

TAFEL V. *Definitive Höhen der gelegentlich beobachteten festen Punkte über dem Asowschen Meere, in engl. Zollen.*

Bezeichnung.	Höhe über dem Meere	Vergleichungspunct	Beobachter	w. F.
<i>Sredni-Jegorlik</i> , Kirche, Kuppel, Knopf.....	2956,1	$\beta^{24}$	$\Sigma$	4,61
<i>Pestschanokopsk</i> , Kirche, Glockenthurm, Kugel.....	3854,0	$P^{23}$	<i>F</i>	4,78
<i>Letnützkoje</i> , Kirche, Kuppel, Kugel.....	2378,7	$\beta^{31}$	$\Sigma$	4,94
"    "    Glockenth., Kugel, unterer Rand	2456,9	$P^{32}$	<i>F</i>	4,95
<i>Nowotroitzk</i> , Kirche, Kuppel, Knopf.....	6335,1	$\beta^{41}$	$\Sigma$	5,60
"    "    "    Kugel.....	6294,1	$P^{41}$	<i>F</i>	5,57
<i>Stawropol</i> , Cathedrale, Kuppel, Knopf.....	21553,7	$P^{48}$	$\Sigma$	5,92
"    "    "    Kreuzspitze.....	21640,0	$P^{48}$	$\Sigma$	5,92
"    "    Glockenthurm, Spitze.....	21560,3	$P^{48}$	$\Sigma$	5,92
"    "    Schwelle der Hauptthür.....	20254	$P^{48}$	$\Sigma$	5,92
<i>Beschpagir</i> , Kirche, Kuppel, Kugel.....	14261,8	$P^{53}$	<i>F</i>	6,09
<i>Alexandrow</i> , Kirche, Kuppel, Kugel.....	12566,9	$\beta^{61}, P^{63}$	$\Sigma, F$	6,50
<i>Alexandria</i> , Kirche, Kuppel, Kreuzmitte.....	10750,0	$\beta^{71}$	$\Sigma$	7,01
"    "    "    Querstange des Kreuzes	10800,6	$\beta^{70}$	<i>F</i>	6,95
<i>Georgiewsk</i> , Cathedrale, Kuppel, Kugel.....	11954,3	$\alpha^{72}$	$\Sigma$	7,05
<i>Jekaterinograd</i> , Kirche, Kuppel, Fuss des Kreuzes..	7686,6	$P^{84}$	<i>F</i>	7,74
<i>Mosdok</i> , Cathedrale, Kuppel, Knopf.....	5693,6	$P^{89}$	<i>F</i>	7,95
<i>Naur</i> , Kirche, Kuppel, Kugel.....	3954,6	$P^{97}$	$\Sigma, F$	8,21
<i>Niveau des Terek</i> bei der ersten Ueberfahrt nach Kisljar	— 349,0	$P^{114}$	$\Sigma$	8,77
<i>Kisljar</i> , Armenische Kirche, Glockenthurm, Knopf..	+1254,7	$P^{112}$	$\Sigma$	8,69
"    "    "    "    Kugel..	+1333,0	$P^{115}$	<i>F</i>	8,86
<i>Tschernoi Rynok</i> , Belvedere, Dach.....	— 306,5	$P^{123}$	$\Sigma, F$	9,20
"    "    Gesimse des ersten Stocks.....	— 761,9	$P^{123}$	$\Sigma$	9,20
"    "    Erdboden am Hause.....	— 882	$P^{123}$	$\Sigma, F$	9,20

#### IV. Ueber die von verschiedenen Punkten der Operationslinie erhaltenen Höhenbestimmungen der Hauptspitzen des Caucasus über der Meeresfläche.

##### § 42.

Seite 372 bis 378 des Textes sind die Berechnungen der Höhen der Bergspitzen des Caucasus zusammengestellt. Die Bestimmung der Höhe des Beschtau bot geringe Schwierigkeiten dar, da die Operationslinie in sehr mässiger Entfernung von demselben vorbeiging, und wurde durch gleichzeitige Beobachtungen von dem Hauptpuncte  $P^{70}$  und den beiden Hülfspuncten  $Q$  und  $D$ , die von der Spitze des

Berges um 28,7, 22,9 und 12,0 Werst abstanden, ermittelt. Unter der naturgemässen Annahme eines gleichen Refractionscoefficienten für die gleichzeitigen Beobachtungen von den 3 Puncten aus, liess sich dieser Coefficient selbst nebst der Berghöhe ableiten. Bei der geringen Entfernung konnte die Unsicherheit der Berghöhe über den Beobachtungspuncten nur wenig Zolle betragen.

Im Caucasus selbst wurden die 3 höchsten Spitzen bestimmt, der Elbrus, Anonymus und der Kasbek, die von mehreren Puncten der Operationslinie sichtbar waren. Es war nemlich beobachtet worden:

		Zahl der Beob.	
der Elbrus (1) von Stawropol, Entfernung	180,3 Werst,		22
	$B^{70}$	« 116,1	« 5
	$P^{75}$	« 110,9	« 3
	$P^{82}$	« 136,6	« 1
	$B^{85}$	« 143,1	« 1
	$A^{87}$	« 167,4	« 3
der Anonymus (2) von $P^{75}$	«	99,5	« 3
	$B^{80}$	« 96,9	« 3
	$B^{81}$	« 101,5	« 1
	$P^{82}$	« 104,4	« 2
	$B^{82}$	« 105,5	« 2
der Kasbek (3) von $B^{79}$	«	119,9	« 1
	$B^{80}$	« 118,0	« 3
	$B^{81}$	« 116,3	« 1
	$P^{82}$	« 116,8	« 2
	$B^{82}$	« 115,5	« 2
	$B^{85}$	« 112,5	« 1
	$A^{87}$	« 108,2	« 3

Die Beobachtungen des Elbrus von Stawropol und  $B^{70}$ , so wie die des Kasbek von  $B^{79}$  aus, sind nicht mit für die Höhenbestimmung benutzt worden, weil hier die andern Bergspitzen nicht sichtbar waren. Dagegen wurden von  $P^{75}$  aus Elbrus (1) und Anonymus (2), von  $B^{80}$  aus (2) und (3), von  $P^{82}$  aus (1), (2) und (3), von  $B^{82}$  aus (2) und (3), von  $B^{85}$  aus (1) und (3), von  $A^{87}$  aus (1) und (3) gleichzeitig beobachtet, und zwar so dass von jedem Objecte mehrfache Sätze zu verschiedenen Zeiten genommen wurden.

Es war ein glücklicher Umstand, dass die Entfernung des Elbrus von den Standpuncten von 110,9 Werst in  $P^{75}$ , bis 167,4 Werst in  $A^{87}$  zunahm, und dadurch der Einfluss der Refraction auf die Höhenbestimmung, der bekanntlich nahezu dem Quadrate der Entfernung proportional ist, sich im Verhältniss von 1 : 2,3 steigerte, während derselbe Einfluss bei den wenig ungleichen Abständen der andern beiden Spitzen verhältnissmässig geringeren Veränderungen unterworfen war. Hierdurch ward es möglich durch Verbindung der auf zwei Standpuncten jedesmal gleichzeitig gemachten Beobachtungen zweier Objecte, da die Höhen

der Standpuncte als absolut genau angesehen werden konnten, aus den 4 Beobachtungen die vier unbekanntes  $h$ ,  $h'$ , die beiden Höhen, und  $r$  und  $r'$ ; die beiden Refractionscoefficienten, desto vortheilhafter abzuleiten, je grösser die Veränderungen in den Verhältnissen der Entfernungen und in diesen selbst sind. Nehmen wir allgemein an, dass 2 Objecte von  $n$  Puncten aus gleichzeitig beobachtet sind, so erhalten wir nemlich  $2n$  Gleichungen, in welchen  $n+2$  unbekanntes Grössen sind, die beiden Höhen  $h$ ,  $h'$  und die  $n$  verschiedenen Refractionscoefficienten. In unserm Falle sind eigentlich 31 Beobachtungen, oder 31 Gleichungen gegeben, welche nur 18 unbekanntes Grössen enthalten, nemlich 15 Refractionscoefficienten, für die 15 verschiedenen Beobachtungszeiten, und die 3 Höhen der Bergspitzen. Es lässt sich demnach die Methode der kleinsten Quadrate auf unser Problem anwenden, und wird zu einer vollständigen Kenntniss der Genauigkeit der Resultate führen. Der Anwendung dieser Methode stellt sich aber die grosse Zahl der unbekanntes Grössen entgegen, und so haben unsere Rechner mit Recht den Weg einer Auflösung durch allmälige Annäherung gewählt.

Die im Texte, Seite 377, gegebenen Werthe bedürfen aber einer gedoppelten Verbesserung, einmal um den definitiven Höhen der Standpuncte, wie sie in Tafel III und IV gegeben sind, zu entsprechen, zweitens weil die Seite LV erkannten Biegungscoefficienten der 3 angewandten Instrumente zu berücksichtigen waren. Ich habe Sabler veranlasst mit diesen Grundlagen die Rechnungen zu wiederholen, mit Berücksichtigung der Seite XIV angezeigten Verminderung aller linearen Grössen von  $\frac{1}{46000}$ . Aus dieser neuen Rechnung sind folgende Werthe hervorgegangen :

*Höhen über dem schwarzen Meere.*

	engl. Zoll	engl. Fuss
Beshtau	55072	4589,3
Elbrus westl. Gipfel	222167	18513,9
« oestl. Gipfel	221365	18447,2
Anonymus	203233	16935,7
Kasbek	198538	16544,8

Die hier gegebenen Höhenbestimmungen der für unsere Beobachter unzugänglichen 3 höchsten Bergspitzen haben den besondern Vorzug, dass bei ihnen keine willkürliche Annahme über die Strahlenbrechung gebraucht ist, indem diese aus den Beobachtungen selbst abgeleitet wurde. Wir sind also befugt, diese Höhen für ausgezeichnet genau zu halten, wenn sie auch nicht so sicher sein können als die von Sabler für sie berechneten w. F. von respective 4, 36, 19, 42 und 23 Zoll angeben. Bei der Entwicklung dieser Zahlen ist nämlich nur die Uebereinstimmung der Resultate und nicht die Unsicherheit aller ihrer Berechnung zum Grunde liegenden Elemente berücksichtigt. Die definitiven Werthe der Höhen finden sich in VI, auf eine umfassendere Untersuchung der irdischen Strahlenbrechung begründet.