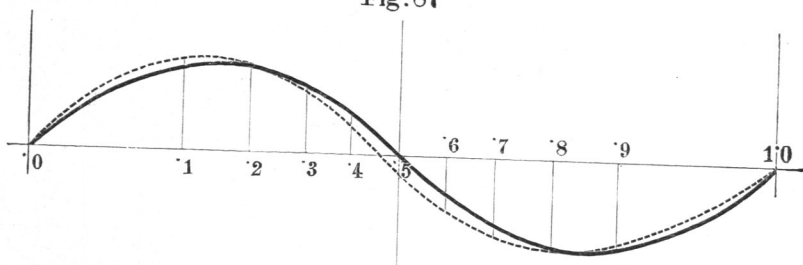


Anhang IX.

Summe der Tangentialkräfte an Zwillingsmaschinen.

Die Behauptung, dass bei unendlicher Schubstangenlänge die Summe der Tangentialkräfte an den Kurbelzapfen einer Zwillingsmaschine (und mit ihr die Gleichförmigkeit des Ganges) bei der Kurbelversetzung von 90° unabhängig von der Geschwindigkeit bleibt, ist leicht bewiesen.

Fig. 87



Die Tangentialcomponente des Massendruckes ist für unendliche Schubstangenlänge nach Formel (14):

$$t = q \cdot \sin \omega.$$

Setzt man für q den Werth aus Formel (1):

$$q = \frac{F}{f} \cos \omega,$$

so folgt

$$t = \frac{1}{2} \frac{F}{f} \sin 2\omega.$$

Diesem Ausdrucke entsprechen für $\omega = 45^\circ$ und $\omega = (90 + 45^\circ)$ zwei Maximalwerthe, welche gleich groß aber entgegengesetzter Zeichen sind.

Die nach dieser Formel gezogene Schaulinie der Massendrucke als Tangentialdrücke am Kurbelkreis gibt die Fig. 87, und man ersieht aus ihr, dass die in den beiden Quadranten auftretenden Werthe völlig symmetrisch fallen und sich daher gegenseitig aufheben, wenn sie zu Zweien und um 90° versetzt wirken, wie es an den Kurbeln einer solchen Zwillingsmaschine geschieht.

Mathematisch würde der Beweis lauten:

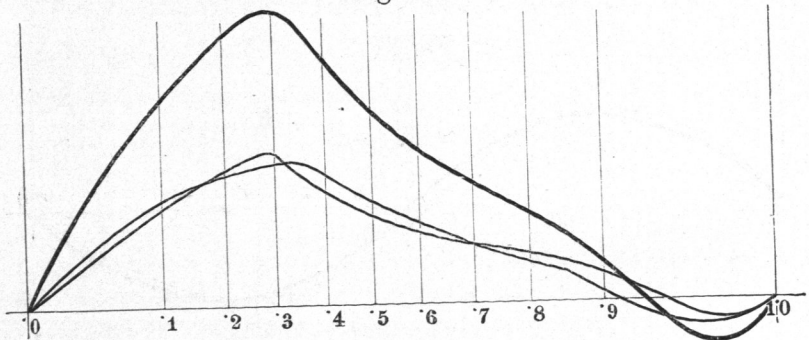
$$\begin{aligned} \text{Tangentialmassendruck der einen Maschine} & \quad t = \frac{1}{2} \frac{F}{f} \sin 2\omega, \\ \text{„ „ „ anderen „} & \quad t_1 = \frac{1}{2} \frac{F}{f} \sin 2(\omega + 90), \\ \text{„ in Summen} & \quad (t + t_1) = \frac{1}{2} \frac{F}{f} [\sin 2\omega + \sin 2(\omega + 90)]. \end{aligned}$$

Mit Benützung der bekannten Beziehung:

$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$$

ergibt sich $(t + t_1) = 0$, unabhängig von ω .

Fig. 88



Es entzieht daher die Massenbeschleunigung der einen Maschine ihrer Kurbel gerade so viel an Tangentialdruck, als die um 90° vorausgehende Masse an die zweite Kurbel zurückgibt.

Die punktierte Linie in Fig. 87 gilt für endliche Länge der Schubstange $\left(\frac{r}{L} = \frac{1}{5}\right)$, und ihre Abweichung von der gezogenen Linie zeigt die geringe Bedeutung dieses Einflusses für diesen Fall.

Immerhin ist aber bei endlicher Schubstangenlänge die Summe der Tangentialkräfte an den Kurbelzapfen einer Zwillingmaschine nicht absolut und im streng mathematischen Sinne von der Geschwindigkeit unabhängig, sondern wird in einem geringen, durch den Unterschied zwischen der gezogenen und punktierten Linie in Fig. 87 dargestellten Gesetze beeinflusst. Das Gleiche gilt für Verbundmaschinen mit 90° Kurbelstellung.

Bei Woolf'schen Maschinen dagegen muss der Beschleunigungsdruck für die Summe der Tangentialkräfte berücksichtigt werden, indem hier, wie auch aus Fig. 88 erhellt, Anfang und Ende der Tangentialdruck-Diagramme zusammenfallen, daher die aus Fig. 87 entnommenen Tangentialbeschleunigungsdrücke sich nicht aufheben, sondern summirt werden müssen.