebenden Querschnitte, wenn man ganz rationell konstruiren will *). Die sich ergebenden Unterschiede sind indess kaum beträchtlich genug um in der Praxis Beachtung zu finden; ein gleichmässiger Querschnitt der Diagonalen dürfte wohl in den meisten Fällen zur Anwendung zu bringen sein.

---

*) Die Differenz in den Anstrengungen der mittleren Vier-

-genden, welche aus der Tabelle eine um 0·003 geringere für die mittelste als für die beiden nächst liegenden, ergibt, sieht wohl Jeder, dass wir durch die schrittweise Durchführung der Rechnung von Feld zu Feld nicht genau den Fall der größten schiefen Belastung, d. h. wo genau eine Hälfte des Trägers belastet ist, ermittelt haben. Würde man dieß gethan haben, so würde unzweifelhaft für S_{VII} ein wirkliches Maximum sich ergeben haben. Dass aber der Unterschied im Maximum von S_{VII} gegen die Maxima von S_{VI} und S_{VIII} so klein ausfallen muss, dass er überhaupt für die Praxis bedeutungslos ist, sieht wohl Jeder ein, der der Rechnung gefolgt ist. Eine bis in die zweite Dezimalstelle zutreffende Gleichheit der Anstrengung geht schon weit über die praktischen Bedürfnisse hinaus. –

Was endlich noch die Inanspruchnahme der mitwirkenden Festigkeit in den Vertikalstützen betrifft, so ergibt sich diese für die m^te Vertikalstütze ganz einfach aus der Formel $U_m - V_m$

Aus der gegebenen Tabelle für $\omega = 7$, also für den Fall der nahezu größten Diagonalwirkung, stellen sich die betreffenden Werthe einfach durch Subtraktion der Zahlen der zweiten Colonne $\frac{S\gamma}{V}$ von denen der letzten Colonne $\frac{U}{q}$ her. Man wird bald sehen, dass nicht alle Vertikalstützen auf mitwirkende Festigkeit in Anspruch genommen, sondern dass die ersten durch Zug gespannt werden.

Wenn aber eine Last von der entgegengesetzten Seite her über den Träger fortgleitet, so kehrt sich die Reihe um, und man ersieht leicht, dass die Vertikalen abwechselnd auf Zug und Druck und mit verschiedener Intensität in Anspruch genommen werden. Im Übrigen ergibt sich, daß das Maximum der Rückwirkung kaum 1179 überschreitet. Wer die anderen Berechnungen für die verschiedenen Werthe von w übermäßig fortführt, wird finden, daß dieser Werth auch in keinem andern Falle überschritten wird, und daß im Allgemeinen, während bei den die 3 mittleren Felder begrenzenden Vertikalstützen dieses Maximum etwa dasselbe ist, es für die den Enden näher liegenden Stützen abnimmt, ohne dadurch jedoch einen wesentlich zu berücksichtigenden Einfluß auf die Trägerkonstruktion zu gewinnen; denn unzweifelhaft wären die Unbequemlichkeiten, welche durch ein ängstliches Abwägen der Querschnittsdimensionen gemäß den berechneten Maximalanstrengungen für die Ausführung eines Trägers sich ergeben würden, bei weitem gewichtiger als der verhältnißmäßig unbedeutende Mehrverbrauch an Material, wenn man solche untergeordnete Konstruktionstheile überall von einer Stärke machen wollte, welche jedem eventuellen Maximum der Anstrengung entspricht. —