

III. Höhenbestimmungen aus den Zenithdistanzen von Sawitsch.

Ueber die Berechnung derselben spricht H. Sawitsch sich folgendermassen aus:

Meine Beobachtungen der terrestrischen Zenithdistanzen, (pag. 97—136) in Verbindung mit denen der H. Sabler und Fuss bilden ein System von gleichzeitigen und reciproken Messungen, welche sowohl die Refractionen als auch die zu ermittelnden Niveau-Unterschiede ergeben (p. 222); aber außerdem bilden dieselben, da mein Beobachtungsort sich immer im Durchschnitt nahe in der Mitte zwischen zwei Signalen befand, gleichfalls ein vollständiges Nivellement, und liefern ein unabhängiges Resultat für den Höhenunterschied des Asow-schen und Caspischen Meeres.

Die Art der Berechnung dieser Beobachtungen ist bekannt und schon p. 222 und p. 269 erwähnt. Die grösste Schwierigkeit besteht hier in der Anbringung der Refraction, d. h. in der Annahme solcher Refractions-Coefficienten, welche sich im Mittel den wirklich Statt findenden am meisten nähern. Es wäre die genaue Kenntniss der Refractions-Coefficienten beinahe nicht nöthig gewesen, wenn man genau in der Mitte der Entfernung zwischen zwei Signalen beobachtet hätte, und die Refractions-Coefficienten in demselben Momente nach allen Seiten als gleich vorausgesetzt werden könnten. Obgleich nun diese Annahme sich in vielen Fällen als richtig erwies, so fand doch nicht selten auch das Gegentheil Statt, und die verschiedene Beschaffenheit der Bilder verschiedener Signale zeigte schon deutlich dem Beobachter, dass die Refractions-Coefficienten nach verschiedenen Seiten nicht gleich sein konnten, besonders bei der Messung in einem flachen Lande, wo sie wegen der geringen Entfernung der Gesichtslinie von der Oberfläche der Erde ausserordentlichen Veränderungen unterworfen sind. —

Aus meinen mit H. Sabler gleichzeitigen reciproken Beobachtungen zog ich zunächst alle sich ergebenden Refractions-Coefficienten aus. Nach mehreren vergeblichen Versuchen, dieselben nach der Zeit, und je nachdem Sonnenschein oder bedeckter Himmel Statt gefunden, zu ordnen — wobei sich zu grosse Unregelmässigkeiten im Gange ergaben, — sah ich mich genötigt nach dem Vorgange H. Sablers: die grössere oder geringere Ruhe der Bilder allein als Argumente der Refraction zu betrachten. Es ist freilich gewiss, dass Argumente solcher Art viel weniger bestimmt sind, als diejenigen, welche aus der Beobachtung von Grössenverhältnissen folgen; indessen blieb hier keine andre Wahl übrig. Ich summirte also für die verschiedenen Zustände der Bilder die einzelnen Refractionen in Secunden, ϱ und erhielt dadurch $\frac{\Sigma \varrho}{\Sigma C}$ d. h. Summe der Refractionen dividirt durch: Summe der entsprechenden Winkel der Verticalen folgende mittlere Refractions-Coefficienten für die entsprechenden Zustände der Bilder:

Zustand der Bilder	Refr. Coeff.	Wahrsch. Fehler
I heftige Unruhe	— 0,13	± 0,11
I Unruhe	— 0,03	± 0,05
I schwache Unruhe	+ 0,013	± 0,037
Ruhe der Bilder	+ 0,0875	± 0,0255
II schwache Unruhe	+ 0,153	± 0,044
II Unruhe	+ 0,20	± 0,07
II heftige Unruhe	+ 0,48	± 0,16

Man sieht hieraus wie bedeutend die Veränderung der Strahlenbrechung bei verschiedenen Graden der Ruhe der Bilder ist. Je unruhiger außerdem die Bilder sind, desto unsicherer wird auch die Refraction, und

wir sehen aus unserer Tabelle dass bei der Unruhe der Bilder die wahrscheinliche Abweichung der Refr Coeff. von ihrem Normalwerthe ausserordentlich gross ist, sogar nicht kleiner als die ganze Refraction selbst. In diesem Falle waren auch die Bilder unregelmässig, schlecht und verworren, so dass die Beobachtung mehr auf eine Art von Taxation als auf sichere Einstellungen sich gründete. Darum habe ich es für rathsamer gehalten, bei der Berechnung der Höhenunterschiede die Resultate nur auf die Reihen der Bestimmungen zu gründen, bei welchen die Bilder entweder ganz ruhig oder nur wenig unruhig waren. Das Verhältniss der Genauigkeit der Bestimmungen bei diesen beiden Zuständen der Bilder habe ich wie $1:1,54$ gefunden, oder die Gewichte derselben verhalten sich ungefähr wie $10:4$. Diese Verhältnisse folgen aus den mittleren Abweichungen der jedesmal beobachteten Refractions-Coefficienten von ihrem Normalwerthe. Auf diese Weise dienen die während der Unruhe der Bilder gemachten Beobachtungen nur zur allgemeinen Uebersicht des Ganges der Strahlenbrechung in verschiedenen Tagesstunden, und zur groben Controle in Graden und Minuten der bei besseren Umständen gemessenen Zenithdistanzen. Unsere berühmtesten Beobachter, wie Struve, Bessel und Gauss, haben bei ihren geodätischen Messungen auch als Grundsatz angenommen: nur dann zu beobachten, wenn die Umstände eine gute Messung hoffen liessen, und den Vorzug einer grösseren Anzahl gemischter, an Sicherheit ungleicher Beobachtungen lieber aufzugeben, als die numerische Schätzung der gegenseitigen Genauigkeit versuchen zu wollen. Wenn ein solches Verfahren bei der Messung der horizontalen Winkel nöthig war, auf welche die Refraction fast ohne Wirkung ist, und bei welchen die Unruhe der Bilder nur auf die Vergrosserung zufälliger Fehler Einfluss hat, so wird es bei der Messung der Vertical-Winkel, deren Grösse sich immerfort verändert, und bei verschiedenen Graden der Unruhe der Bilder sehr verschieden ist, noch nothwendiger sein, an jenem Grundsatze festzuhalten. Es ist demnach am sichersten, ausschliesslich nur solche Messungen für stimmfähig anzunehmen, welche unter den besten und zuverlässigsten Umständen angestellt worden sind. Diese Gründe rechtfertigen es, dass ich bei der Berechnung der Hauptresultate die Beobachtungen, die während der Unruhe der Bilder gemacht wurden, eigentlich ausser Acht gelassen habe; und hätte man auch auf sie Rücksicht genommen, so wären sie doch mit so geringem Gewichte in Rechnung gekommen, dass sie keinen merklichen Einfluss auf die Resultate ausgeübt hätten.

Die nachfolgende Tafel enthält die Resultate meiner Berechnung der Höhenunterschiede. Die erste Column derselben giebt das Datum und die mittleren Sonnenzeiten der Beobachtung; die zweite enthält die Logarithmen der Distanz des jedesmaligen Standpunctes β^n (α^n) von dem rückwärts gelegenen Signal P^n in englischen Zollen ausgedrückt, und mit dem Sinus $1''$ multiplizirt; außerdem darunter den entsprechenden Winkel der Verticalen C zwischen P^n und β^n ; die dritte Column giebt die Höhe von P^n über β^n in englischen Zollen, aus den Zenithdistanzen des Tagebuches auf bekannte Weise aber ohne Rücksicht auf die Refraction berechnet und dann auf die Marke β^n reducirt (vergl. p. 269); die vierte: den beobachteten Zustand der Bilder: die fünfte: den angenommenen diesem Zustande entsprechenden Refractions-Coefficienten; die sechste endlich: die durch die Refraction verbesserten Höhen von P^n über β^n . Die 7te, 8te, 9te, 10te, 11te Column enthalten nach der Ordnung respective dieselben Gegenstände wie 2, 3, 4, 5, 6 für das vorwärts gelegene Signal P^{n+1} ; in der 12ten Column ist die wahrscheinlichste relative Erhebung von P^{n+1} über P^n , aus den ruhigen und fast ruhigen Sätzen mit gehörigem Gewichte berechnet, angegeben; und endlich in der 13ten Column: die Höhe von P^{n+1} über dem mittleren Niveau des Asowschen Meeres in engl. Zollen. —

Datum und Zeit	$\log D \sin 1''$	Unverh. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr.Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$\log D \sin 1''$ und C	Unverh. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr.Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe über dem Asowschen Meere
1836											$P^1 = 146,0$
Nov. 2.											
22 ^h 9'	9,14169	+ 34,2	zieml. ruh.	+ 0,08	+ 34,0	9,21706	+ 2017,4	ruhig	+ 0,08	+ 2017,1	Höhe über dem Asowschen Meere
23 3	$C = 23,4$	+ 34,3	etw. unruh.	+ 0,08	+ 34,1	$C = 27,8$	+ 2017,3	zieml. ruh.	+ 0,08	+ 2017,0	$+ 2129,0 + 1983,0 + 2129,0$
Nov. 3											
3 6											
39											
4 12											
Nov. 5											
1 37	9,36921	- 158,6	ruhig	+ 0,08	- 159,4	9,36506	+ 361,9	ruhig	+ 0,08	+ 361,2	$+ 1167,6$
2 39	$C = 39,5$	- 157,6	ruhig	+ 0,08	- 158,4	$C = 39,1$	+ 361,4	ruhig	+ 0,08	+ 360,6	$+ 1168,5 + 1314,2 + 1169,3$
Nov. 8											
3 42	9,97972	+ 1754,7	fast ruhig	+ 0,08	+ 1742,4	0,04719	+ 1184,2	fast ruhig	+ 0,08	+ 1167,5	$- 574,9 + 1258,7$
$C = 161,0$						$C = 188,8$					
Nov. 10											
3 5	9,85436	+ 267,1	ruhig	+ 0,088	+ 259,6	9,83448	+ 686,9	ruhig	+ 0,088	+ 680,1	
$C = 121,0$		+ 270,0	ruhig	+ 0,088	+ 262,4	$C = 115,6$	+ 692,5	ruhig	+ 0,088	+ 685,7	$+ 421,0 + 1679,7$
4 33		+ 277,6	fast ruhig	+ 0,150	+ 266,3		+ 697,4	fast ruhig	+ 0,150	+ 685,4	
Nov. 13											
2 52	9,73057	+ 903,2	fast ruhig	+ 0,150	+ 895,7	9,78453	+ 77,6	fast ruhig	+ 0,150	+ 68,5	$- 827,3 + 852,4$
$C = 90,9$						$C = 102,9$					
Nov. 15											
3 21	9,87665	+ 353,6	ruhig	+ 0,088	+ 345,0	9,83759	+ 1161,6	ruhig	+ 0,088	+ 1154,3	$+ 810,0 + 1662,4$
$C = 127,3$		+ 356,6	fast ruhig	+ 0,150	+ 342,2	$C = 116,4$	+ 1165,4	fast ruhig	+ 0,150	+ 1153,2	
Nov. 19											
2 30	9,95049	+ 470,7	ruhig	+ 0,088	+ 457,1	0,01803	- 280,3	ruhig	+ 0,088	- 297,1	$+ 910,3$
$C = 451,0$		+ 472,7	zieml. ruhig	+ 0,150	+ 453,7	$C = 176,4$	- 270,4	zieml. ruhig	+ 0,150	- 295,7	$- 752,1$

Datum und Zeit	$\log D \sin 1''$ und C	Unverh. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$\log D \sin 1''$ und C	Unverh. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$P^n + 1 - p^n$	Höhe über dem Asowschen Meere
1837	Apr. 17 3 h 48'	9,74093 + 43,8	sehr unr.	- 0,13 + 50,5	9,83135 + 196,7	sehr unr.	- 0,13 + 206,8	9,83135 + 196,7	- 0,13 + 206,8	sehr unr.	+ 206,8	Höhe über dem Asowschen Meere
	4 38	$C = 93,3$ + 70,0	unruhig	- 0,03 + 71,5	$C = 115,0$ + 217,0	unruhig	- 0,03 + 219,3	$C = 115,0$ + 217,0	- 0,03 + 219,3	zieml. ruh.	+ 228,2	+ 4194,2
	5 48	+ 91,3 zieml. ruh.	+ 0,15 + 83,5	+ 0,45 + 83,5	+ 240,1 + 240,1	zieml. ruh.	+ 0,45 + 228,2	+ 240,1 + 240,1	+ 0,45 + 228,2	sehr unr.	+ 0,47	+ 242,0
	6 6	+ 111,7 sehr unr.	+ 0,47 + 87,0	+ 279,4 + 279,4	+ 279,4 + 279,4	sehr unr.	+ 0,47 + 242,0	+ 279,4 + 279,4	+ 0,47 + 242,0			
1837	Apr. 18 4 50,5	9,41370 + 82,6	ruhig	+ 0,088 + 81,6	9,48362 + 115,9	ruhig	+ 0,088 + 114,5	9,48362 + 115,9	+ 0,088 + 114,5	zieml. ruh.	+ 116,8	+ 4228,0
	5 43	$C = 43,9$ + 83,2	zieml. ruh.	+ 0,150 + 81,5	$C = 51,6$ + 119,1	zieml. ruh.	+ 0,150 + 116,8	$C = 51,6$ + 119,1	+ 0,150 + 116,8	zieml. ruh.	+ 33,8	+ 4228,0
1837	Apr. 19 4 50,5	9,41370 + 82,6	ruhig	+ 0,088 + 81,6	9,48362 + 115,9	ruhig	+ 0,088 + 114,5	9,48362 + 115,9	+ 0,088 + 114,5	zieml. ruh.	+ 116,8	+ 4228,0
	5 43	$C = 43,9$ + 83,2	zieml. ruh.	+ 0,150 + 81,5	$C = 51,6$ + 119,1	zieml. ruh.	+ 0,150 + 116,8	$C = 51,6$ + 119,1	+ 0,150 + 116,8	zieml. ruh.	+ 33,8	+ 4228,0
1837	Apr. 20 3 48	9,93979 - 81,6	zieml. ruh.	+ 0,01 - 83,2	9,85000 + 310,1	zieml. ruh.	+ 0,01 + 309,0	9,85000 + 310,1	+ 0,01 + 309,0	zieml. ruh.	+ 309,0	
	4 38	$C = 147,7$ - 81,5	fast ruhig	+ 0,01 - 83,2	$C = 119,9$ + 310,8	fast ruhig	+ 0,01 + 309,7	$C = 119,9$ + 310,8	+ 0,01 + 309,7	zieml. ruh.	+ 308,8	+ 394,6
	5 28	- 70,0 zieml. ruh.	+ 0,15 - 89,3	+ 0,15 - 89,3	+ 321,5 + 321,5	zieml. ruh.	+ 0,15 + 308,8	+ 321,5 + 321,5	+ 0,15 + 308,8	zieml. ruh.	+ 308,8	+ 4622,6
	6 9	- 65,7 unruhig	+ 0,20 - 91,4	+ 0,20 - 91,4	+ 323,9 + 323,9	unruhig	+ 0,20 + 312,9	+ 323,9 + 323,9	+ 0,20 + 312,9	unruhig	+ 312,9	
1837	Apr. 21 4 38	9,85347 + 374,4	unruhig	- 0,03 + 374,4	9,72268 + 45,8	sehr unr.	- 0,13 + 51,9	9,72268 + 45,8	- 0,13 + 51,9	zieml. ruh.	+ 61,6	+ 4314,0
	5 28	$C = 121,1$ + 370,2	ruhig	+ 0,088 + 370,2	$C = 89,2$ + 62,2	zieml. ruh.	+ 0,01 + 61,6	$C = 89,2$ + 62,2	+ 0,01 + 61,6	zieml. ruh.	+ 68,8	
	6 9	$C = 121,1$ + 371,4	etw. unr.	+ 0,15 + 371,4	$C = 371,4$ + 91,5	sehr unr.	+ 0,47 + 68,8	$C = 371,4$ + 91,5	+ 0,47 + 68,8	sehr unr.	+ 68,8	
1837	Apr. 22 3 48	9,78131 + 393,7	unruhig	- 0,03 + 395,6	9,40380 - 103,4	sehr unr.	- 0,03 - 103,4	9,40380 - 103,4	- 0,03 - 103,4	zieml. ruh.	+ 60,1	
	4 38	$C = 102,3$ + 398,8	ruhig	+ 0,088 + 393,4	$C = 43,0$ - 97,0	unruhig	+ 0,088 - 98,0	$C = 43,0$ - 97,0	+ 0,088 - 98,0	zieml. ruh.	+ 66,0	
	5 28	+ 403,7 zieml. ruh.	+ 0,15 + 394,2	+ 0,15 + 394,2	- 90,3 - 90,3	zieml. ruh.	+ 0,15 - 92,2	- 90,3 - 92,2	+ 0,15 - 92,2	zieml. ruh.	+ 66,0	+ 3124,9
	6 8	+ 407,7 unr. u. s. u.	+ 0,33 + 386,8	+ 0,33 + 386,8	- 85,0 - 85,0	sehr unr.	+ 0,47 - 90,2	- 85,0 - 90,2	+ 0,47 - 90,2	sehr unr.	+ 66,0	
1837	Apr. 23 3 48	9,71643 + 658,7	unruhig	- 0,03 + 660,1	0,04487 - 262,4	zieml. ruh.	- 0,03 - 262,4	9,71643 + 658,7	- 0,03 - 262,4	zieml. ruh.	+ 60,1	
	4 38	$C = 88,3$ + 661,3	zieml. ruh.	+ 0,01 + 660,7	$C = 186,6$ - 255,6	unruhig	+ 0,05 - 265,9	$C = 186,6$ - 255,6	+ 0,05 - 265,9	zieml. ruh.	+ 60,1	
	5 30	+ 675,2 unruhig	+ 0,20 + 666,0	+ 0,20 + 666,0	- 248,7 - 248,7	unruhig	+ 0,12 - 273,4	- 248,7 - 273,4	+ 0,12 - 273,4	unruhig	+ 66,0	+ 2898,3

Datum und Zeit	$\log D \sin A''$ und C	Unverh. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$\log D \sin A''$ und C	Unverh. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe $p_{n+1} - p^n$	Höhe über dem Asowschen Meere
Apr. 27												
3 47'	9,92560	+ 146,3	etw. unr.	+ 0,01	+ 144,7	9,93765	+ 665,5	etw. unr.	+ 0,01	+ 664,9		
5 28	$C = 144,8$	+ 132,3	sehr unr.	- 0,13	+ 147,9	$C = 146,8$	+ 657,9	unruhig	- 0,03	+ 661,7	+ 519,9	+ 3418,4
6 10		+ 147,9	sehr ruh.	+ 0,088	+ 137,4		+ 668,0	sehr ruhig	+ 0,088	+ 656,9		
6 37		+ 148,0	ruhig	+ 0,088	+ 137,6		+ 668,9	ruhig	+ 0,088	+ 657,8		
Apr. 29												
3 51	9,77700	+ 78,6	ruhig	+ 0,088	+ 73,3	9,78683	+ 503,5	ruhig	+ 0,088	+ 498,0		
4 40	$C = 101,5$	+ 79,6	sehr ruhig	+ 0,088	+ 74,3	$C = 103,6$	+ 504,2	sehr ruhig	+ 0,088	+ 498,7	+ 424,8	+ 3843,2
5 29		+ 82,6	fast ruhig	+ 0,150	+ 73,3		+ 508,4	fast ruhig	+ 0,150	+ 498,7		
Mai 2												
3 43,5	9,71018	- 454,2	ruhig	+ 0,088	- 458,1	9,72634	+ 681,5	ruhig	+ 0,088	+ 677,3	+ 1134,8	+ 4978,0
4 44,0	$C = 87,0$	- 449,5	zieml. ruh.	+ 0,150	- 456,3	$C = 90,2$	+ 685,7	zieml. ruh.	+ 0,150	+ 677,4		
Mai 5												
4 48,5	9,82004	+ 1096,5	sehr unruh.	- 0,13	+ 1106,1	9,79848	- 355,1	unruhig	- 0,030	- 353,1		
5 28,0	$C = 112,0$	+ 1126,0	ruhig	+ 0,088	+ 1119,5	$C = 106,6$	- 347,4	ruhig	+ 0,088	- 353,3	- 1472,8	+ 3505,2
6 12,0		+ 1146,2	unruhig	+ 0,20	+ 1132,4		- 337,8	fast ruhig	+ 0,150	- 348,1		
Mai 6												
4 37,5	9,96549	+ 660,5	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 658,6	9,91825	+ 113,2	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 114,7		
5 27	$C = 156,2$	+ 659,8	ruhig	+ 0,088	+ 647,2	$C = 140,2$	+ 109,7	ruhig	+ 0,088	+ 99,5	- 547,4	+ 2957,8
5 56		+ 678,8	unruhig	+ 0,20	+ 649,9		+ 117,6	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 99,8		
Mai 8												
3 20	9,86472	+ 1061,7	etw. unr.	+ 0,01	+ 1060,5	9,79180	+ 703,1	etw. unr.	+ 0,01	+ 702,3		
3 48	$C = 123,9$	+ 1064,5	ruhig	+ 0,088	+ 1056,6	$C = 104,8$	+ 706,5	ruhig	+ 0,088	+ 700,8		
4 39		+ 1062,5	ruhig	+ 0,088	+ 1054,6		+ 706,0	ruhig	+ 0,088	+ 700,3	- 354,6	+ 2603,2
5 28		+ 1062,5	fast ruhig	+ 0,150	+ 1048,6		+ 706,1	ruhig	+ 0,088	+ 700,4		

Datum und Zeit	$\log D \sin 4''$ und C	Unverb. Höhe über β'' in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$\log D \sin 4''$ und C	Unverb. Höhe über β'' in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe $P''+1-P'$	Höhe über den Asowschen Meere
1837												
Mai 25												
3/48'	9,59439	- 308,9	fast ruhig	+ 0,01	- 309,2	9,77104	+ 3254,7	fast ruhig	+ 0,01	+ 3253,3		
4 38	$C = 66,6$	- 305,5	ruhig	+ 0,088	- 307,8	$C = 100,0$	+ 3257,2	ruhig	+ 0,088	+ 3252,1	+ 3560,1	+ 13579,9
5 28		- 302,2	unruhig	+ 0,20	- 306,2		+ 3262,4	unruhig	+ 0,20	+ 3253,1		
Mai 30												
3 48	9,76990	- 529,7	unruhig	- 0,03	- 528,0	9,75943	+ 708,9	unruhig	- 0,03	+ 710,6		
4 38	$C = 99,9$	- 532,5	unruhig	- 0,03	- 530,8	$C = 97,4$	+ 703,6	unruhig	- 0,03	+ 705,3		
5 27		- 536,6	ruhig	+ 0,088	- 541,7		+ 706,7	ruhig	+ 0,088	+ 701,8	+ 1243,1	+ 14823,0
6 8		- 534,9	ruhig	+ 0,088	- 540,0		+ 708,5	ruhig	+ 0,088	+ 703,6		
Mai 31												
3 48	9,68639	+ 1034,8	sehr unr.	- 0,13	+ 1040,0	0,05346	+ 1695,4	unruhig	- 0,03	+ 1701,6		
4 38	$C = 82,3$	+ 1035,9	unruhig	- 0,03	+ 1037,1	$C = 191,6$	+ 1700,9	unruhig	- 0,03	+ 1707,4		
5 28		+ 1038,9	fast ruhig	+ 0,01	+ 1038,4		+ 1703,9	fast ruhig	+ 0,01	+ 1701,1	+ 656,2	+ 15479,2
6 12		+ 1042,5	ruhig	+ 0,088	+ 1039,0		+ 1710,2	ruhig	+ 0,088	+ 1690,3		
Juni 1												
3 48	9,99328	- 2041,0	zieml. ruh.	+ 0,01	- 2066,1	9,72473	+ 1274,9	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 1267,6		
4 38	$C = 166,9$	- 2025,6	unruhig	+ 0,20	- 2058,5	$C = 89,9$	+ 1281,0	etw. unr.	+ 0,15	+ 1273,7	+ 3333,7	+ 18812,9
5 28		- 2016,2	sehr unr.	+ 0,46	- 2095,1		+ 1281,3	unruhig	+ 0,20	+ 1271,8		
Juni 4												
3 50,5	9,97207	- 1669,7	sehr unr.	- 0,13	- 1650,3	9,68088	+ 1007,6	unruhig	- 0,01	+ 1008,8		
4 38,0	$C = 159,0$	- 1669,1	sehr unr.	- 0,13	- 1649,7	$C = 81,3$	+ 1006,8	unruhig	- 0,01	+ 1008,0		
5 27,0		- 1645,1	ruhig	+ 0,088	- 1658,1		+ 1020,0	sehr ruhig	+ 0,088	+ 1016,6	+ 2674,7	+ 21487,6
6 3		- 1630,9	unruhig	+ 0,20	- 1659,8		+ 1029,1	unruhig	+ 0,20	+ 1021,3		
Juni 6												
4 1	9,63139	+ 2266,3	ruhig	+ 0,088	+ 2263,6	9,81535	+ 3090,5	ruhig	+ 0,088	+ 3083,8		
4 38	$C = 72,5$	+ 2267,2	zieml. ruh.	+ 0,150	+ 2262,5	$C = 110,9$	+ 3088,1	zieml. ruh.	+ 0,150	+ 3076,2	+ 817,7	+ 22305,3
5 28		+ 2266,2	zieml. ruh.	+ 0,150	+ 2261,5		+ 3088,8	zieml. ruh.	+ 0,150	+ 3076,9		

Datum und Zeit	$\log D \sin 1''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$\log D \sin 1''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe $p^{n+1} - p^n$	Höhe über dem Meere	
1837													
Juli 7	P^{66}												
$3^h 48'$	9,35765	- 295,2	ruhig	+ 0,088	- 295,9	9,33672	+ 442,5	ruhig	+ 0,088	+ 441,8			
4 38	$C = 38,6$	- 295,8	ruhig	+ 0,088	- 296,5	$C = 36,8$	+ 443,1	ruhig	+ 0,088	+ 442,4	+ 738,4	+ 12475,7	
5 28		- 295,8	ruhig	+ 0,088	- 296,5		+ 442,8	ruhig	+ 0,088	+ 442,1			
Juli 8	P^{67}												
4 38	9,96057	+ 2097,1	sehr unr.	- 0,13	+ 2115,5	9,80543	+ 3535,2	sehr unruhig	- 0,13	+ 3544,2			
5 28	$C = 154,8$	+ 2103,7	unruhig	- 0,03	+ 2099,4	$C = 108,4$	+ 3537,5	wenig unr.	+ 0,01	+ 3536,6	+ 1441,2	+ 13916,9	
6 9		+ 2104,2	ruhig	+ 0,088	+ 2091,8		+ 3539,1	ruhig	+ 0,088	+ 3533,0			
Juli 9	P^{68}	(es wurde am Signal P^{68} beobachtet)											
4 38	0,14697	- 1410,4	ruhig	+ 0,088	- 1439,6	0,08422	+ 153,3	ruhig	+ 0,088	+ 131,4			
5 28	$C = 238$	- 1409,6	ruhig	+ 0,088	- 1438,8	$C = 206,0$	+ 153,2	ruhig	+ 0,088	+ 131,3	+ 1570,3	+ 14046,0	
6 9		- 1403,0	wenig unr.	+ 0,150	- 1453,0		+ 154,0	fast ruhig	+ 0,150	+ 117,0			
Juli 10	P^{69}												
3 48	0,07610	- 558,5	unruhig	- 0,03	- 551,3	9,72973	+ 873,9	unruhig	- 0,03	+ 875,3			
4 38	$C = 202,2$	- 560,2	wenig unr.	+ 0,01	- 562,6	$C = 91,1$	+ 874,6	unruhig	- 0,03	+ 876,0	+ 1448,7	+ 15494,7	
5 28		- 553,6	ruhig	+ 0,088	- 574,6		+ 878,3	ruhig	+ 0,088	+ 874,0			
Juli 11	P^{70}												
5 28	9,66275	+ 1463,2	wenig unr.	+ 0,150	+ 1457,7	0,08124	- 3712,4	ruhig	+ 0,088	- 3733,9	- 5191,6		
6 10	$C = 78,0$	+ 1469,5	zieml. unr.	+ 0,200	+ 1461,9	$C = 204,4$	- 3697,9	wenig unr.	+ 0,150	- 3734,2	- 5190,1		
Juli 12	P^{71}												
3 40,5	+ 1454,9	fast ruhig	+ 0,01	+ 1454,4		- 3720,9	fast ruhig	+ 0,010	- 3724,1	- 5178,6			
4 11,5	+ 1459,9	etw. unr.	+ 0,15	+ 1454,5		- 3718,5	ruhig	+ 0,088	- 3740,0	- 519,4	+ 10304,6		
Aug. 12	P^{72}												
4 37,5	9,65834	+ 450,4	etw. unr.	- 0,03	+ 451,4	9,65750	+ 1563,0	fast ruhig	+ 0,01	+ 1562,6			
5 27,5	$C = 77,2$	+ 452,4	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 452,0	$C = 77,0$	+ 1566,9	ruhig	+ 0,088	+ 1563,8	+ 1111,1	+ 11415,7	
6 8		+ 459,8	ruhig	+ 0,088	+ 454,4		+ 1569,2	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 1563,9			

Datum und Zeit	$\log D \sin 1''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zöllen	Zustand der Bilder	Angen. Refr.Coeff.	Durch die log $D \sin 1''$ und C Höhe	Unverb. Höhe über β^n in Zöllen	Zustand der Bilder	Angen. Refr.Coeff.	Durch die $P^{n+1} - P^n$	Wahrsch. Höhe über dem Asowschen Meere
1837										
Aug. 13 3 48'	9,91242	+ 582,8	sehr unr.	- 0,13	- 397,5	0,04991 + 1518,2	unruhig	- 0,03	+ 1524,7	
4 38	$C = 138,4$	+ 594,4	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 532,6	$C = 190,0$ + 1517,3	wenig unr.	+ 0,01	+ 1514,5	+ 12331,0
5 28		+ 607,6	ruhig	+ 0,088	+ 597,7	+ 1523,7	ruhig	+ 0,088	+ 1505,4	
						+ 1533,8	ruhig	+ 0,088	+ 1515,1	
1838										
Aug. 14 5 28	0,07640	+ 213,5	unruhig	- 0,03	+ 220,7	0,10875 + 1254,0	unruhig	- 0,03	+ 1262,4	
6 11	$C = 202,3$	+ 255,8	ruhig	+ 0,088	+ 234,7	$C = 217,8$ + 1312,5	ruhig	+ 0,088	+ 1288,1	+ 13384,4
1839										
Aug. 15 4 38	9,71158	+ 432,8	{ zieml. ruhig sehr unruhig	- 0,06	+ 435,5	0,12628 - 64,4	ebenso wie	- 0,06	- 46,0	
5 28	$C = 87,3$	+ 436,1	{ unruhig zieml. ruhig	- 0,01	+ 436,5	$C = 226,8$ - 62,1	P^{74}	- 0,01	- 59,0	+ 12893,7
6 10		+ 451,7	unruhig	+ 0,20	+ 442,7	+ 12,5		+ 0,20	- 48,0	
1840										
Aug. 16 4 38	9,66640	+ 344,5	sehr unr.	- 0,13	+ 349,3	9,72090 + 453,8	etw. unr.	- 0,03	+ 453,2	
5 28	$C = 78,7$	+ 364,1	ruhig	+ 0,088	+ 358,9	$C = 89,2$ + 467,1	ruhig	+ 0,088	+ 463,0	+ 104,1 + 12997,8
6 9		+ 372,9	unruhig	+ 0,20	+ 365,6	+ 473,5	etw. unr.	+ 0,150	+ 466,3	
1841										
Aug. 17 4 38	9,97149	+ 1041,7	sehr unr.	- 0,13	+ 1034,0	9,92849 - 810,3	sehr unr.	- 0,13	- 794,5	
5 27	$C = 158,6$	+ 1022,6	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 1020,7	$C = 143,3$ - 803,2	zieml. ruh.	+ 0,01	- 804,8	- 1825,5 + 11172,3
6 7		+ 1068,5	unruhig	+ 0,20	+ 1038,8	- 764,7	etw. unr.	+ 0,15	- 789,2	
1842										
Aug. 19 4 38	9,7924	+ 345,4	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 335,5	9,83730 - 54,5	zieml. ruh.	+ 0,15	- 66,7	
5 28	$C = 105,0$	+ 344,2	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 334,3	$C = 116,5$ - 53,2	zieml. ruh.	+ 0,15	- 65,6	- 401,0 + 10771,3
6 6		+ 351,2	unruhig	+ 0,20	+ 338,2	- 49,3	unruhig	+ 0,20	- 65,3	

1837		Aug. 20		P ⁷⁸		P ⁷⁹		P ⁸⁰		P ⁸¹		P ⁸²		P ⁸³		P ⁸⁴		
Datum und Zeit	log $D \sin 1''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zöllen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. verb. Höhe	Durch die Refr. verb. Höhe	log $D \sin 1''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zöllen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe $p_{n+1} - p_n$	Hohe über dem Asowschen Meere	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe $p_{n+1} - p_n$	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe $p_{n+1} - p_n$
3 ^h 48'	9,72110	+ 462,4	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 464,8	9,83570	- 179,7	zieml. ruh.	+ 0,01	- 180,0	+ 279,9	- 33,5	- 0,43	- 24,6	9,80370	- 33,5	- 0,43	- 24,6
4 38	$C = 89,1$	+ 462,7	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 462,4	$C = 116,0$	- 181,0	zieml. ruh.	+ 0,01	- 182,0	- 277,9	- 25,8	+ 0,088	- 31,8	$C = 107,7$	- 25,8	+ 0,088	- 31,8
5 28		+ 466,7	sehr ruhig	+ 0,088	+ 462,6		- 173,9	sehr ruhig	+ 0,088	- 180,9		+ 0,20	+ 289,6	+ 1,0	+ 309,7	+ 694,7	+ 0,20	+ 14,4
Aug. 21		P ⁷⁹		P ⁸⁰		P ⁸¹		P ⁸²		P ⁸³		P ⁸⁴		P ⁸⁵		P ⁸⁶		
4 40	9,93251	+ 617,2	ruhig	+ 0,088	+ 606,1	9,78490	- 300,8	sehr ruh.	+ 0,088	- 306,3	+ 279,9	- 304,6	- 913,6	+ 9214,0				
5 28	$C = 144,8$	+ 623,1	ruhig	+ 0,088	+ 612,0	$C = 103,2$	- 299,0	ruhig	+ 0,088	- 304,6	- 289,0	- 299,4	+ 0,15	+ 9214,0				
6 8		+ 632,3	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 612,9													
Aug. 22		P ⁸⁰		P ⁸¹		P ⁸²		P ⁸³		P ⁸⁴		P ⁸⁵		P ⁸⁶		P ⁸⁷		
3 50	9,79920	+ 464,7	ruhig	+ 0,088	+ 455,9	9,74650	- 205,8	ruhig	+ 0,088	- 210,4	+ 205,8	- 213,5	- 667,5	+ 8547,7				
4 38	$C = 106,5$	+ 459,6	ruhig	+ 0,088	+ 453,7	$C = 94,4$	- 208,9	ruhig	+ 0,088	- 213,5	- 208,9	- 210,8	+ 0,15	+ 8547,7				
5 28		+ 464,1	sehr ruhig	+ 0,088	+ 458,2		- 206,2	sehr ruh.	+ 0,088	- 210,8	- 206,2	- 210,8	+ 0,15	+ 8547,7				
Aug. 23		P ⁸¹		P ⁸²		P ⁸³		P ⁸⁴		P ⁸⁵		P ⁸⁶		P ⁸⁷		P ⁸⁸		
4 38	9,80945	+ 700,7	sehr unr.	- 0,13	+ 709,9	9,8007	- 166,3	sehr unr.	- 0,13	- 157,5	- 166,3	- 155,3	- 875,5	+ 7671,0				
5 27	$C = 109,2$	+ 723,2	zieml. ruhig	+ 0,01	+ 721,3	$C = 107,0$	- 155,3	zieml. ruh.	+ 0,01	- 156,2	- 155,3	- 140,7	- 875,5	+ 7671,0				
6 11		+ 737,7	etwas unr.	+ 0,15	+ 726,9		- 140,7	ruhig	+ 0,088	- 146,6	- 140,7	- 146,6	+ 0,15	+ 7671,0				
Aug. 24		P ⁸²		P ⁸³		P ⁸⁴		P ⁸⁵		P ⁸⁶		P ⁸⁷		P ⁸⁸		P ⁸⁹		
4 38	9,72415	+ 442,8	unruhig	- 0,03	+ 444,2	9,74660	+ 5,3	unruhig	- 0,03	+ 6,9	+ 279,9	- 33,5	- 0,43	- 24,6	9,80370	- 33,5	- 0,43	- 24,6
5 27	$C = 89,7$	+ 450,9	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 443,6	$C = 94,4$	+ 27,8	ruhig	+ 0,088	+ 23,2	- 277,9	- 25,8	+ 0,088	- 31,8	$C = 107,7$	- 25,8	+ 0,088	- 31,8
6 10		+ 457,5	unruhig	+ 0,20	+ 448,0		+ 32,0	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 23,9	+ 289,6	+ 1,0	+ 309,7	+ 694,7				
Aug. 25		P ⁸³		P ⁸⁴		P ⁸⁵		P ⁸⁶		P ⁸⁷		P ⁸⁸		P ⁸⁹		P ⁹⁰		
4 38	9,80250	+ 271,0	sehr unruh.	- 0,13	+ 279,9	9,80370	- 33,5	sehr unruh.	- 0,13	- 24,6	+ 279,9	- 33,5	- 0,43	- 24,6	9,80370	- 33,5	- 0,43	- 24,6
5 28	$C = 107,4$	+ 283,0	ruhig	+ 0,088	+ 277,9	$C = 107,7$	- 25,8	ruhig	+ 0,088	- 31,8	- 277,9	- 25,8	+ 0,088	- 31,8				
6 13		+ 303,3	unruhig	+ 0,20	+ 289,6		+ 1,0	unruhig	+ 0,20	+ 694,7	+ 289,6	+ 1,0	+ 309,7	+ 694,7				

Datum und Zeit.	$\log D \sin A''$ und C	Unverh. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff. Höhe	Durch die $\log D \sin A''$ und C	Unverh. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff. Höhe	Durch die $\log D \sin A''$ und C	Wahrsch. relative Höhe $P^{n+1} - P^n$ über dem Asowschen Meere
1837										
Aug. 26										
4 38'	9,77943	+ 234,4	unruhig	+ 0,20	+ 222,4	9,78553	- 153,2	unruhig	+ 0,20	- 165,4
5 28	$C = 101,9$	+ 222,7	etw. unr.	+ 0,15	+ 213,7	$C = 103,3$	- 152,4	etwas unr.	+ 0,15	- 161,3
5 55		+ 219,5	ruhig	+ 0,088	+ 214,1		- 157,7	ruhig	+ 0,088	- 163,3
1838										
Aug. 27										
4 38	9,7568	+ 126,6	sehr unr.	- 0,43	+ 133,8	9,7446	- 119,9	unruhig	- 0,03	- 118,4
5 28	$C = 96,6$	+ 151,8	zieml. ruh.	+ 0,45	+ 143,4	$C = 93,3$	- 111,1	ruhig	+ 0,088	- 115,6
6 2		+ 168,0	sehr unr.	+ 0,42	+ 141,6		- 106,3	unruhig	+ 0,15	- 116,6
1839										
Aug. 28										
4 38	9,9126	+ 244,4	unruhig	- 0,03	+ 247,8	9,9136	- 97,7	unruhig	- 0,03	- 94,3
5 27	$C = 138,6$	+ 248,9	ruhig	+ 0,088	+ 239,0	$C = 138,7$	- 92,6	wenig unr.	+ 0,01	- 94,1
5 58		+ 256,8	ruhig	+ 0,088	+ 246,9		- 81,0	ruhig	+ 0,088	- 91,0
1840										
Aug. 31										
4 28	9,8799	+ 490,7	unruhig	- 0,03	+ 493,6	9,8443	- 60,6	sehr unr.	- 0,13	- 49,9
5 28	$C = 128,3$	+ 501,8	sehr ruhig	+ 0,088	+ 493,2	$C = 118,2$	- 31,2	ruhig	+ 0,088	- 38,8
6 0		+ 506,2	etw. unr.	+ 0,15	+ 491,6		- 22,6	etw. unr.	+ 0,15	- 35,2
1841										
Sept. 2										
4 38	9,7693	+ 95,2	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 94,4	9,8817	+ 334,5	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 333,2
5 28	$C = 99,6$	+ 116,0	sehr ruhig	+ 0,088	+ 110,9	$C = 128,9$	+ 345,9	sehr ruhig	+ 0,088	+ 337,3
6 4		+ 127,0	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 118,0		+ 354,3	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 341,2
1842										
Sept. 5										
5 27	9,80608	+ 506,8	zieml. rh.	+ 0,15	+ 496,1	9,8322	- 51,4	zieml. ruh.	+ 0,15	- 63,3
6 5	$C = 108,3$	+ 54,5	sehr unr.	+ 0,42	+ 511,3	$C = 115,0$	- 1,7	sehr unr.	+ 0,42	- 39,3
1843										
Sept. 6										
3 48	9,5378	- 50,0	wenig unr.	- 0,03	- 49,4	9,5277	+ 88,3	wenig unr.	- 0,03	+ 88,4
4 38	$C = 58,4$	- 46,8	zieml. ruh.	+ 0,01	- 47,0	$C = 57,0$	+ 89,6	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 89,4
5 28		- 41,4	sehr ruhig	+ 0,088	- 43,2		+ 91,1	sehr ruhig	+ 0,088	+ 89,4

Datum und Zeit	$\log D \sin 4''$ und C	Unverb. Höhe über β^a in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$\log D \sin 4''$ und C	Unverb. Höhe über β^a in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$P_{n+1} - P_n$	Höhe über dem Asowschen Meere
1837												
Sept. 7 3 ^h 48'	9,7086	+ 420,7	unruhig	- 0,03	+ 422,0	9,7156	+ 463,8	unruhig	- 0,03	+ 465,2		
4 38	$C = 86,6$	+ 426,3	fast ruhig	+ 0,01	+ 425,7	$C = 87,9$	+ 468,9	fast ruhig	+ 0,01	+ 468,3	+ 42,3	+ 5287,3
5 28		+ 434,0	sehr ruhig	+ 0,088	+ 430,1		+ 476,2	sehr ruhig	+ 0,088	+ 472,2		
<i>P⁹¹</i>												
Sept. 8 3 48	9,8477	+ 614,9	sehr unr.	- 0,13	+ 622,8	9,8917	+ 187,1	sehr unruhig	- 0,13	+ 200,4		
4 38	$C = 119,2$	+ 624,1	wenig unr.	+ 0,01	+ 620,0	$C = 131,9$	+ 198,7	wenig unr.	+ 0,01	+ 197,4	- 416,0	+ 4871,3
5 28		+ 638,3	zieml. unr.	+ 0,15	+ 625,4		+ 225,1	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 216,1		
<i>P⁹²</i>												
Sept. 9 3 48	9,8362	+ 417,9	fast ruhig	+ 0,01	+ 416,9	9,9484	+ 129,5	wenig unr.	+ 0,01	+ 127,8		
4 38	$C = 116,0$	+ 418,4	ruhig	+ 0,088	+ 411,4	$C = 150,3$	+ 139,9	sehr ruhig	+ 0,088	+ 128,3	- 283,3	+ 4588,0
5 28		+ 428,9	wenig unr.	+ 0,15	+ 416,8		+ 166,5	zieml. unr.	+ 0,20	+ 138,9		
<i>P⁹³</i>												
Sept. 10 3 48	9,8737	+ 471,5	sehr unr.	- 0,13	+ 483,8	9,8992	+ 78,4	sehr unr.	- 0,13	+ 92,2		
4 38	$C = 126,5$	+ 494,0	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 492,8	$C = 134,2$	+ 111,3	unruhig	- 0,03	+ 114,7	- 376,8	+ 4211,2
5 28		+ 499,8	ruhig	+ 0,088	+ 491,5		+ 124,9	ruhig	+ 0,088	+ 115,6		
<i>P⁹⁴</i>												
Sept. 11 4 58	9,7562	+ 314,8	unruhig	- 0,03	+ 316,4	9,8735	- 74,9	unruhig	- 0,03	- 72,1		
5 38	$C = 96,6$	+ 317,5	ruhig	+ 0,088	+ 312,7	$C = 126,5$	- 52,1	ruhig	+ 0,088	- 61,0	- 376,6	+ 3834,6
<i>P⁹⁵</i>												
Sept. 12 4 38		+ 312,9	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 313,4		- 82,7	etw. unr.	- 0,03	- 79,9		
5 28		+ 318,5	ruhig	+ 0,088	+ 313,7		- 57,4	ruhig	+ 0,088	- 65,7		
<i>P⁹⁶</i>												
Sept. 14 4 38	9,7017	+ 132,4	unruhig	- 0,03	+ 133,6	9,7523	+ 194,6	unruhig	- 0,03	+ 196,2		
5 28	$C = 85,1$	+ 143,9	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 137,3	$C = 95,7$	+ 207,8	ruhig	+ 0,088	+ 203,0	+ 65,7	+ 3900,3
<i>P⁹⁷</i>												

Datum und Zeit	$\log D \sin 1''$ und C	Unverh. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Augen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$\log D \sin 1''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe $P^{n+1} - P^n$	Höhe über dem Asowschen Meere
1837												
Sept. 15												
3 ^h 48'	9,7672	- 57,8	etw. unr.	- 0,03	- 56,4	9,8207	+ 109,7	etw. unr.	- 0,03	+ 111,9		
4 38	$C = 99,1$	- 54,1	zieml. ruh.	+ 0,01	- 51,8	$C = 112,1$	+ 114,4	fast ruhig	+ 0,01	+ 113,4	+ 166,2	+ 4066,5
5 28		- 45,7	ruhig	+ 0,088	- 50,8		+ 122,5	ruhig	+ 0,088	+ 116,0		
1838												
Sept. 16												
3 48	9,55784	+ 502,3	unruhig	- 0,03	+ 503,0	9,60245	+ 466,1	unruhig	- 0,03	+ 466,9		
4 37	$C = 61,1$	+ 505,9	ruhig	+ 0,088	+ 504,0	$C = 67,8$	+ 465,7	ruhig	+ 0,088	+ 463,6	- 40,3	+ 4026,2
5 28		+ 508,5	etwas unr.	+ 0,15	+ 505,1		+ 469,0	etw. unr.	+ 0,15	+ 464,9		
1839												
Sept. 17												
3 50	9,9701	+ 384,3	ruhig	+ 0,088	+ 368,2	9,7147	- 47,3	ruhig	+ 0,088	- 51,3		
4 38	$C = 158,1$	+ 381,2	sehr ruhig	+ 0,088	+ 368,2	$C = 87,8$	- 47,1	sehr ruh.	+ 0,088	- 51,1	- 420,3	+ 3605,9
5 28		+ 384,6	ruhig	+ 0,088	+ 371,7		- 47,8	ruhig	+ 0,088	- 51,8		
1840												
Sept. 18												
3 48	9,85532	+ 61,6	wen. unr.	+ 0,01	+ 60,4	9,8118	+ 28,2	wenig unr.	+ 0,01	+ 28,3		
4 38	$C = 121,5$	+ 64,0	sehr ruh.	+ 0,088	+ 56,3	$C = 109,8$	+ 29,6	sehr ruh.	+ 0,088	+ 23,4	- 34,2	+ 3574,7
4 57		+ 71,5	ruhig	+ 0,088	+ 63,9		+ 34,6	ruhig	+ 0,088	+ 28,4		
1841												
Sept. 19												
3 18	9,7077	+ 388,2	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 387,6	9,6846	+ 315,0	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 314,5		
4 8	$C = 86,4$	+ 388,7	sehr ruhig	+ 0,088	+ 384,9	$C = 81,9$	+ 314,2	sehr ruh.	+ 0,088	+ 310,6	- 74,1	+ 3497,6
4 57		+ 392,5	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 385,8		+ 317,1	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 311,1		
1842												
Sept. 21												
3 17	0,10910	+ 747,2	unruhig	- 0,03	+ 755,6	9,92502	+ 132,3	unruhig	- 0,03	+ 136,8		
4 7	$C = 217,2$	+ 745,8	zieml. ruhig	+ 0,01	+ 742,1	$C = 142,2$	+ 136,4	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 135,3	- 608,0	+ 2889,6
4 44		+ 767,7	ruhig	+ 0,088	+ 743,2		+ 144,6	ruhig	+ 0,088	+ 134,2		

Datum und Zeit.	$\log D \sin 1''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$\log D \sin 1''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe p_{n+1-pn}	Höhe über dem Asowschen Meere
1837												
Sept. 22												
3 ^h 18'	9,3962	+ 118,2	unruhig	- 0,03	+ 148,5	9,6107	+ 24,4	unruhig	- 0,03	+ 25,2		
4 8	$C = 42\frac{1}{4}$	+ 120,2	ruhig	+ 0,088	+ 149,3	$C = 69\frac{1}{2}$	+ 25,3	ruhig	+ 0,088	+ 22,7	- 97,0	+ 2792,6
4 57		+ 121,6	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 120,0		+ 26,3	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 22,0		
Sept. 23												
3 18	9,7676	+ 437,0	unruhig	- 0,03	+ 438,5	9,9183	- 47,2	unruhig	- 0,03	- 43,7		
4 8	$C = 99\frac{1}{4}$	+ 446,6	ruhig	+ 0,088	+ 442,1	$C = 140,3$	- 31,4	ruhig	+ 0,088	- 41,6	- 483,7	+ 2308,9
4 58		+ 455,2	unruhig	+ 0,20	+ 444,8		- 21,4	zieml. ruhig	+ 0,15	- 39,2		
Sept. 24												
3 18	9,6901	+ 365,5	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 365,0	9,6505	+ 263,0	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 262,5		
4 8	$C = 82,9$	+ 369,1	ruhig	+ 0,088	+ 365,5	$C = 75,7$	+ 265,4	ruhig	+ 0,088	+ 262,5	- 103,1	+ 2205,8
4 55		+ 372,2	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 366,0		+ 266,8	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 264,6		
Sept. 25												
3 18	9,7331	+ 351,6	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 351,0	9,8029	- 182,4	zieml. ruh.	+ 0,01	- 183,5		
4 8	$C = 91,5$	+ 354,5	ruhig	+ 0,088	+ 351,1	$C = 107,5$	- 180,7	ruhig	+ 0,088	- 186,7	- 536,6	+ 1669,2
4 58		+ 356,0	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 348,4		- 177,6	zieml. ruh.	+ 0,15	- 188,0		
Sept. 26												
3 18	9,5835	+ 264,5	fast ruhig	+ 0,01	+ 264,2	9,7810	- 282,6	fast ruhig	+ 0,01	- 283,4		
4 8	$C = 64,9$	+ 265,0	ruhig	+ 0,088	+ 262,8	$C = 102,2$	- 277,0	ruhig	+ 0,088	- 282,4	- 545,7	+ 1123,5
4 58		+ 266,0	ruhig	+ 0,088	+ 263,8		- 276,9	ruhig	+ 0,088	- 281,3		
Sept. 27												
3 18	9,4514	+ 101,1	unruhig	- 0,03	+ 101,5	9,9306	+ 96,0	wenig unr.	+ 0,01	+ 94,4		
4 8	$C = 47,8$	+ 102,8	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 102,6	$C = 144,2$	+ 108,4	ruhig	+ 0,088	+ 97,7	- 1,8	+ 1121,1
4 58		+ 104,9	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 102,8		+ 114,8	ruhig	+ 0,088	+ 104,0		

Sept. 27

Datum und Zeit	$\log D \sin 1''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$\log D \sin 1''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe über dem Aowsischen Meere
1837											
Sept. 28											
3' 18'	9,8436	+ 467,4	unruhig	- 0,03	+ 496,6	9,7855	- 117,1	unruhig	- 0,03	- 115,2	
4 8	$C = 118'',0$	+ 473,4	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 472,3	$C = 103'',3$	- 110,6	zieml. ruh.	+ 0,01	- 111,4	- 585,7 + 536,0
4 58		+ 485,1	ruhig	+ 0,088	+ 478,2		- 103,6	ruhig	+ 0,088	- 109,1	
Sept. 29											
3 18	9,8379	+ 35,6	ruhig	+ 0,088	+ 346,3	9,7623	+ 61,5	ruhig	+ 0,088	+ 56,6	
4 8	$C = 116,5$	+ 360,4	ruhig	+ 0,088	+ 353,1	$C = 97,9$	+ 66,9	ruhig	+ 0,088	+ 61,9	- 290,5 + 245,5
4 58		+ 369,5	etw. unruh.	+ 0,15	+ 357,2		+ 71,9	etw. unruh.	+ 0,15	+ 63,3	
Sept. 30											
3 18	9,9194	+ 257,5	unruhig	- 0,03	+ 254,1	0,0153	+ 58,5	unruhig	- 0,03	+ 67,1	
4 8	$C = 140,6$	+ 263,1	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 261,6	$C = 175,3$	+ 68,0	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 65,6	- 192,5 + 53,0
4 58		+ 278,0	fast ruhig	+ 0,12	+ 264,0		+ 95,9	fast ruhig	+ 0,12	+ 74,9	
Oct. 2											
3 18	0,0127	+ 238,9	zieml. ruhig	+ 0,01	+ 236,6	9,9054	+ 69,4	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 67,7	
4 8	$C = 174,3$	+ 247,8	ruhig	+ 0,088	+ 232,1	$C = 136,1$	+ 78,6	ruhig	+ 0,088	+ 69,5	- 165,6 - 112,6
4 58		+ 260,7	etw. unruh.	+ 0,15	+ 233,3		+ 82,0	zieml. ruh.	+ 0,15	+ 65,3	
Oct. 15											
2 58	9,7372	+ 124,3	ruhig	+ 0,088	+ 119,9	9,7904	+ 34,4	ruhig	+ 0,088	+ 28,8	
3 48	$C = 92,3$	+ 129,9	ruhig	+ 0,088	+ 125,5	$C = 104,4$	+ 40,2	ruhig	+ 0,088	+ 34,8	- 89,8 - 202,4
4 38		+ 133,9	ruhig	+ 0,088	+ 129,5		+ 45,2	ruhig	+ 0,088	+ 39,8	
Oct. 16											
2 57	9,9180	+ 133,3	fast ruhig	+ 0,01	+ 131,8	0,1258	+ 157,9	fast ruhig	+ 0,01	+ 154,0	
3 48	$C = 140,3$	+ 146,1	fast ruhig	+ 0,12	+ 132,1	$C = 226,2$	+ 175,4	ruhig	+ 0,088	+ 149,0	+ 19,7 - 182,1
4 38		+ 159,4	unruhig	+ 0,20	+ 136,2		+ 193,0	fast ruhig	+ 0,15	+ 146,8	

Datum und Zeit	$\log D \sin 4''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	$\log D \sin 4''$ und C	Unverb. Höhe über β^n in Zollen	Zustand der Bilder	Angen. Refr. Coeff.	Durch die Refr. verb. Höhe	Wahrsch. relative Höhe $p_{n+1} - p_n$ über dem Asowschen Meere
1837											
Oct. 17											
2 57,5	9,8988	+ 176,8	etw. unr.	+ 0,01	+ 175,4	9,8057	+ 101,0	fast ruhig	+ 0,01	+ 100,2	
3 47,5	$C = 13k,3$	+ 193,2	ruhig	+ 0,088	+ 184,4	$C = 108,4$	+ 111,3	ruhig	+ 0,088	+ 105,3	- 260,4
4 37,5		+ 198,1	fast ruhig	+ 0,45	+ 181,9		+ 114,9	fast ruhig	+ 0,15	+ 104,3	
1838											
Oct. 18											
3 21	9,9847	+ 188,9	fast ruhig	+ 0,01	+ 186,9	9,8902	- 7,7	fast ruhig	+ 0,01	- 9,0	
3 47,5	$C = 163,8$	+ 196,8	sehr ruhig	+ 0,088	+ 182,9	$C = 131,8$	- 7,0	sehr ruhig	+ 0,088	- 15,9	- 457,9
4 37,5		+ 213,4	unruhig	+ 0,20	+ 181,8		+ 4,5	unruhig	+ 0,20	- 16,0	
1839											
Oct. 19											
2 58,5	9,9365	+ 39,4	sehr unr.	- 0,13	+ 55,8	9,8470	+ 129,5	sehr unr.	- 0,13	+ 140,4	
3 47,5	$C = 146,4$	+ 64,2	unr. — ruhig	+ 0,03	+ 60,4	$C = 119,1$	+ 139,9	unr. — ruhig	+ 0,03	+ 137,4	- 381,3
4 37		+ 80,5	fast ruhig	+ 0,15	+ 61,5		+ 150,0	fast ruhig	+ 0,15	+ 137,2	
1840											
Oct. 20											
2 57,5	9,8053	+ 194,5	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 193,6	9,6864	+ 166,1	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 165,6	
3 47,5	$C = 108,4$	+ 199,8	ruhig	+ 0,088	+ 193,8	$C = 82,4$	+ 169,5	ruhig	+ 0,088	+ 163,0	- 28,9
4 22		+ 203,9	ruhig	+ 0,088	+ 197,8		+ 172,7	ruhig	+ 0,088	+ 166,2	- 410,2
1841											
Oct. 21											
2 57,5	9,9230	+ 191,1	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 189,5	9,9151	+ 69,6	zieml. ruh.	+ 0,01	+ 68,1	
3 47,5	$C = 144,0$	+ 197,0	ruhig	+ 0,088	+ 186,5	$C = 139,4$	+ 77,7	ruhig	+ 0,088	+ 67,7	- 118,4
4 28		+ 198,1	ruhig	+ 0,088	+ 187,5		+ 82,3	ruhig	+ 0,088	+ 72,2	- 528,3
1842											
Oct. 23											
2 57,5	9,9600	+ 121,0	etwas unr.	+ 0,01	+ 119,3	9,9403	+ 242,8	etw. unr.	+ 0,01	+ 241,1	
3 47,5	$C = 154,7$	+ 123,3	zml. rh., rh.	+ 0,05	+ 113,3	$C = 147,9$	+ 247,1	zieml. ruh.	+ 0,05	+ 238,3	- 403,3
4 29,5		+ 135,0	unruhig	+ 0,20	+ 106,8		+ 260,9	unruhig	+ 0,20	+ 235,1	

Oct. 28

	P^{123} (beob. an P^{124})		P^{124}
0,2262	+ 330,6	ruhig	+ 0,088 + 309,5
$C = 284,8$	+ 323,6	ruhig	+ 0,088 + 300,5

Mittleres Niveau des Caspischen Meeres über $P^{124} = -281\text{ f}$

folglich das Caspische Meer über dem Asowischen:

Ueber die Zuverlässigkeit des Endresultates dieser Nivellirung hat H. Sawitsch folgende Untersuchung angestellt:

Da unsere geodätischen Entfernung für den Zweck der Nivellirung überflüssig genau sind, so können die Ursachen der Fehler in den Höhenunterschieden nur aus den Unrichtigkeiten 1) der scheinbaren Zenithdistanzen und 2) der angebrachten Refractionen hergeleitet werden. — Die Fehler der ersten Art hängen von der Natur der Instrumente und von der Individualität der Beobachter ab. Es ist schon pag. 16 erwähnt worden, dass ich meine Beobachtungen mit einem 8zölligen Theodoliten von Ertel angestellt habe. Die anerkannte und bewundernswürdige Genauigkeit der Theilung der Kreise von Ertel macht jeden Gedanken an die Unsicherheit unserer Angaben, welche von Theilungsfehlern herrühren könnten, unstatthaft; um so mehr, da wir fast überall mehrere Reihen von Zenithdistanzen, von verschiedenen Puncten der Peripherie ausgehend, gemessen haben, indem die Construction der Instrumente beliebige Veränderungen des Ortes des Zeniths erlaubte. Ausserdem beruht jede von unseren Zenithdistanzen auf 4 Einstellungen, 2 bei dem Kreise links, und 2 bei dem Kreise rechts, wobei in jeder Lage die eine durch positive, und die andere durch negative Bewegungen der Micrometerschraube bewerkstelligt wurde, um bei den Theodoliten, wo die Hemmung an der Peripherie des Kreises angebracht ist, die mögliche Biegung der Speichen zu eliminiren. Was die Biegung des Fernrohrs anbetrifft, so scheint diese bei der Construction und der Befestigung des Fernrohrs an zwei Puncten bei den Theodoliten wohl nur höchst unbedeutend sein zu können. Obgleich wir sie nicht durch direkte Messungen zwischen zwei entgegengesetzten Fernröhren ermittelt haben, und diese Untersuchung bei einem Kreise, dessen Verniere nur 10 Secunden angeben, mit gehöriger Genauigkeit auch schwer ausführbar ist, — so geht doch aus der Uebereinstimmung der durch nördliche und südliche Sterne bestimmten Polhöhen hervor, dass wenigstens keine bedeutende Biegung des Fernrohrs vorhanden sein kann.

Die wahrscheinliche Grösse der zufälligen Fehler, die durch das Einstellen und Ablesen entstehen, lässt sich am besten aus astronomischen Beobachtungen ableiten, namentlich aus einer grossen Anzahl von Polhöhen-Messungen durch solche Sterne, die hoch genug über dem Horizonte culminiren, um mit keiner von der Refraction herrührenden Unsicherheit belastet zu sein, und aus der Vergleichung jeder einzelnen Polhöhe mit dem Mittel. Es ergab sich der mittlere Fehler einer Zenithdistanz aus einem Satze von 4 Einstellungen an den 8zölligen Theodoliten $= 2''\frac{5}{6}$ aus nicht weniger als 60 Reihen; folglich wird der wahrscheinliche Fehler einer Zenithdistanz $= 2''\frac{5}{6} \times 0,847 = 2''\frac{1}{6}$. Für die Beobachtungen mit dem grossen Universalinstrument ist er noch geringer, nämlich $= 1''\frac{1}{6}$. Es ist noch zu bemerken dass dieser Fehler für Nachtbeobachtungen, wo mit einer Lampe abgelesen wurde, gilt; für die Tagbeobachtungen, wo die Beleuchtung viel besser, und die Ablesung sicherer war, ist er wohl noch kleiner.

Die Ausmittelung der wahrscheinlichen Fehler in den angebrachten Refractionen ist weit schwerer. Wir wollen zuerst diesen Gegenstand bei den gegenseitigen und gleichzeitigen Beobachtungen untersuchen. Um einigermassen die Grenzen zu bestimmen, zwischen welchen die Lokalrefractionen an beiden Endpunkten von einander differiren können, muss man zuerst den wahrscheinlichen Werth der Refractions-Coefficienten bei verschiedenen obwaltenden Umständen, vorzüglich aber bei ruhigen und fast ruhigen Bildern, bei welchen die Hauptbestimmungen gemacht sind, finden. Dann wird sich durch die wahrscheinliche Grösse der Abweichung der jedesmaligen Refraction von dem wahrscheinlichen Werthe derselben, die Wirkung der Localumstände mit mehr oder weniger Richtigkeit ergeben.

Je grösser der Winkel C der Verticalen oder die in Secunden ausgedrückte Entfernung zwischen den Punkten ist, an welchen man die gegenseitigen Zenithdistanzen misst, und je ruhiger die Bilder sind, desto genauer be-

kommt man unter der Voraussetzung der Gleichheit der Strahlenbrechungen an beiden Endpunkten den Refractions-Coefficienten, weil sowohl die zufälligen Beobachtungsfehler, als auch der störende Einfluss der nächsten Lokalität durch die Division mit dem grösseren C geschwächt werden; und obgleich die Bahn des Lichtstrahls desto mehr Veränderungen unterworfen ist, je grösser der zurückgelegte Weg ist, so muss man doch zugeben, dass die dadurch verursachte Unregelmässigkeit immer kleiner ist, als die welche von den früher erwähnten Umständen herrührt; und so wird man veranlasst, das Gewicht der jedesmaligen Bestimmung des Refractions-Coefficienten $= q$ proportional dem C zu setzen; jede Bestimmung giebt dann die Gleichung $Cx = qC$, wo x der gesuchte wahrsch. Werth des Refractions-Coefficienten ist. Dieser aus allen Beobachtungen geschlossene Werth wird $= \frac{\sum q \cdot C}{\sum C}$ sein, indem die Summenzeichen auf alle q und C ausgedehnt werden. Dieses Verfahren besteht im Grunde darin, dass man den Refractions-Coefficienten aus einer Strahlenbrechung sucht, welche der Summe der einzeln beobachteten Strahlenbrechungen gleich wäre und einem Winkel der Verticalen correspondirte, der so gross ist als alle einzelnen C zusammen genommen.

Aus unseren Tabellen ergiebt sich der wahrscheinliche Refractions-Coefficient für die Zeit der ruhigen Bilder am Nachmittage $= +0,088$. Berechnet man damit die Refractionen für die Reihe der Beobachtungen zur Zeit der ruhigen Bilder, und vergleicht mit ihnen diejenigen, welche wirklich aus den gegenseitigen und gleichzeitigen Beobachtungen unter der Hypothese der Gleichheit der Strahlenbrechung an beiden Endpunkten folgen, so wird man alle Abweichungen bekommen, welche theils durch die verschiedenen Localumstände, theils durch die zufälligen Fehler verursacht sind. Die Summe der Quadrate dieser Abweichungen durch ihre Anzahl weniger 1 dividirt, giebt $20''5$; folglich der mittlere Fehler $= \sqrt{20''5} = 4''5$ und die wahrscheinliche Abweichung $= 4''5 \times 0,6747 = 3''04$. Man kann aber annehmen, dass die Unterschiede zwischen den Local-Refractionen bei den gegenseitigen und gleichzeitigen Messungen und denjenigen Refractionen, welche nach der Hypothese der Gleichheit an den beiden Endpunkten aus den Beobachtungen selbst abgeleitet werden, im Durchschnitt Grössen von derselben Ordnung sein müssen, als jene wahrscheinliche Abweichung; weil beide durch ähnliche Ursachen hervorgebracht sind; man kann sogar behaupten, dass diese Unterschiede kleiner sind, da die angenommenen Refractionen doch von den Localitäten an beiden Endpunkten afficirt sind, und vielleicht von den wahren Refractionen nur um die Hälfte der Differenz zwischen den an beiden Endpunkten stattfindenden Refractionen abweichen. Dennoch nehme ich diesen Unterschied $= 3''04$ an, insofern er von den zufälligen Beobachtungsfehlern und von den Localitäten abhängt. Die mittlere Entfernung der Punkte, zwischen welchen beobachtet wurde, ist $= 143640$ engl. Zoll ($C = 118''$) und solcher Linien haben wir 224 gehabt; wäre also jede in Rechnung gebrachte Zenithdistanz um $\pm 3''0$ fehlerhaft, so wird das Endresultat um $143640 \sin 3''04 \sqrt{224} = \pm 31,3$ Zoll unrichtig; weil aber an einigen Stationen nur bei nicht völliger Ruhe der Bilder beobachtet werden konnte, so muss der Endfehler um etwas grösser angenommen werden, etwa $= 36$ Zoll, wobei das Verhältniss $4:3$ der Genauigkeit der Beobachtungen bei völliger Ruhe und bei schwacher Unruhe der Bilder, mit Berücksichtigung der Anzahl derjenigen Stationen, wo nicht vollkommene Ruhe stattfand, zum Grunde gelegt wurde. So gross wäre die Genauigkeit des Resultates der gegenseitigen und gleichzeitigen Messungen, wenn keine Quelle von constanten Fehlern vorhanden wäre, die Möglichkeit aber einer Biegung des Fernrohrs bei den Theodoliten, die auf beiden Endpunkten der jedesmal zu messenden Linien gebraucht wurden, macht die Unsicherheit viel bedeutender; wir werden auf diesen Gegenstand zurückkommen.

Der Einfluss der Unsicherheit in den angewandten Refractionen ist also leicht zu untersuchen bei den gleichzeitigen reciproken Beobachtungen, wie wir gesehen haben; bei dieser Art von Beobachtungen macht man keine

Hypothese über die numerische Grösse der Strahlenbrechung; man nimmt nur an, dass sie an beiden Endpunkten gleich gross ist; anders verhält es sich aber bei den Messungen der Zenithdistanzen aus der Mitte der Station zwischen zwei vorwärts und rückwärts liegenden Signalen; hier muss man bei der Berechnung der nicht immer gleich gut getheilten Stationen einen numerischen wahrscheinlichen Werth des Refractions-Coefficienten voraussetzen, und wenn noch die Bilder nach jedem der Signale nicht gleich ruhig waren für jedes derselben einen anderen Coeffienten anwenden. Um dann die Fehler der Resultate zu ermitteln, muss man zuerst die wahrscheinlichen Fehler der jedesmal benutzten Coeffienten zu bestimmen suchen. Um diese Fehler zu bestimmen, müssen wir die wahrscheinlichsten Refractions-Coeffienten mit den jedesmaligen während der Ruhe der Bilder vergleichen. Die diesem Zustande der Bilder aber entsprechenden Refractions-Coeffienten in unserer Tabelle (p. 320) sind selbst etwas fehlerhaft 1) wegen der zufälligen kleinen Fehler Δz , $\Delta z'$ in den scheinbaren Zenithdistanzen z und z' in b^n und P^{n+1} beobachtet, und auf die Centra der Signale reducirt; 2) wegen der Unrichtigkeit der Hypothese von der Gleichheit der Strahlenbrechungen an beiden Endpunkten. Wenn wir annehmen dass Δr und $\Delta r'$ die Verbesserungen der Refraction $r = \frac{180^\circ + C - (z+z')}{2}$ sind, welche an r angebracht werden müssen um die 2 wahren localen Refractionen zu haben, so ist offenbar, dass die Refractions-Coeffienten, welche die Tabelle enthält, um die Grösse

$$\frac{1}{2C} \sqrt{(\Delta z^2 + \Delta z'^2 + (\Delta r^2 + \Delta r'^2)) C^2}$$

wo $C \cdot \Delta r = \Delta r$ und $C \cdot \Delta r' = \Delta r'$, fehlerhaft sein werden; setzen wir im Durchschnitt $\Delta \varrho = \Delta \varrho'$ der Grösse nach, so wird der letztgenannte Fehler

$$= \sqrt{\frac{\Delta z^2 + \Delta z'^2}{4C^2} + \frac{\Delta \varrho^2}{2}}$$

Die wahrscheinlichen Grössen von Δz und $\Delta z'$ sind $2,1$ und $1,1$, die mittleren $3,3$ und $1,6$; $\Delta \varrho$ ist eine Grösse von derselben Ordnung wie die Unterschiede zwischen den wahrscheinlichsten Refractions-Coeffienten und den jedesmaligen, zur Zeit der ruhigen Bilder, und wir werden jetzt $\Delta \varrho$ aus unserer Tabelle finden. Jeder

der oben bezeichneten Unterschiede ist $= \sqrt{\frac{\Delta z^2 + \Delta z'^2}{4C^2} + \frac{\Delta \varrho^2}{2}}$; aber ebenso wie die Refractions-Coeffienten selbst, werden auch jene Abweichungen desto mehr von ihrem mittleren Werthe differiren, je näher die Beobachtungsorte von einander sich befinden. Dieselben Gewichte also, welche für die Coeffienten gelten, gehören auch den Fehlern derselben an. Wir haben für die Einheit des Gewichtes $C = 100''$ angenommen. Aus unserer Tabelle bekommen wir die Quadrate der Abweichungen der dort gegebenen Refractions-Coeffienten von ihrer wahrscheinlichen Grösse; multipliciren wir jedes Quadrat mit seinem respectiven Gewichte, so erhalten

wir für die Summe dieser Producte $\frac{193835}{(1000)^2}$, und für die Summe der Gewichte $145,67$; also das mittlere Quadrat

$$= \frac{193835}{(1000)^2 \times 145,67} = \frac{1340}{(1000)^2} = \frac{\Delta z^2 + \Delta z'^2}{4C^2} + \frac{\Delta \varrho^2}{2}$$

Nun ergibt sich im Durchschnitt das mittlere Quadrat

$$\frac{\Delta z^2 + \Delta z'^2}{4C^2} = \frac{(3,3)^2 + (1,6)^2}{4C^2} = \frac{285}{(1000)^2},$$

folglich $\frac{\Delta \varrho^2}{2} = \frac{(1000)^2}{1055}$ und $\frac{\Delta \varrho}{\sqrt{2}} = \pm 0,0325$

Auf diese Weise bekommen wir den wahrscheinlichen Fehler

$$\frac{\Delta \varrho}{\sqrt{2}} = \pm 0,0325 \times 0,6745 = \pm 0,0219 \text{ und } \Delta \varrho = \pm 0,031.$$

Die Hauptresultate beruhen meistens auf den Beobachtungen zur Zeit der Ruhe der Bilder, aber wir müssen im Allgemeinen sagen, dass unter 5 Stationen eine war, wo nur bei fast ruhigen, wenigstens schwach unruhigen Bildern beobachtet wurde; die Fehler im ersten Falle verhalten sich zu den Fehlern im zweiten, im Mittel wie 3:4. Daher kann man im Durchschnitt $\frac{\Delta\varrho}{\sqrt{2}} = \pm 0,0232$ oder $\frac{\Delta\varrho}{\sqrt{2}} = \pm 0,032$ als wahrscheinlichen Werth voraussetzen.

Im Bezug auf die gegenseitigen Entfernungen der Messungspunkte, müssen wir im Mittel folgendes annehmen.

20 ($= N$) Stationen entspricht ein Winkel der Verticalen $= 47'' = C$

24 " " " " " " " " $= 77$

72 " " " " " " " " $= 97$

70 " " " " " " " " $= 125$

39 " " " " " " " " $= 158$

13 " " " " " " " " $= 193$

6 " " " " " " " " $= 239$

Für die Beobachtungen mit dem Theodoliten an den Basis-Signalen kann man den wahrscheinlichen zufälligen Fehler der Zenithdistanzen $= 2,1$ annehmen; dann wird in dem Endresultate der Reihe dieser Theodoliten-Beobachtungen während der Ruhe der Bilder, der wahrscheinliche Fehler nach folgender Formel gefunden:

$$\text{wahrsch. F.} = \sqrt{\Sigma M^2 C^2 \sin^2 1'' (\Delta Z^2 + \Delta\varrho^2 \times C^2)} N$$

wo $M = 1219$ engl. Zoll, welches einer Secunde des grössten Kreises der Erde entspricht; $\Delta Z = 2,1$ $\Delta\varrho = 0,032$ und das Summenzeichen Σ sich auf alle oben gegebenen N und C bezieht; folglich bekommen wir für den wahrscheinlichen Fehler des Endresultates dieser Beobachtungsreihen

$$= \pm 5,2 \text{ englische Fuss.}$$

Unsere Hauptsignale P haben im Durchschnitt eine etwas höhere Lage als die Basis-Signale und um einigermassen den Gang der Refraction an beiden Endpunkten bei den gleichzeitigen reciproken Beobachtungen zu übersehen, kann man die aus diesen Beobachtungen geschlossenen Höhenunterschiede mit den scheinbaren an beiden Endpunkten vergleichen; es war leicht zu bemerken, dass die Zunahme der Refraction an den flacher liegenden Basis-Signalen in der Regel bedeutender ist, als an den Hauptsignalen. Aber weil gerade die Hauptsignale symmetrisch in der Mitte zwischen zwei Basen lagen, so geht daraus hervor, dass in den Niveauunterschieden der Basis-Signale die Wirkung des oben erwähnten Umstandes im Durchschnitt wenn nicht ganz aufgehoben, doch wenigstens sehr geschwächt werden müsse; überhaupt hat jeder constante Fehler, er mag eine Ursache haben welche er wolle, wenn er nur in den Beobachtungen bei den symmetrisch in der Mitte zwischen zwei Basen gelegenen Hauptsignalen stattfindet, keinen Einfluss auf das Endresultat. Unsere zweite und Hauptmethode, die Refractionen zu eliminiren besteht darin, dass man von einem mittleren Standpunkte aus für denselben Zeitpunkt die Zenithdistanzen zweier gleich weit nach beiden Seiten liegenden Signale misst. Erwägen wir nun die Fehlerquellen dieser Methode, so werden wir allerdings bekennen, dass die hauptsächlichste derselben davon herührt, dass in manchen Fällen die Gleichheit der Refractions-Coefficienten nach allen Seiten nicht stattfindet; aber dieser Umstand ist mehr oder weniger auch der andern Methode eigen, indem bei den gleichzeitigen und reciproken Messungen die Annahme der Gleichheit der Strahlenbrechungen an beiden Endpunkten ebenso problematisch ist. Wir haben übrigens schon erwähnt, wie jener Uebelstand durch die Benutzung der wahrscheinlichen, den verschiedenen Zuständen der Ruhe der Bilder entsprechenden Refractions-Coefficienten vermindert

werden kann. Die zweite, dieser Methode eigenthümliche Fehlerquelle ist die, dass die Localitäten häufig nicht erlaubten, die mittleren Standpunkte genau genug in die Mitte zwischen zwei Signale zu setzen; wie gross dieser Fehler sein kann, hängt von der Richtigkeit der angewandten Refractions-Coefficienten ab, und muss im Ganzen sehr klein sein.

Die letztere Methode beruht noch auf der Voraussetzung, dass die Veränderungen in der Refraction der Zeit proportional gehen. Jetzt wollen wir sehn, was für Fehler aus dieser Voraussetzung entstehen können, indem wir dabei annehmen wollen, dass sowohl die Entfernung zwischen zwei Hauptsignalen P_n, P_{n+1} genau am Basissignal β_n in zwei gleiche Hälften getheilt wird, als auch dass die Refraction für jede bestimmte Zeit nach beiden Seiten gleich ist. Es seien folgende Ablesungen gemacht:

in der Lage I } a bei der Einstellung nach P_n zu der Zeit T

des vert. Kreises } α " " " " P_{n+1} " " " $T+t$

in der Lage II } β " " " " P_{n+1} " " " $T+2t$

in der Lage II } b " " " " P_n " " " $T+3t$

es sei noch ϱ der Refractions-Coefficient, welcher dem Zeitmomente $T = \frac{T+(T+3t)}{2}$ oder $\frac{T+t+(T+2t)}{2}$ entspricht; $\Delta', \Delta'', \Delta''' \dots$ die für die Epoche T und Zeitinterwalle t geltenden ersten, zweiten, dritten u. s. w. Differenzen des Refractions-Coefficienten ϱ ; dann werden wir nach den gewöhnlichen Interpolations-Formeln folgende von den Refractionen befreite Ablesungen haben:

in der Lage I.

$$\text{für } P_n \dots a + \varrho C + C \left\{ -1,5 \cdot t \cdot \Delta' + \frac{1,5 \cdot t \cdot (1,5 \cdot t + 1)}{1 \cdot 2} \cdot \Delta'' - \frac{1,5 \cdot t \cdot (1,5 \cdot t + 1) \cdot (1,5 \cdot t + 2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \Delta''' + \dots \right\}$$

$$P_{n+1} \dots a + \varrho C + C \left\{ -0,5 \cdot t \cdot \Delta' + \frac{0,5 \cdot t \cdot (0,5 \cdot t + 1)}{2} \cdot \Delta'' - \frac{0,5 \cdot t \cdot (0,5 \cdot t + 1) \cdot (0,5 \cdot t + 2)}{2 \cdot 3} \cdot \Delta''' + \dots \right\}$$

in der Lage II.

$$P_{n+1} \dots \beta - \varrho C - C \left\{ +0,5 \cdot t \cdot \Delta' + \frac{0,5 \cdot t \cdot (0,5 \cdot t - 1)}{2} \cdot \Delta'' + \frac{0,5 \cdot t \cdot (0,5 \cdot t - 1) \cdot (0,5 \cdot t - 2)}{2 \cdot 3} \cdot \Delta''' + \dots \right\}$$

$$P_n \dots b - \varrho C - C \left\{ +1,5 \cdot t \cdot \Delta' + \frac{1,5 \cdot t \cdot (1,5 \cdot t - 1)}{2} \cdot \Delta'' + \frac{1,5 \cdot t \cdot (1,5 \cdot t - 1) \cdot (1,5 \cdot t - 2)}{2 \cdot 3} \cdot \Delta''' + \dots \right\}$$

Daraus folgen die wahren Zenithdistanzen

$$\text{von } P_n \dots z = \frac{a-b}{2} + C \cdot \varrho + C \left\{ \frac{(1,5 \cdot t)^2}{2} \Delta'' - \frac{(1,5 \cdot t)^2}{2} \Delta''' + \dots \right\}$$

$$P_{n+1} \dots \xi = \frac{a-\beta}{2} + C \cdot \varrho + C \left\{ \frac{(0,5 \cdot t)^2}{2} \Delta'' - \frac{(0,5 \cdot t)^2}{2} \Delta''' \right\}$$

Die Differenz dieser Zenithdistanzen wird also

$$= \frac{a-\beta}{2} - \frac{(a-b)}{2} - t^2 \left\{ \Delta'' - \Delta''' \right\} C \dots$$

sein.

Wären die zweiten Differenzen constant, oder $\Delta''' = 0$ von der Zeit der ersten bis zur zweiten Unruhe, so müssten die Resultate aus allen Sätzen untereinander übereinstimmen und nur um eine constante Grösse, welche von dem Gliede $t^2 \cdot \Delta'' \cdot C$ abhängt, fehlerhaft sein; wenigstens könnten die Schwankungen nicht viel die Grenzen der zufälligen Fehler überschreiten. Dieses ist aber bei uns nicht der Fall, im Gegentheil haben wir bemerkt, dass die an einem Tage bestimmten Höhenunterschiede sich ziemlich bedeutend, und zwar in einem Sinne ändern; so bekommt man z. B. aus den Beobachtungen in B^{16} die Höhenunterschiede $P^{17} - P^{16} = -173,0$ Z.

bei der I-ten Unruhe; — 166,0 bei fast völliger Ruhe; — 158,0 bei der II-ten Unruhe. Also muss das Glied, welches vom Quadrate der Zeit abhängt sehr veränderlich sein, und da wir meistens nur drei Sätze der Zenithdistanzen haben, so fehlen uns die hinreichenden Data, um über diese Veränderlichkeit etwas Sichereres zu sagen; ich glaube aber, dass während der Ruhe der Bilder jenes Glied nahezu = 0 ist, und daher keine erheblichen Fehler verursachen kann; welches entschieden zu folgen scheint aus der Uebereinstimmung unserer Reihe mit derjenigen, welche nach gleicher Methode, aber in umgekehrter Ordnung von Herrn Sabler gefunden ist, indem er gleichzeitig von den vorwärts gelegenen Signalen die Zenithdistanzen zu beobachten anfing, während wir von den rückwärts gelegenen anfingen.

Nachdem wir die Fehlerquellen der Methode der Beobachtungen aus der Mitte durchgegangen sind, dürfen wir nicht den grossen Vortheil dieser Methode vor der der correspondirenden Beobachtungen unerwähnt lassen. Wenn wir in den Zenithdistanzen jedes Beobachters constante Fehler voraussetzen, so werden sie doch bei der erstgenannten Methode auf den Höhenunterschied zwischen zwei vorwärts und rückwärts liegenden Signalen, keinen Einfluss haben, insofern dieser aus den Messungen der Zenithdistanzen von entgegengesetzten Signalen folgt; bei der zweiten Methode aber verhält sich dieses ganz anders. Bei uns, wo an drei verschiedenen Punkten zugleich die correspondirenden Zenithdistanzen gemessen wurden, ist es besonders wichtig die Ursachen der constanten Fehler bei den 8zölligen Theodoliten, mit welchen immer an den beiden äussersten Standpunkten beobachtet wurde, scharf zu untersuchen. So z. B. kann schon eine sehr kleine Biegung des Fernrohrs, etwa von dem Werthe eines Bruches der Secunde mehrere Fuss Unsicherheit in dem Endresultate der Nivellirung aus den gleichzeitigen und gegenseitigen Beobachtungen verursachen, und ohne eine solche Untersuchung könnte die Anhäufung der Fehler nur dann vermieden werden, wenn man übereingekommen wäre, jeden der zwei Theodoliten bald bei den vorwärts und bald bei den rückwärts gelegenen Stationen, regelmässig abwechselnd zu brauchen; aber obgleich ein solches Verfahren vielleicht das allersicherste ist, so wird man doch nicht läugnen, dass dieses in der Praxis oft Schwierigkeiten hat.