VI. Berechnung der Höhe einiger Hauptspitzen des Caucasus über der Meeresfläche.

Da mit dem Vorhergehenden der Hauptheil unserer Arbeit, das eigentliche Nivellement abgeschlossen ist, und durch die detaillirte Mittheilung desselben sowohl rücksichtlich der Beobachtungen als auch der Rechnungen dieses Werk bereits so umfangreich geworden, so sehe ich mich genöthigt die Mittheilung der übrigen Nebentheile der Arbeit kürzer zu fassen, und werde daher hauptsächlich nur die Resultate der Rechnungen geben, welche übrigens aus den Beobachtungen in der ersten Abtheilung, wo es wünschenswerth erscheinen sollte, von Jedem controlirt werden können.

Zur Berechnung der Höhe der beobachteten Caucasusspitzen bedürfen wir zuerst ihrer Entfernungen von den Beobachtungspuncten. Die Richtungswinkel welche zu diesem Behufe von uns gemessen wurden sind p. 45, 46 zusammengestellt. — Bergspitzen erscheinen aus verschiedenen Puncten gesehen, immer in mehr oder weniger veränderter Form, und man wird daher selten genau denjenigen Punct wieder treffen können, welchen man früher beobachtet hat. Wir hatten es uns freilich zur Regel gemacht, bei der Winkelmessung immer auf den höchsten sichtbaren Punct der Berggipfel einzustellen. Dieser Punct ist aber bei flach abgerundeten Gipfeln bisweilen ziemlich unbestimmt. Es entstehen dadurch kleine Unsicherheiten in den Richtungen, welche auf die berechneten Distanzen einen desto grösseren Einfluss haben, je spitzer die gebrauchten Dreiecke sind; da nun jeder Berg von mehreren Puncten unserer Operationslinie beobachtet ist, so bekäme man durch unmittelbare Auflösung der Dreiecke Bestimmungen von ungleicher Genauigkeit. Um dieses zu vermeiden und die wahrscheinlichsten Resultate zu erhalten, hat H. Sawitsch, welcher die Berechnung aller nöthigen Entfernungen der Bergspitzen mit vieler Umsicht geführt hat, folgendes einfache Verfahren eingeschlagen.

Es seien z. B. aus vier bekannten Puncten: A, A', A'', A''' die Richtungen zu einem Berge M hin beobachtet; aus dem vortheilhaftesten Dreiecke, z. B. $A\,A'''\,M$ bestimmt man zuerst die Distanz $AM = r$ und berechnet in den Dreiecken $A\,A'\,M$, $A'\,A''\,M$, $A''\,A'''\,M$ nur nahezu die Seiten $A'M$, $A''M$, $A'''M$ und die sphärischen Excesse, um die Winkel auf die Ebene zu reduciren; dann wird man alles als wirklich in der Ebene liegend betrachten können. Nehmen wir nun den Anfangspunct der Coordinaten in A, die Linie AA' als Axe der Ordinaten y, und eine Senkrechte dazu als Axe der Abscissen x an, so sind die Coordinaten der Beobachtungspuncte: o, o; o, n; n', m'; n'', m''; und die Richtungen α', α'', α''', der Linien $A'\,A''$, $A''\,A'''$, gegen die Axe der Ordinaten $A\,A'$ bekannte Grössen. Mit den vorläufig angenommenen $AM = r$ und Winkel $A'\,AM = \varphi$, berechnet man jetzt die genäherten Coordinaten $y = r$ Cos φ, $x = r$ Sin φ, und indem alle Winkel auf gleiche Weise von der Linken zur Rechten gezählt werden, sucht man mit diesen Datis die Richtungen φ', φ'', φ''' der Linien $A'M$, $A''M$, $A'''M$ gegen die $A'\,A''$, $A''\,A'''$ und die Verlängerung von $A''\,A'''$ nach den Formeln:

$$\text{tang. } \varphi = \frac{x}{y};\ \text{tang. } (\alpha' + \varphi') = \frac{x}{y-n};\ \text{tang. } (\alpha'' + \varphi'') = \frac{x-m'}{y-n'};\ \text{tang. } (\alpha''' + \varphi''') = \frac{x-m''}{y-n''}.$$

Nennen wir nun dx, dy die zu bestimmenden Verbesserungen von x und y, so wird die Vergleichung dieser Werthe von φ, φ', φ'', φ''' mit den wirklich beobachteten ψ, ψ', ψ'', ψ''' folgende Ausdrücke zur Bestimmung von dx und dy geben:

$\psi - \varphi = \text{Arc. tang. } \frac{x + dx}{y + dy} - \text{Arc. tang. } \frac{x}{y}$; $\psi' - \varphi' = \text{Arc. tang. } \frac{x + dx}{y + dy - n} - \text{Arc. tang. } \frac{x}{y - n}$; u. s. w.,

oder:

$$(\psi - \varphi)\, r \text{ Sin. } 1'' = \text{Cos. } \varphi\, dx - \text{Sin. } \varphi\, dy;$$
$$(\psi' - \varphi')\, r' \text{ Sin. } 1'' = \text{Cos. } (\varphi' + \alpha')\, dx - \text{Sin. } (\varphi' + \alpha')\, dy;$$
$$(\psi'' - \varphi'')\, r'' \text{ Sin. } 1'' = \text{Cos. } (\varphi'' + \alpha'')\, dx - \text{Sin. } (\varphi'' + \alpha'')\, dy;$$
$$(\psi''' - \varphi''')\, r''' \text{ Sin. } 1'' = \text{Cos. } (\varphi''' + \alpha''')\, dx - \text{Sin. } (\varphi''' + \alpha''')\, dy;$$

wo r, r', r'', r''' resp. den Linien AM, $A'M$, $A''M$, $A'''M$ gleich sind.

Behandelt man diese Gleichungen nach der bekannten Vorschrift der Methode der kleinsten Quadrate, so bekommt man dadurch die wahrscheinlichsten Werthe von dx, dy, und die Richtungen werden vollkommen ausgeglichen. H. Sawitsch hat so gefunden, dass die Richtungen nach den Bergen bis auf etwa $8''$ richtig sind.

Höhenbestimmung des Beschtau d. 13. Juli 1837 (vergl. p 175).

Aus den Richtungswinkeln p. 45 ergeben sich folgende aufs Meeresniveau projecirte Entfernungen, nebst den entsprechenden Winkeln der Verticalen, C:

P^{70} Beschtau	=	1204530	Engl.	Zoll;	C =	$16'$ $29'',2$
P^{70} Q	=	397050	«	«	« =	5 26,8
Q Beschtau	=	960730	«	«	« =	13 8,5
Q D	=	484410	«	«	« =	6 37,8
D Beschtau	=	506704	«	«	« =	6 55,6

Die Berechnung der gleichzeitigen Beobachtungen an den 3 Puncten P^{70}, Q, D ergiebt dann:

Erhebung von Q über P^{70} = + 2324,2 E. Z. und den Refr. Coeff. = + 0,062
« « D « Q = + 398,5 « « « « « « = + 0,086

Mit der Höhe von P^{70} über dem Meere = 15448 E. Z. (nach p. 297) erhält man zugleich unabhängig von der Refraction die Höhe des Beschtau über dem Asowschen Meere:

durch die Combination der Beob. in P^{70} u. D =	55078 E. Z.	+ 0,0726 Refr. Coeff.
« « « « « « Q « D =	55072 «	+ 0,0801 « «
im Mittel =	55075 «	

Die Höhenbestimmung des Beschtau, die wie man sieht sehr genau ausgefallen ist, wurde von uns zu dem Zwecke unternommen, um einen Vergleichspunct bei der Messung der höheren Caucasus-Gipfel zur Bestimmung des Refractions-Coefficienten zu haben. Indessen zeigte es sich bald, dass dieser Berg noch immer zu wenig entfernt und verhältnissmässig zu niedrig war, um den Refractions-Coefficienten für die 4 bis 5 mal höheren und entfernteren Gipfel mit völliger Sicherheit zu ergeben. Doch sind die so gewonnenen Resultate als erste Annäherung immer brauchbar. Hat man nämlich erst genäherte Werthe der Berghöhen, so lassen sich diese auf folgende Weise genauer finden, wie H. Sawitsch zuerst gezeigt hat. Die Bergspitzen sind von uns an verschiedenen Puncten nnd in ziemlich verschiedenen Entfernungen beobachtet worden. Bestimmt man also den Refractions-Coefficienten an einem Standpuncte nach dem entferntesten Berge mit dessen genäherter Höhe, so erhält man die Höhe der näheren Berge im umgekehrten Verhältniss der Quadrate der Entfernungen genauer. Mit diesen verbesserten Höhen kann man alsdann von einem andern Standpuncte aus den Refractions-Coefficienten zur Bestimmung der genauern Höhe des ersteren Berges finden, und dieses Verfahren wiederholen, bis man sich der Wahrheit so weit genähert hat, als die Umstände es erlauben. Zum Beispiele: von dem Signal A^{87} ist der

Elbrus anderthalbmal so weit entfernt als der Kasbek; bestimmt man also den Refr. Coeff. nach dem Elbrus mit dessen genäherter Höhe, so wird die mit diesem Coefficienten berechnete Höhe des Kasbek $2^1/_4$ mal genauer als die angenommene des Elbrus. Hierauf kann man den Kasbek mit dem Anonymus vergleichen wo Kasbek am weitesten und Anonymus am nächsten ist, beim Signal B^{80}, von welchem ersterer $1^1/_4$ Mal so weit absteht als letzterer; folglich wird die Höhe des Anonymus auf diese Weise 1,56 mal genauer als die des Kasbek, oder 3,5 mal genauer als die ursprüngliche des Elbrus. Jetzt kann man bei dem Signale P^{75} den Refr. Coeff. nach dem Anonymus bestimmen, da der freilich dazu noch vortheilhaftere Kasbek wegen zu schwacher Sichtbarkeit nicht mitbeobachtet wurde, und damit die Höhe des Elbrus berechnen. Es ist zwar von P^{75} aus der Elbrus noch 1,14 mal weiter als Anonymus, und der Fehler in der Höhe des letzteren wird in Bezug auf den Elbrus 1,29 mal vergrössert. Dennoch erhält man so die Höhe des Elbrus noch 2,7 mal genauer als die ursprüngliche Annahme war. Mit diesem genauern Werthe der Elbrus-Höhe wiederholt man alsdann die ganze Rechnung, und setzt dies Verfahren fort, so lange bis der Endwerth der Höhe des Elbrus mit dem ursprünglich angenommenen übereinkommt. — Hierbei macht man keine andere Hypothese als: dass der Refractions-Coefficient für die in verschiedenen Richtungen fast in gleicher Höhe und bedeutender Entfernung liegenden Bergspitzen in demselben Momente gleich ist, welche Hypothese höchst wahrscheinlich ist, und bisher von allen Geodäten angenommen wurde, wie schon der Ausdruck: »Refractions-Coefficient« andeutet.

Ehe ich an die Berechnung der übrigen Berghöhen gehe, gebe ich hier eine Zusammenstellung der Logarithmen der Entfernungen der Berge von allen Beobachtungspuncten in Englischen Zollen, D*), nebst den entsprechenden Winkeln der Verticalen C, nach der Berechnung des H. Sawitsch.

	log. D.	C		log. D.	C
B^{70} Beschtau	6 085826	0° 16′ 40″,6	P^{82} Anonymus	6,641854	1° 0′ 2″,6
B^{70} Elbrus W.	6,688502	1 6 52,8	P^{82} Kasbek	6,691034	1 7 19,5
B^{70} Elbrus O.	6,687830	1 6 47,0	P^{82} Elbrus W.	6,759791	1 18 40,3
			P^{82} Elbrus O.	6,756919	1 18 8,7
P^{75} Beschtau	6,324303	0 28 51,4	B^{82} Anonymus	6 646443	1 0 45,3
P^{75} Elbrus W.	6,669298	1 3 54,6	B^{82} Kasbek	6,685867	1 6 31,7
P^{75} Elbrus O.	6,666918	1 3 33,3			
P^{75} Anonymus	6,621159	0 57 19,2			
B^{79} Beschtau	6,514634	0 44 44,4	B^{83} Kasbek	6,674156	1 4 55,5
B^{79} Kasbek	6,702184	1 9 3,9	B^{83} Elbrus O.	6,778915	1 22 11,5
B^{80} Beschtau	6,546018	0 48 5,5	A^{87} Kasbek	6,657470	1 2 20,2
B^{80} Anonymus	6,609761	0 55 46,7	A^{87} Elbrus W.	6,847887	1 36 19,9
B^{80} Kasbek	6,691412	1 7 22,8	A^{87} Elbrus O.	6,845262	1 35 46,3
B^{81} Anonymus	6,629649	0 58 22,5	Stawropol Elbrus W.	6,878202	1 43 37,8
B^{81} Kasbek	6,688972	1 7 0,0	Stawropol Elbrus O.	6,880370	1 44 8,4

*) D ist eigentlich die auf die Höhe des Horizontes des Beobachtungspunctes bezogene Chorde des geodätischen, aufs Meeresniveau projecirten Bogens zwischen dem Beobachtungspuncte und dem Berge.

Bei allen Berechnungen der Berghöhen ist die bekannte strenge Formel anzuwenden:

$$\gamma = D \frac{\sin\left(a + \frac{C}{2} - r\right)}{\cos a + C - r}$$

wo γ den Höhenunterschied; D die Entfernung; $a = 90°$ — Zenithdistanz, C den Winkel der Verticalen, und r die Refraction bezeichnet. Hieraus erhält man zur Berechnung von r wenn γ als bekannt voraus gesetzt wird, durch eine leichte Transformation:

$$\operatorname{tang} r = \frac{\sin\left(a + \frac{C}{2}\right) - \frac{\gamma}{D} \cos(a + C)}{\frac{\gamma}{D} \sin(a + C) + \cos\left(a + \frac{C}{2}\right)}$$

Wenden wir uns jetzt zu den Beobachtungen in b^{70} (p. 176) so folgen aus der ersten und letzten Zenithdistanz des Beschtau um $17^h\ 40'$ und $21^h\ 40'$ resp. die Refractions-Coefficienten $+\ 0{,}098$ und $+\ 0{,}068$ und damit die Höhen des Elbrus über dem Meere:

der Westkuppe $17^h\ 40' = 219890$ E. Z.; der Ostkuppe $= 219190$ E. Z.
« « $21\ \ 40 = 222290$ « « « $= 221570$ «

also Unterschiede von 2400 Zoll; die blosse Ansicht der Zenithdistanzen, welche sich innerhalb der angegebenen Zeit nach dem Beschtau fast doppelt so stark änderten als nach dem 4 mal entfernteren Elbrus, zeigt auch schon, dass die nach ersterem bestimmten Refr. Coefficienten sehr unsicher sein müssen. Ohne mich daher weiter mit solchen Vergleichungen des Beschtau mit dem Elbrus, Anonymus und Kasbek in p^{75}, b^{79} und b^{80} aufzuhalten, werde ich für die Höhen des Elbrus schon genähertere Werthe zu Grunde legen, die aus H. Sawitsch früheren Rechnungen folgen. Diese sind:

für den westl. Gipfel (W.) $= 221790$ E. Z.
« « östl. « (O.) $= 220980$ «

Diese Werthe wollen wir jetzt aus sämmtlichen Beobachtnngen verbessern, und dazu zuerst die Messungen in a^{87} (p. 178) vornehmen.

Die Höhe von α^{87} über dem Meere ist nach p. 304 $= 5478$ Z.; folglich die der beiden Theodoliten $= 5386$ Z.; hiemit und mit der obigen Angabe der Entfernung und angenommenen Höhe des Elbrus erhält man die Refr. Coeff. $= \varrho$

um $5^h\ 29'$ nach Elbrus W. $\varrho = +\ 0{,}06998$ und damit Kasbek über dem Meere $= 198331$ E Z.
« 6 2 « « « $= +\ 0{,}07332$ « « « « « « $= 198309$ «
« 6 9 « « « $= +\ 0{,}07361$ « « « « « « $= 198273$ «
« — — « « O. $= +\ 0{,}07160$ « « « « « « $= 198438$ «
Mittel $= 198338$ «

Etwas unvortheilhafter ist die Ableitung der Höhe des Kasbek aus der Vergleichung mit dem Elbrus in p^{82} und b^{83}.

Höhe P^{82} über dem Meere $= 7679$ Z. (p. 302) also Höhe des Univ. Instr. $= 7589$ Z.
die Beob. von Elbrus W. um $6^h\ 11'$ giebt $\varrho = +\ 0{,}07065$; Höhe des Kasbek $= 198421$ E. Z.
« « « « O. « « « $= +\ 0{,}07081$ « « « $= 198409$ «
Mittel $= 188415$ «

Höhe β^{83} über dem Meere $= 6964$ Z. (p. 302) also Höhe des Theodoliten $= 6872$ Z.
die Beob. von Elbrus O. um $20^h\ 0'$ giebt $\varrho = +\ 0{,}07864$; Höhe des Kasbek $= 198130$ E. Z.

Da nun die wahrscheinlichen Fehler dieser drei Höhenbestimmungen im umgekehrten Verhältnisse mit den Quadraten der Entfernungen des Kasbek, im directen aber mit der Quadratwurzel der Anzahl der Beobachtungen und mit den Quadraten der Entfernungen des Elbrus, nach welchem der Refr. Coeff. bestimmt wurde, stehen, so werden hiernach die relativen Gewichte dieser 3 Bestimmungen nahezu wie 10 : 2 : 1; also die Höhe des Kasbek über der Meeresfläche im Mittel = 198335 Engl. Zoll, mit dem wahrscheinlichen Fehler = ± 23 E. Z.

Mit dieser Bestimmung können wir jetzt an die Berechnung der Höhe des Anonymus gehen, wozu die Messungen in b^{80}, b^{81}, p^{82} und b^{82} dienen.

Höhe β^{80} über dem Meere = 8749 Z. (p. 301) also des Theodoliten = 8660 Z.

die Beob. des Kasbek giebt um $18^h\ 43'$ $\varrho = +\ 0{,}08479$; Höhe des Anonymus = 202878 E. Z.
« « « « « « 19 30 (F.) « = + 0,07957 « « « = 203027 «
« « « « « « 19 30 (S.) « = + 0,07770 « « « = 203083 «
Mittel = 202996 «

Höhe β^{81} über dem Meere = 7819 Z. also des Theodoliten = 7731 Z.

aus der Beob. des Kasbek um $6^h\ 10'$ folgt $\varrho = +\ 0{,}07279$; Höhe des Anonymus = 202906 E. Z.

Höhe P^{82} über d. Meere = 7679 Z. also des Univ. Instr. = 7589 Z.

die Beob. des Kasbek giebt um $4^h\ 12'$ $\varrho = +\ 0{,}06810$; Höhe des Anonymus = 203083 E. Z.
6 11 « = + 0,07147 « « « = 203083 «
Mittel = 203083 «

Höhe β^{82} über d. Meere = 7227 Z. also des Theodoliten = 7127 Z.

die Beob. des Kasbek um $4^h\ 27'$ giebt $\varrho = +\ 0{,}06651$; Höhe des Anonymus = 203201 E. Z.
5 27 « « = + 0,06888 « « « = 203297 «
Mittel = 203249 «

Das Mittel dieser 4 Höhenbestimmungen des Anonymus mit gehöriger Rücksicht aufs Gewicht der einzelnen ist = 203070 Engl. Zoll mit dem wahrscheinlichen Fehler = ± 42 E. Z

Mit der gefundenen Höhe des Anonymus können wir jetzt endlich die des Elbrus bestimmen aus den Beobachtungen in p^{75}.

Höhe P^{75} über d. Meere = 12864 Z. (p. 299) also des Univ. Instr. = 12787 Z.
der beiden Theodoliten = 12770 «

	ϱ	Elbrus W.	Elbrus O.
aus der Beob. des Anonymus v. Sabl. $18^h\ 54'$ folgt	+ 0,07445	221975 Z.	221185 Z.
« 20 25 «	+ 0,06826	222015 «	221189 «
Saw. 18 43*) «	+ 0,07520	222083 «	221227 «
« 20 30 «	+ 0,06752	222055 «	221087 «
Fuss 21 17 «	+ 0,06629	221739 «	—
Mittel =		221973 «	221172 «
wahrsch. F. =		± 36 «	± 19 «

Diese gefundenen Werthe für die Höhe des westlichen und östlichen Gipfel des Elbrus über dem Meere weichen von den zuerst angenommenen resp. um + 183 und + 192 Zoll ab, im Mittel + 188 Z.; und es

*) Der Refr. Goeff. für $18^h\ 43'$, wo der Anonymus von H. Sawitsch nicht mitbeobachtet worden ist, wurde aus dem meinigen nahe liegenden durch Interpolation gefunden.

muss jetzt mit den neuen Werthen die ganze Rechnung wiederholt werden. Bei der Kleinheit dieser Correction die weniger als $^1/_{1000}$ beträgt, genügt es indess, dieselbe an die gefundene Höhe des Kasbek im Verhältniss des Quadrats der Entfernungen des Kasbek und Elbrus von den Beobachtungspuncten anzubringen, und sofort nach derselben Regel mit dem Anonymus und Elbrus zu verfahren. Man sieht überdies sogleich dass noch mehrere Aproximationen nöthig sein werden, bis die angenommene und zuletzt sich ergebende Höhe des Elbrus genau zusammen stimmen werden. Nach dem obigen genäherten Ueberschlage der Entfernungen wird der Fehler der ersten Annahme der Elbrushöhe zuletzt ungefähr 2,7 mal vermindert, oder genauer 2,2 mal, wenn man alle Distanzen gehörig berücksichtigt; und wir würden demnach durch successive Aproximationen die Differenzen bekommen: 188, 85, 39, 18, 8, 4, 2. Wenn wir also jetzt an die ursprünglich angenommene Höhe des Elbrus sogleich die Summe dieser geometrischen Reihe = + 344 Zoll anbringen, so werden wir der Wahrheit schon sehr nahe kommen.

Es sind demnach die Höhen der Berge über dem Meere:

Elbrus W. Kuppe = 222130 E. Z.
« O. « = 221328 « } Annahme

damit ergiebt sich für den Kasbek = 198501 «
hieraus folgt für den Anonymus = 203196 «
und daraus endlich für Elbrus W. = 222130 «
« O. = 221327 « } Endwerth

wo der Endwerth mit dem angenommenen innerhalb eines Zolles übereinstimmt. Wir haben demnach der einzigen hier anwendbaren und bisher allgemein angenommenen Hypothese: nämlich der Gleichheit des Coefficienten der terrestrischen Refraction nach verschiedenen Entfernungen für denselben Moment, vollkommen Genüge gethan.

Die wahrscheinliche Unsicherheit dieser Höhenbestimmungen kann, nach der Uebereinstimmung der einzelnen, von verschiedenen Standpuncten und zu verschiedenen Tageszeiten gemachten Beobachtungen zu urtheilen, nicht höher als 42 Zoll oder 3,5 Fuss angeschlagen werden, und fällt daher noch innerhalb der Gränze der Veränderungen, welche wahrscheinlich die Höhen der Berggipfel durch Anhäufung oder Schmelzung des Schnees erleiden. Da nun auch die Höhen der Standpuncte über der Meeresfläche gleichfalls keiner grösseren Unsicherheit als 1,6 Fuss unterworfen sind (p. 318) so glaube ich, dass man es für keine Anmassung halten wird, wenn ich unsere Bergmessungen den genauesten bisher gemachten an die Seite setze. — Zum Beschluss gebe ich hier noch die von uns bestimmten Höhen der Caucasusspitzen über der Meeresfläche in Toisen, nebst einer Vergleichung der früheren Bestimmungen derselben.

	Casp. Exp. 1837	Wisniewsky 1813	Parrot und Engelhard 1812	Kupffer 1829	Meyer 1829	Kolenati 1844
Elbrus westlicher Gipfel	= 2894,8	2898		} 2570		
« östlicher Gipfel	= 2884,3	2878				
Anonymus	= 2648.0					
Kasbek	= 2586,8		2400		2455	2308
Beschtau	= 717,7		700			

Merkwürdig ist die nahe Uebereinstimmung des von H. Akademiker Wisniewsky erhaltenen Resultates mit dem unsrigen; obgleich dabei die Höhe der Standpuncte über dem Meere nur barometrisch bestimmt war, die Zenithdistanzen des Berges mit einem Sextanten gemessen, und die Refractionen mit einem supponirten mittleren Coefficienten 0,08 berechnet wurden. — Die übrigen barometrischen Bestimmungen, bei denen mit Ausnahme des Beschtau überall nicht die höchste Spitze erreicht wurde, geben wie man sieht alle zu kleine Resultate, was sich wahrscheinlich aus der zu geringen Schätzung des noch übrig gebliebenen unerstiegenen Theiles erklärt.

Die oben berechneten Refractions-Coefficienten fallen mit den zuletzt angenommenen Werthen der Berghöhen nur um ein weniges kleiner aus; sie variiren, obgleich zu ganz verschiedenen Tageszeiten, Morgen- und Abendstunden, doch nur innerhalb sehr mässiger Grenzen, und unterscheiden sich darin wesentlich von den durch nahe terrestrische Objecte beim Nivellement bestimmten, welche durch locale Störungen so grossen Veränderungen unterworfen sind. Das Mittel aus allen 20 nach den zuletzt gefundenen Höhen der Bergspitzen bestimmten Refractions-Coefficienten ist $= + 0{,}0716$ mit dem wahrsch. Fehler $\pm 0{,}0006$; reducirt man aber alle Refractionen r, um einen festen Vergleichspunct zu haben auf die dem Barometerstande von 332,7 Par. Linien und der Temperatur von $+ 7^0{,}4$ Reaum. entsprechenden r' durch die Formel:

$$\log r' = \log r - A\beta - \lambda\gamma + \frac{70}{8} A\tau.$$

wo τ die Temperatur des Quecksilbers am Barometer bedeutet, A und λ die von Bessel in den Fund. Astr. p. 50 gegebenen Factoren; β und γ die vom Barometer- und Thermometerstande abhängigen Grössen sind, die aus den Struveschen Refractionstafeln genommen werden können, — so erhält man als Mittel aus allen den Refractions-Coefficienten der dem angegebenen Barometer- und Thermometerstande entspricht $= + 0{,}0774$ $\pm 0{,}0006$, und dieser Coefficient kann vielleicht bei künftigen trigonometrischen Bergmessungen von Nutzen sein.

Die zahlreichen Elbrus-Beobachtungen in Stawropol (p. 174) sind gleichfalls zur Bestimmung der Refraction anwendbar. Da es zu weitläufig wäre diese einzeln anzuführen, so gebe ich hier den mittleren Coefficienten aus allen, gleichfalls auf obigen Barometer- und Thermometerstand reducirt; dieser ist $= + 0{,}0880 \pm 0{,}0012$. Dieser Coefficient, der für die Wintermonate gilt ist nur um $^1/_8$ stärker als der obige für die Sommermonate gültige, und hiermit wird die geringe Veränderlichkeit des Refractions-Coefficienten nach hohen und entfernten Gegenständen sowohl in Bezug auf die tägliche als auch in Bezug auf die jährliche Periode bestätigt.