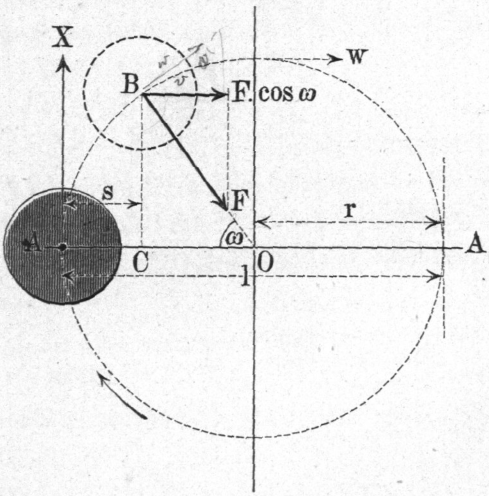
Gesetz der Massendrücke.

Denken wir uns eine Masse, gleich der gesammten Masse des Kolbens, der Kolbenstange, des Kreuzkopfes, der Führungen und der Schubstange, ferner die Masse der allenfalls von der Kolbenstange aus bewegten Luft- und Wasserpumpengestänge und

Fig. 1



ihrer Kolben, denken wir uns eine Masse, gleich der gesammten Masse der hin- und hergehenden Theile, im Kurbelzapfen der Maschine concentrirt.

Denken wir uns ferner, die Kurbel sei in gleichmäßigem Umgang begriffen, und diese ideelle Masse, deren Gewicht natürlich gleich dem Gewichte der hin- und hergehenden Theile wäre, sei mit in rotirender Bewegung.

Diese Masse würde sich in Folge des Beharrungsbestrebens in jedem Augenblicke nach der Tangente vom Kreise entfernen, wenn sie nicht durch einen geweckten und radial wirkenden Widerstand, Centripetalkraft genannt, F bezeichnet, daran gehindert würde.

In der Zeit, während die Kurbel von der todten Lage AO (Fig. 1) ausgehend den Winkel ω durchläuft, gelangt nun die Masse, welche nach ihrem Beharrungsbestreben nach der Richtung AX, und im Sinne der Centripetalkraft gegen O geführt werden will, von A nach B, d. h. sie hat im Sinne der Horizontalcomponenten der radial wirkenden constanten Centripetalkraft den Weg

$$s = AC = (r - r \cos \omega) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

zurückgelegt, und in deren Sinne dabei die örtliche Geschwindigkeit

$$v = w \sin \omega$$

erlangt, wenn w die Umfangsgeschwindigkeit bedeutet.

Nun ist aber in Wirklichkeit jene Masse nicht im Kurbelzapfen angehäuft, sondern im Kolben, den Stangen etc. vertheilt. Da diese Massen aber nicht vom Kurbelzapfen mitgeschleppt werden, sondern im Gegentheile einen Druck auf ihn übertragen sollen, so muss ein Theil des vorhandenen Dampfdruckes, der auf der arbeitenden Kolbenseite wirkt, zur Erzeugung jener Geschwindigkeit in der hingehenden Masse verwendet werden, vermöge welcher dieselbe der Kurbel treibend folgt. Das heißt: während der Zeit, als die Kurbel den Winkel ω durcheilt, hat der Kolben etc. den Weg $s = (r - r \cos \omega)$ durch einen Dampfdruck geführt zu werden, und muss bis dahin gleichfalls die Geschwindigkeit $v = w \sin \omega$ erlangt haben.

Wenn aber zwei gleiche Massen durch zwei constante Kräfte in gleichen Zeiten von gleichen Anfangsgeschwindigkeiten (Null) aus, nach gleichem Gesetze bewegt werden, so sind die bewegenden Kräfte selbst einander gleich.

Derjenige Theil des Dampfdruckes, welcher in der ersten Hälfte des Kolbenlaufes zur Beschleunigung der bewegten Massen verwendet wird (er soll der Beschleunigungsdruck genannt und mit Q bezeichnet sein), ist daher in jeder einzelnen Kolbenlage der Horizontalcomponente für die zugehörige Kurbelstellung jener Centrifugalkraft F gleich, welche diese Massen üben würden, wenn sie im kreisenden Kurbelzapfen concentrirt wären.

Indem aber diese Horizontalcomponente ($F \cos \omega$) mit dem wachsenden Neigungswinkel der Kurbel kleiner und kleiner wird, so folgt, dass im gleichen Maß der auf Beschleunigung verwendete Theil des Dampfdruckes abnimmt, je mehr sich die Kurbel ihrer 90 gradigen Stellung, d. i. je mehr sich der Kolben der Mitte seines Laufes nähert.

Wir müssen daher die Massen in der ersten Weghälfte durch einen andauernden Druck von abnehmender Intensität bewegt erkennen, dessen Arbeit in ihnen vorläufig angesammelt und welcher daher, wenn am Kolben wirkend, nicht auf die Kurbel hinausgetragen wird.

Das Gesetz der Veränderung dieses Druckes, welche diese ungleichförmig beschleunigte Bewegung erzeugt, soll nun hier auf elementarem Wege aufgestellt werden, während die strenge Ableitung unter Mitberücksichtigung der endlichen Schubstangenlängen rückwärts im Anhange I erscheint.

In den Ableitungen über den Einfluss der endlichen Stangenlänge auf die Beschleunigungsdrücke wurde eine vereinfachende Annahme gemacht, deren Zulässigkeit dort unter der Aufschrift „Das Fehlerglied“ erwiesen wird. Für alle Schubstangenlängen, welche bei schnellgehenden Dampfmaschinen vorkommen, d. i. $L = 4$, 5 bis 6 Kurbellängen r ist der Fehler gänzlich verschwindend.

1. Schubstange unendlich lang.

Bezeichnet

P das Gewicht der hin- und hergehenden Massen in Kilogramm;

r den Kurbelhalbmesser;

$l = 2r$ die Länge des Kolbenschubes in Meter;

n die Zahl der Umdrehungen per Minute;

$v = \frac{2ln}{60}$ die mittlere Kolbengeschwindigkeit per Secunde;

$w = \frac{2.r.\pi.n}{60}$ die mittlere Umfangsgeschwindigkeit im Kurbelkreis in Meter;

f die Fläche des Kolbens in Quadratcentimeter;

Q den gesammten Beschleunigungsdruck;

$q = \frac{Q}{f}$ den per Flächeneinheit des Kolbens entfallenden Betrag der zur Geschwindigkeitsänderung der Massen nöthigen Kraft (Kilogramme per Quadratcentimeter);

q_1 diesen Druck am todten Punkte;

ω^0 den jeweiligen Neigungswinkel der Kurbel gegen die Anfangsstellung am todten Punkte.

Der Beschleunigungsdruck ist stets der Horizontalcomponente der Centripetalkraft für die zugehörige Neigung des Kurbelarmes gleich.

$$Q = F.\cos\omega \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (2)$$

Am todten Punkte ($\omega = o^0$) ist diese Componente gleich der vollen Centripetal- gleich der Fliehkraft, d. h. jener Theil vom Gesammtdampfdruck auf den Kolben, welcher zu Beginn der Bewegung zur Beschleunigung der Massen verwendet wird, ist gleich der Fliehkraft

$$Q_1 = F = \frac{P.w^2}{g.r}$$

Dieser Druck muss auf der ganzen Kolbenfläche geäußert werden. Daher entfällt von der Flächeneinheit der Druck

$$q_1 = \frac{F}{f} = \frac{1}{f} \cdot \frac{P . w^2}{g . r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Am höchsten Punkte der Kurbel ($\omega = 90^0$) ist die Componente gleich Null, d. h. es wird gar kein Druck mehr zur Beschleunigung der Massen verzehrt, was sich auch ohne Weiteres erkennen lässt, indem Kolben etc. die gleiche Geschwindigkeit mit dem Kurbelzapfen erlangt haben; es wird also $q = 0$.

An einem mittleren Punkte ist jene Componente gleich der Centripetal- (Centrifugal-) Kraft, multiplicirt mit dem Cosinus des Neigungswinkels ω des Kurbelarmes gegen seine todte Lage, und es ist der von der Kolbenflächeneinheit beanspruchte Druck zur Beschleunigung

$$q = \frac{F}{f} \cos \omega \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Der Weg s, welchen der Kolben bis dahin durchlaufen hat, ist laut Gleichung (1)

$$s = r\,(1 - \cos \omega) = \frac{l}{2}\,(1 - \cos \omega) \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

woraus

$$\cos \omega = \left(1 - \frac{2s}{l}\right). \quad (1)$$

Verbindet man die Gleichungen 1 und 4, so erhält man

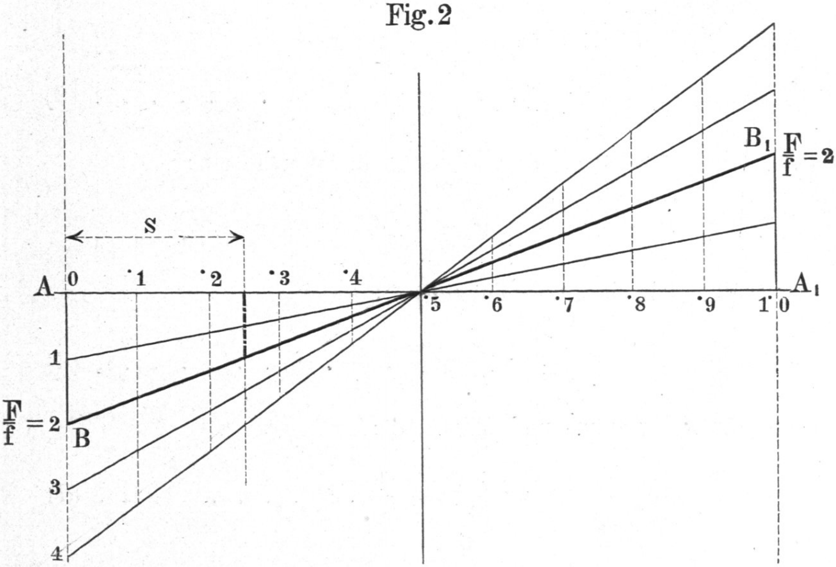
$$q = \frac{F}{f}\left(1 - \frac{2s}{l}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

die Gleichung einer Geraden von der Form $y = a + bx$ indem nur q und s veränderlich sind.

Daraus folgt, dass sich die Beschleunigungsdrücke q als Ordinaten einer geraden Linie darstellen, deren Abscissen s den Entfernungen des Kolbens von seinem todten Punkte entsprechen. Die Gerade schneidet die Abscissenachse im Punkte $s = \frac{1}{2}\,l$, indem für diesen Werth der Betrag $q = 0$ wird.

Wird s größer als $\frac{1}{2}l$, d. h. passirt der Kolben seinen halben Lauf, so ändert q sein Zeichen, was ohne Weiteres klar wird, wenn man bedenkt, dass nun die Geschwindigkeit der Massen abnimmt, und sie der gezwungenen Bewegung halber die in ihnen aufgespeicherte Arbeit an den verzögernden Kurbelzapfen abgeben. Und weil die Bewegung symmetrisch ist, so

Fig. 2



werden sie in der zweiten Hälfte des Hinganges den gleichen Druck nach vorwärts üben, welchen sie am entsprechenden Punkte früher aufnahmen.

Construiren wir nun die Linie der Beschleunigungsdrücke. Wir nehmen eine horizontale Abscissenachse (Fig. 2), tragen auf ihr die Länge des Kolbenhubes l auf und errichten an deren Enden Senkrechte, welche die Größen (für $s = o$ und $s = l$ in Gleichung (5) $q_1 = \pm \frac{F}{f}$ haben müssen. Wir tragen aus einem

Grunde, der später klar wird, den positiven Werth links nach abwärts auf, und indem wir vorläufig beliebige Werthe für $\frac{F}{f}$ nach einem beliebigen Maßstabe, Kilogramme per Quadratcentimeter darstellend, annehmen, erhalten wir schiefe Linien, deren Ordinaten das Maß des Druckes geben, welcher nach Durchlaufung des zugehörigen Weges s von den bewegten Massen verlangt oder abgegeben wird*).

Allgemein ist nun:

$$q_1 = \frac{F}{f} = \frac{1}{f} \frac{P \cdot w^2}{g \cdot r} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (3)$$

Setzt man in diese Gleichung die Werthe ein:

$$l = 2r \qquad w = \frac{2 r \pi n}{60} \qquad v = \frac{2 l n}{60}$$

so ergibt sich als allgemein giltige Formel:

$$q_1 = \frac{F}{f} = \frac{\pi^2}{2g} \cdot \frac{P}{f \cdot l} \cdot v^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

oder für Kilogramm- und Metermaß:

$\pi^2 = g$

$$q_1 = \frac{F}{f} = \frac{1}{2} \frac{P}{f \cdot l} \cdot v^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

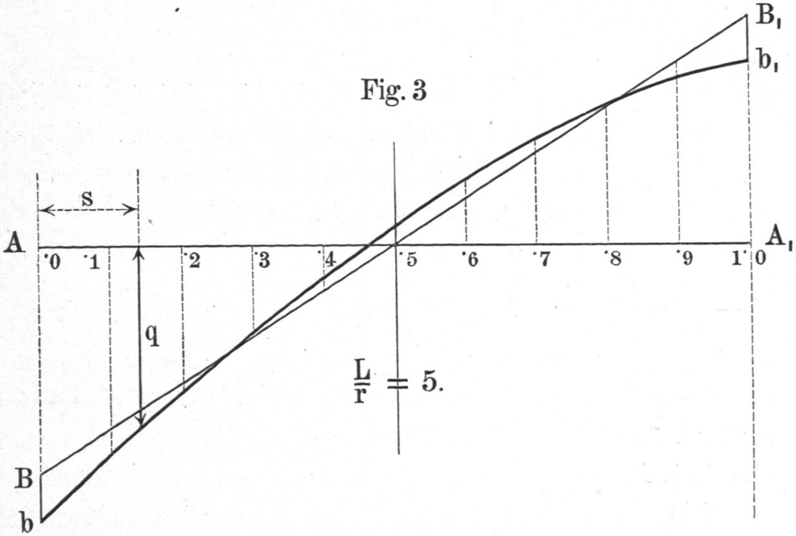
---

*) $q_1 = \frac{F}{f} = 2$ gesetzt, würde also heißen: Unmittelbar am todten Punkte muss auf jeden Quadratcentimeter der Kolbenfläche ein Druck von 2 Kilogr. (2 Atm.) geübt werden, nur um ihn (und das Gestänge) der Kurbel nachzuschleudern. Wirken nun wirklich gerade 2 Atm. freier Dampfdruck auf den Kolben, so kommt davon zu Anfang kein Gramm auf den Kurbelzapfen, sondern aller Druck wird nur zur Ingangsetzung der Massen verwendet. Der Kolben mit seinem Gestänge verhält sich in diesem Augenblicke wie ein Geschoss.

2. Schubstange von endlicher Länge.

Ist L die Länge der Schubstange, also $\frac{r}{L}$ das bekannte oder angenommene Verhältniss der Kurbelarm- zur Leitstangenlänge, so wird jener Theil des Dampfdruckes, welcher eben zur Beschleunigung der Massen verwendet wird, wenn die Kurbel unter dem

Fig. 3



Winkel ω gegen ihre todte Lage geht, per Flächeneinheit gleich (Ableitung im Anhang I).

$$q = \frac{F}{f}\left(\cos\omega + \frac{r}{L}\cos 2\omega\right) \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (4_1)$$

also an den todten Punkten und nach Einsetzung des Werthes für F

$$q_1 = \frac{F}{f}\left(1 \pm \frac{r}{L}\right) = \frac{P}{f}\left(1 \pm \frac{r}{L}\right)\frac{w^2}{g \cdot r} \quad . \; . \; . \; . \quad (3_1)$$

wobei das obere Zeichen für den Hingang des Kolbens gegen das Kurbellager gilt*).

Das Einsetzen der Beziehungen für

$$l = 2r \qquad w = \frac{2 r \pi n}{60} \qquad v = \frac{2 l n}{60}$$

in Gleichung 3_1 ergibt die Werthe der Beschleunigungsdrücke für den Hubbeginn und das Hubende als allgemein giltig:

$$q_1 = \frac{\pi^2}{2g}\left(1 \pm \frac{r}{L}\right)\frac{P}{f.l}\cdot v^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6_1)$$

und für Kilogramm- und Metermaß: $\pi^2 = g$

$$q_1 = \frac{1}{2}\left(1 \pm \frac{r}{L}\right)\frac{P}{f.l}\cdot v^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7_1)$$

Die nach Gleichung (4_1) zu construirende Curve der Beschleunigungsdrücke weicht von der Geraden für unendliche Stangenlänge nicht unbeträchtlich ab, indem sie für den Hingang mit einer $\left(1 + \frac{r}{L}\right)$ mal größeren Ordinate beginnt und mit einer $\left(1 - \frac{r}{L}\right)$ mal kleineren schließt; auch schneidet sie die Horizontale beim Hingang vor, und beim Rückgang hinter der halben Länge des Laufes, d. h. der Beschleunigungsdruck wird schon vor der halben Hublänge gleich Null, was ganz klar vorliegt, wenn man bedenkt, dass dieser Punkt nahezu jenem im Kurbelkreise entspricht, in welchem die Pleuelstange tangirend zum Kurbelkreise steht.

Für den Rückgang sind die Verhältnisse verkehrt, d. h. die Curve beginnt mit kleinerer Ordinate und endet mit größerer als bei unendlicher Stangenlänge, und der Schnittpunkt mit der Horizontalen erfolgt erst nach der halben Hublänge.

---

*) Der Weg, welchen der Kolben beim Neigungswinkel ω der Kurbel zurückgelegt hat, ist laut Anhang I

$$s = r\left[1 - \cos\omega + \frac{1}{2}\frac{r}{L}\sin\omega^2\right] \quad \ldots\ldots\ldots \quad (1_1)$$