

In No. 2364 der Astron. Nachr. hat Herr Dr. Börsch die mit dem Bessel'sehen Basisapparat ermittelten Ausdehnungscoefficienten von Eisen und Zink einer Erörterung unterzogen und kommt zu dem Schlusse, dass die gefundene Verkleinerung der Ausdehnungscoefficienten der Reellität entbehrt und durch die Ungenauigkeit der Temperaturangaben entstanden ist.

Die Ausführungen des Herrn Dr. Börsch stützen sich auf die Behauptung, dass während der Benutzung des Apparates im Freien die Quecksilberthermometer durchweg eine höhere Temperatur angegeben hätten, als die Metallthermometer. Der Beweis dieser Behauptung ist von Herrn Börsch nicht gebracht worden.

Bei heiterem Wetter, wenn die Temperatur stetig vom Minimum zum Maximum fortschreitet, wird allerdings eine mehr oder weniger grosse Verschiedenheit in den Angaben beider zu erwarten sein. Bei bedecktem Himmel aber, bei trübem, nebligem Wetter, werden Quecksilber- und Metallthermometer nahezu dieselbe Temperatur angeben. Bessel, auf dessen Erfahrungen Herr Börsch wesentlich fusst, sagt über diesen Gegenstand Folgendes: (Gradm. i. Ostpr. pag. 56) „Wenn die Wärme zunahm, so waren die Quecksilberthermometer immer wärmer als die Stangen; wenn sie abnahm, so wurde das Fallen der Quecksilberthermometer früher bemerkt, als das Fallen der Metallthermometer; der Unterschied beider wurde eine Zeitlang kleiner und ging endlich, wenn die Abnahme lange genug dauerte, auf die entgegengesetzte Seite über.“ — Bei der ersten Messung der Königsberger Grundlinie sind in Folge des immerwährend heiteren Himmels allerdings sehr starke Unterschiede in den Angaben von Quecksilber und Metall beobachtet worden in dem Sinne, dass das Quecksilber die höhere Temperatur zeigte; die extremen Unterschiede treten aber nur dann auf, wenn die Temperatur in kurzer Zeit um mehrere Grade stieg. Bei der zweiten Messung dagegen, bei welcher veränderliches Wetter, Gewitterschauer, vorherrschend waren, sind die Fehler der Temperaturangaben bedeutend kleiner. Unter den mitgetheilten 13 Werthen zeigen 5 ein Zurückbleiben der Quecksilberthermometer an; in einem Falle ist letzteres hinter den Angaben der Metallthermometer zurückgeblieben, obwohl in einem Zeitraume von $1\frac{1}{2}$ Stunden die Temperatur um 1.4 gestiegen war.

Herr Börsch beruft sich ferner auf die Beobachtungen, welche Jordan in neuester Zeit bei der Messung der Göttinger Grundlinie über diesen Gegenstand angestellt hat. (Zeitschrift für Vermessungswesen IX, 392—396.) Ich glaube indess nicht, dass die Ergebnisse der Jordan'schen Untersuchung geeignet sind, das zu beweisen, was Herr Börsch behauptet. Es kommen allerdings einzelne extreme Unterschiede von 1° und darüber vor; im Ganzen sind aber die Fehler in den Temperaturangaben ziemlich mässig. Am ersten Tage wurden morgens folgende Werthe erhalten:

1880. Aug. 17.	Lufttemp.	Kastentemp.	Berechn. Temp.	Rechn. — Beob.
8 ^h 5 ^m	+ 12.0	11.97	11.94	— 0.03
8 35	13.5	12.12	12.14	+ 0.02
8 55	13.5	12.27	12.27	0.00
9 35	13.5	12.90	12.71	— 0.19
10 0	14.5	13.40	13.20	— 0.20

Mit dem Steigen der Tagestemperatur werden dann die Unterschiede grösser, bis Nachmittags folgende Werthe erhalten wurden:

1880. Aug. 17.	Lufttemp.	Kastentemp.	Berechn. Temp.	Rechn. — Beob.
3 ^h 30 ^m	18.0	18.70	18.41	— 0.29
4 7	17.8	18.62	18.48	— 0.14
4 50	17.8	18.48	18.30	— 0.18
5 25	17.2	18.62	18.32	— 0.30
5 55	16.9	18.80	18.32	— 0.48
6 25	16.9	18.68	18.36	— 0.32
6 55	15.0	18.20	18.08	— 0.12

Es ist ausdrücklich bemerkt, dass während der letzten Beobachtungen Sonnenschein herrschte. — In der Küstenvermessung (pag. 19) ist erwähnt, dass zur Bestimmung der Ausdehnungscoefficienten nur solche im Freien beobachtete Werthe verwendet wurden, bei denen sich mindestens innerhalb $\frac{3}{4}$ Stunden die Quecksilber- und Metallthermometer nur unwesentlich geändert hatten, bei denen man also glaubte annehmen zu dürfen, dass die Temperaturen sich ziemlich nahe ausgeglichen hätten. Drängt sich beim Betrachten der obigen Zahlen nicht unwillkürlich der Gedanke auf, dass diese Annahme ihre volle Berechtigung hat? Davon, dass die angewandten Temperaturen um 0.5 bis 1.0 zu hoch sind, wie Herr Börsch vermuthen zu können glaubt, kann sicher keine Rede sein.

Die Erfahrungen Bessel's und Jordan's, dass beim Steigen der Temperatur die Quecksilberthermometer vorauseilen, finden sich ferner nicht überall bestätigt. Bei den indischen Gradmessungen ist das direkte Gegentheil beobachtet worden. Die Grundlinien in Indien sind mit dem englischen Colby-Apparat gemessen worden, welcher Compensationsstangen, aus Eisen und Messing bestehend, hat. Ich finde über unseren Gegenstand (Great. Trigonometr. Survey of India, Vol. I. pag. 71) folgende Bemerkung: „Der Grad der Genauigkeit, mit welcher die Thermometer die Temperatur

„der Stangen angeben, ist durch den täglichen Gang der Temperatur beträchtlich beeinflusst. „Wenn die Temperatur stetig vom Minimum zum Maximum fortschreitet, bleiben die Thermometer „zurück und geben stets eine kleinere Temperatur an, als die der Stangen; an Tagen aber mit „abwechselnd klarem und bedecktem Himmel, wo mehrere Minima und Maxima der Temperatur „auftreten, bleiben die Thermometer manchmal zurück, manchmal eilen sie voraus!“

Diese eigenthümliche Erscheinung, welche sich auf Beobachtungen im Freien bezieht, fand sich auch im Laboratorium unter den günstigsten äusseren Verhältnissen und bei der grössten angewendeten Vorsicht bestätigt. Es wird an derselben Stelle bemerkt, dass auch beim Fallen der Temperatur die Stangen rascher folgten, als die Thermometer.

Die Ergebnisse der im vorigen Jahre mit dem Apparate des General Ibañez ausgeführten Messung der Aarberger Basis sprechen auch nicht für die allgemeine Richtigkeit der Annahme, dass Quecksilberthermometer den Metallthermometern stets vorausziehen. Einem Aufsätze des Herrn Dr. Koppe (Der Basisapparat des General Ibañez und die Aarberger Basis. Zürich, 1881.) entnehme ich über diesen Gegenstand folgende Zusammenstellung. Ich bemerke, dass die Basis, die in 6 Abschnitte getheilt war, dreimal gemessen worden ist.

Theil der Basis.	Messung.	Mittl. Temp. während der Messung.	Resultat.
1	I	16.5	400.0336
	II	17.7	0326
	III	16.4	0337
2	I	18.0	400.0351
	II	22.0	0329
	III	22.3	0324
3	I	16.6	400.0349
	II	16.3	0350
	III	17.0	0353
4	I	22.5	400.0514
	II	23.8	0519
	III	24.7	0519
5	I	15.6	400.0322
	II	15.5	0326
	III	16.4	0319
6	I	19.3	399.9001
	II	18.9	9002
	III	24.0	8980

Es ist hieraus ein Einfluss der Temperatur offenbar ersichtlich. Je grösser der Unterschied der mittleren Temperatur ist, die bei den einzelnen Messungen beobachtet worden war, desto

grösser werden die Differenzen der Schlussresultate und zwar in dem Sinne, dass bei der höheren Temperatur das kleinere Resultat erhalten wurde. Es liegt, wie auch Herr Koppe anführt, der Schluss hieraus nahe, dass die Quecksilberthermometer beim Steigen der Temperatur hinter dem Metall zurückgeblieben sind, dass also erstere die Temperatur nicht so rasch angenommen haben, als letztere.

Der Satz, dass Quecksilberthermometer stets vorauseilen, ist also durchaus nicht so unzweideutig erwiesen, dass sichere Schlussfolgerungen darauf aufgebaut werden können. Es wird erst sorgfältiger Untersuchungen bedürfen, deren Genauigkeit wieder von den Fortschritten der Thermometrie und der betreffenden experimentellen Einrichtungen abhängig ist, ehe die Frage als abgeschlossen betrachtet werden kann. Allgemein wird sich der Satz überhaupt nicht aussprechen lassen; die Frage wird immer nur in Bezug auf einen individuellen Stab und die dabei angewandten Thermometer beantwortet werden können. Namentlich gilt dies für die Grösse der Abweichung zwischen beiden Temperaturangaben. Bei dem Bessel'schen Apparat eilt das Zink stets dem Eisen voraus; bei dem englischen Colby-Apparat ist dasselbe Verhältniss zwischen Messing und Eisen beobachtet worden. Wie weit im gegebenen Falle Quecksilber- und Metallthermometer von einander abgewichen sind, in dem einen oder dem anderen Sinne, das lässt sich nicht nach Vermuthungen abschätzen.

Nach den bisherigen Auseinandersetzungen entbehrt also die Annahme, auf welcher die Ausführungen des Herrn Börsch aufgebaut sind, einer sicheren Begründung. — Ich wende mich nun zu den einzelnen von ihm berechneten Werthen. Von den belgischen und italienischen Bestimmungen werde ich im Folgenden ganz absehen und mich auf die Küstenvermessung beschränken.

Zunächst berechnet Herr Börsch allein aus den ersten 5 im Laboratorium angestellten Beobachtungen, deren Temperaturangaben er als genügend richtig ansieht, die Temperaturen der Stangen und demnächst die Ausdehnungscoefficienten. Die beobachteten Temperaturen sind folgende: $7^{\circ}0$, $7^{\circ}2$, $8^{\circ}3$, $8^{\circ}3$, $13^{\circ}9$. 4 Reihen liegen also bei einer niederen Temperatur und nur eine einzige um 6° höher. Abgesehen davon, dass hiernach die ersten 4 Reihen ein zu grosses Gewicht bekommen, ist die Temperaturdifferenz viel zu gering, um daraus sichere Ausdehnungscoefficienten ableiten zu können. Die Beweiskraft der aus diesen 5 Reihen ermittelten Werthe ist also sehr zweifelhaft. Es spricht sich dies auch in den erhaltenen Ausdehnungscoefficienten unzweifelhaft aus. e^I ist fast um denselben Betrag grösser als der entsprechende Werth der Gradmessung in Ostpreussen, um welchen derjenige der Küstenvermessung kleiner geworden war, e^{II} ist etwas kleiner, e^{III} unbedeutend grösser und e^{IV} ist wieder beträchtlich grösser als der entsprechende Werth der Gradmessung in Ostpreussen. Die Unsicherheit in den Werthen ist also eine solche, dass man unmöglich sichere Schlussfolgerungen daraus ziehen kann. — Die für k und R abgeleiteten Gleichungen können ferner für die 4 letzten Reihen, welche um 10° höher liegen, keine Giltigkeit haben, sie werden indess für die erste im Freien beobachtete Reihe, welche nahe bei derselben Temperatur genommen ist, wie die Reihe 5 im Laboratorium, richtig sein. In der That, wendet man die Formeln auf die Reihen 6—10 an, so erhält man folgende übrig bleibende Fehler:

Reihe.	Stange			
	I	II	III	IV
6	+ 0.015	- 0.597	- 0.008	+ 0.181
7	- 0.6	- 0.9	- 0.5	- 0.7
8	- 0.6	- 0.9	- 0.7	- 0.6
9	- 0.7	- 0.8	- 0.5	- 1.0
10	- 0.7	- 0.7	- 0.3	- 1.0

Abgesehen von dem grossen Fehler der Stange II, deren abweichendes Verhalten in der Küstenvermessung (pag. 22) erklärt wird, sind für Reihe 6 die übrigen Abweichungen ganz innerhalb der Fehlergrenzen, welche von Herrn Börsch für die ersten 5 Reihen berechnet worden sind. Bei der Reihe 6 haben also die Quecksilberthermometer die Temperatur der Stangen ebenso richtig angegeben, wie im Laboratorium. — Bezüglich der übrigen Reihen (7—10) weiss ich nicht, ob Herr Börsch aus den obigen Fehlern die Vermuthung geschöpft hat, dass die Temperaturangaben um 0.5 bis 1.0 zu hoch sind. Meines Erachtens können diese Fehler nur beweisen, dass die k- und R-Werthe des Herrn Börsch — die den Temperaturen 1—5 wohl Genüge leisten können, weil sie aus diesen abgeleitet sind, — für Temperaturen, welche um mehrere Grade von den ersten entfernt liegen, wegen ihrer Unsicherheit keine Gültigkeit mehr haben. — Man könnte ja auch das umgekehrte Verfahren einschlagen, aus den Reihen 6—10 die Temperatur-Gleichungen ableiten, und diese dann auf die Temperaturen der Reihen 1—5 anwenden. Man würde dann folgende Fehler erhalten:

Reihe.	Stange			
	I	II	III	IV
1	- 0.84	- 0.02	- 0.56	- 1.15
2	- 0.85	+ 0.05	- 0.45	- 1.10
3	- 0.71	+ 0.38	- 0.48	- 1.27
4	- 0.68	+ 0.26	- 0.25	- 0.80
5	- 0.19	+ 0.44	- 0.05	+ 0.06

Wir haben hier wieder dieselbe Erscheinung, wie vorhin. Diejenige Reihe (5), welche im Geltungsbereiche der abgeleiteten Gleichungen liegt, — Reihe 5 hat nahe dieselbe Temperatur wie Reihe 6 — wird durch Einsetzen der erhaltenen Werthe vollkommen dargestellt, während die Fehler der übrigen Reihen um so kleiner werden, je näher ihre Temperaturen denen der Reihen 6—10 kommen.

II. Lehrkanzel für Geodäsie
Technische Hochschule Graz

Vermindert man ferner die Temperaturen der Reihen 6—10 durchweg um $0^{\circ}.75$, — um welchen Betrag Herr Börsch sie ja im Mittel für falsch hält, — leitet aus diesen 5 Reihen dann die k- und R-Gleichungen ab und wendet dieselben auf die Reihen 1—5 an, so ergeben sich folgende Fehler:

Reihe.	Stange			
	I	II	III	IV
1	— $1^{\circ}.13$	— $0^{\circ}.54$	— $1^{\circ}.31$	— $2^{\circ}.36$
2	— $1^{\circ}.07$	— $0^{\circ}.46$	— $1^{\circ}.20$	— $2^{\circ}.31$
3	— $0^{\circ}.97$	— $0^{\circ}.15$	— $1^{\circ}.23$	— $2^{\circ}.49$
4	— $0^{\circ}.93$	— $0^{\circ}.28$	— $1^{\circ}.01$	— $2^{\circ}.01$
5	— $0^{\circ}.63$	— $0^{\circ}.19$	— $0^{\circ}.80$	— $1^{\circ}.16$

Soll man nun, nach Herrn Börsch, aus obigen Fehlern folgern, dass die Temperaturangaben im Laboratorium um so grosse Beträge zu hoch waren? Die Fehler sind so abnorm, dass sie sich durchaus nicht vertreten lassen. Es erscheinen aber hier wieder die Temperaturen der Reihe 5 mit den kleinsten Fehlern behaftet, weil sie eben denen der Reihe 6 fast gleich sind und also innerhalb der Giltigkeit der aus unserer letzten Annahme folgenden Gleichungen liegen; die Fehler der Reihen 1—4 werden wieder successive kleiner, je mehr sie sich der oberen Temperatur nähern.

Es beweist dies Alles, dass die aus so geringen Temperaturdifferenzen und wenigen Werthen abgeleiteten Resultate des Herrn Börsch reine Rechnungsergebnisse sind, dass sie nur für diejenigen Reihen, aus denen sie abgeleitet sind, Giltigkeit haben, für andere aber der Reellität entbehren. Sind ferner die Temperaturgleichungen des Herrn Börsch unsicher, so entbehren auch die aus diesen abgeleiteten Ausdehnungscoefficienten der Beweiskraft und die aus ihnen gezogenen Schlussfolgerungen sind hinfällig.

Um ein noch genaueres Urtheil über die Vermuthung des Herrn Börsch, dass die in der Küstenvermessung gefundene Verringerung der Ausdehnungscoefficienten eine Folge von zu hoher Temperaturangabe im durchschnittlichen Betrage von $0^{\circ}.5$ bis $1^{\circ}.0$ sei, zu gewinnen, habe ich die Temperatur der Stangen und die Ausdehnungscoefficienten erstens unter der Annahme gerechnet, dass die Temperaturen der Reihen 6—10 um $0^{\circ}.75$ zu hoch angegeben sind, zweitens unter der Voraussetzung, dass die Temperatur der Reihe 6 richtig, aber diejenigen der Reihen 7—10 um $0^{\circ}.75$ zu hoch sind. In Berücksichtigung ferner der Jordan'schen Untersuchungen, welche bei geringen Temperaturschwankungen einen Unterschied von etwa $0^{\circ}.3$ im Mittel in den Angaben der Quecksilber- und Metallthermometer erkennen lassen, habe ich ferner drittens die Annahme gemacht, dass die Reihen 6—10 eine um $0^{\circ}.3$ zu hohe Temperatur haben, und endlich viertens, dass die Temperaturen der Reihe 6 richtig, aber diejenigen der Reihe 7—10 um $0^{\circ}.3$ zu gross sind.

Der Kürze halber werde ich in Folgendem unter Annahme A verstehen, dass die Temperaturen 6—10 um 0°.30 zu gross sind,

„ B „ „ „ „ 7—10 „ „ „ „ aber die Temperaturen 6 richtig sind.
 „ C „ „ „ „ 6—10 „ 0°.75 „ „ sind,
 „ D „ „ „ „ 7—10 „ „ „ „ aber die Temperaturen 6 richtig sind.

Es wird zunächst die Genauigkeit interessiren, mit welcher die verschiedenen Annahmen die Temperaturen darstellen. Es blieben bei den einzelnen Annahmen folgende Fehler zurück:

Annahme A:

Reihe.	Stange			
	I	II	III	IV
1	— 0°.139	— 0°.193	— 0°.133	— 0°.147
2	— 0.093	— 0.124	— 0.037	— 0.119
3	— 0.032	+ 0.193	— 0.068	— 0.304
4	+ 0.003	+ 0.068	+ 0.093	— 0.006
5	+ 0.093	+ 0.190	+ 0.016	+ 0.208
6	+ 0.435	— 0.011	+ 0.342	+ 0.769
7	— 0.076	— 0.137	— 0.049	+ 0.148
8	+ 0.008	— 0.094	— 0.287	— 0.540
9	— 0.079	0.000	— 0.062	— 0.050
10	— 0.112	+ 0.115	+ 0.192	+ 0.050

Annahme B:

Reihe.	Stange			
	I	II	III	IV
1	— 0°.106	— 0°.167	— 0°.102	— 0°.113
2	— 0.059	— 0.097	— 0.006	— 0.085
3	— 0.002	+ 0.220	— 0.037	— 0.270
4	+ 0.036	+ 0.095	+ 0.124	+ 0.027
5	+ 0.133	+ 0.219	+ 0.046	+ 0.238
6	+ 0.166	— 0.291	+ 0.072	+ 0.497
7	— 0.047	— 0.106	— 0.019	+ 0.173
8	+ 0.036	— 0.060	— 0.257	— 0.516
9	— 0.051	+ 0.034	— 0.032	— 0.025
10	— 0.085	+ 0.149	+ 0.222	+ 0.074

Annahme C:

Reihe.	Stange			
	I	II	III	IV
1	— 0°.132	— 0°.170	— 0°.124	— 0°.149
2	— 0.083	— 0.108	— 0.034	— 0.119
3	— 0.058	+ 0.171	— 0.068	— 0.306
4	— 0.026	+ 0.042	+ 0.057	— 0.051
5	— 0.113	— 0.009	— 0.186	+ 0.007
6	+ 0.656	+ 0.196	+ 0.557	+ 0.981
7	+ 0.003	— 0.071	+ 0.018	+ 0.215
8	+ 0.001	— 0.113	— 0.291	— 0.548
9	— 0.093	— 0.019	— 0.077	— 0.058
10	— 0.142	+ 0.080	+ 0.161	+ 0.015

Annahme D:

Reihe.	Stange			
	I	II	III	IV
1	— 0°.041	— 0°.102	— 0.048	— 0.051
2	— 0.001	— 0.040	+ 0.042	— 0.030
3	+ 0.023	+ 0.240	+ 0.008	— 0.218
4	+ 0.055	+ 0.111	+ 0.132	+ 0.035
5	— 0.036	+ 0.065	— 0.111	+ 0.085
6	— 0.018	— 0.478	— 0.119	+ 0.305
7	+ 0.064	+ 0.010	+ 0.091	+ 0.281
8	+ 0.068	— 0.030	— 0.216	— 0.486
9	+ 0.067	+ 0.064	— 0.003	+ 0.005
10	+ 0.068	+ 0.163	+ 0.234	+ 0.076

Man erhält hiernach folgende mittlere Fehler der Temperaturangaben:

Annahme.	Stange			
	I	II	III	VI
A	± 0.167	± 0.138	± 0.175	± 0.347
B	0.091	0.172	0.130	0.280
C	0.236	0.122	0.232	0.400
D	0.052	0.192	0.133	0.229

Mit Ausnahme der Stange II sind bei allen Stangen die mittleren Fehler am grössten bei den Annahmen A und C. Wir finden hier also die Folgerung, die wir schon oben ziehen konnten, dass die Temperaturen der Reihen 6 richtig angegeben sind, wieder bestätigt. Es kommen also nur die Annahmen B und D in Betracht. Für Stange III sind die mittleren Fehler beider Annahmen gleich; für I und IV sind die Fehler der Annahme D kleiner als die von B, die Unterschiede sind aber mit Rücksicht auf den zu erwartenden Genauigkeitsgrad derartiger Temperatur-Bestimmungen so klein, resp. $0^{\circ}04$ und $0^{\circ}05$, dass sich schwer entscheiden lässt, welcher Annahme man den Vorzug geben soll. Wir werden der Frage näher kommen, wenn wir die Fehler der Küstenvermessung (pag. 21) zur Vergleichung heranziehen. Verwandelt man die dort in Linienmass ausgedrückten Fehler in Thermometergrade, so erhält man folgende Grössen:

Reihe.	Stange			
	I	II	III	IV
1	— $0^{\circ}156$	— $0^{\circ}210$	— $0^{\circ}146$	— $0^{\circ}155$
2	— $0^{\circ}103$	— $0^{\circ}137$	— $0^{\circ}045$	— $0^{\circ}124$
3	— $0^{\circ}018$	+ $0^{\circ}208$	— $0^{\circ}075$	— $0^{\circ}113$
4	+ $0^{\circ}018$	+ $0^{\circ}084$	+ $0^{\circ}111$	+ $0^{\circ}020$
5	+ $0^{\circ}232$	+ $0^{\circ}322$	+ $0^{\circ}150$	+ $0^{\circ}339$
6	+ $0^{\circ}287$	— $0^{\circ}163$	+ $0^{\circ}199$	+ $0^{\circ}625$
7	— $0^{\circ}120$	— $0^{\circ}180$	— $0^{\circ}089$	+ $0^{\circ}103$
8	+ $0^{\circ}018$	— $0^{\circ}078$	— $0^{\circ}273$	— $0^{\circ}534$
9	— $0^{\circ}066$	+ $0^{\circ}016$	— $0^{\circ}046$	— $0^{\circ}044$
10	— $0^{\circ}088$	— $0^{\circ}140$	+ $0^{\circ}221$	+ $0^{\circ}073$

Es folgen hieraus als mittlere Fehler:

I	II	III	IV
± 0.149	± 0.183	± 0.162	± 0.309

Wie vorauszusehen war, sind die mittleren Fehler der Küstenvermessung, wiederum mit Ausnahme der Stange II, durchweg kleiner, als die der Annahmen A und C; sie schliessen sich am Besten denen der Annahme B an und sind etwas grösser, als die der Annahme D, um Beträge von resp. $0^{\circ}10$, $0^{\circ}03$ und $0^{\circ}08$. Diese Unterschiede sind aber auch nicht so gross, dass man die Frage zu Gunsten der Annahme D endgiltig entscheiden muss, namentlich nicht, wenn man, wie schon oben auseinandergesetzt, die Unwahrscheinlichkeit eines Unterschiedes von $0^{\circ}75$ zwischen Quecksilber- und Metallthermometer mit Rücksicht auf die in der Küstenvermessung erwähnte Vorsicht in der Auswahl der Beobachtungen bedenkt.

Bisher haben wir mit Herrn Börsch immer stillschweigend angenommen, dass im Laboratorium die Temperaturen der Stangen nahezu richtig angegeben waren. Ob diese Annahme be-

rechtigt ist, wird ein Blick auf die in der Gradmessung in Ostpreussen (pag. 30) angegebenen Fehler lehren. Wir erhalten folgende Grössen, wenn wir die Fehler wieder in Thermometergraden ausdrücken:

Reihe.	Stange			
	I	II	III	IV
I	— 0.07	0.00	— 0.01	— 0.01
2	— 0.01	+ 0.08	+ 0.04	+ 0.01
3	— 0.19	— 0.02	— 0.06	— 0.06
4	— 0.09	— 0.06	— 0.03	— 0.21
5	— 0.05	— 0.02	+ 0.02	+ 0.02
6	— 0.13	+ 0.13	+ 0.10	+ 0.23
7	— 0.27	— 0.16	— 0.12	— 0.19
8	— 0.35	— 0.10	— 0.24	— 0.11
9	— 0.25	— 0.20	— 0.17	— 0.22
10	+ 0.42	+ 0.54	+ 0.54	+ 0.36
11	— 0.22	— 0.11	— 0.05	0.00
12	— 0.16	— 0.04	+ 0.38	+ 0.12
13	+ 0.19	— 0.02	+ 0.11	+ 0.15
14	— 0.09	— 0.01	+ 0.06	+ 0.05
15	— 0.24	— 0.04	— 0.12	— 0.15
16	— 0.20	0.00	— 0.11	— 0.12

Ein Blick auf diese Fehler zeigt, dass die in der Küstenvermessung angewandten Reihen sowohl die im Laboratorium, als auch die im Freien beobachteten, dieselbe Genauigkeit für sich in Anspruch nehmen dürfen als die Temperaturangaben der „Gradmessung in Ostpreussen“. Noch unmittelbarer zeigt dies die Vergleichung der mittleren Fehler, die ich in folgender Tabelle übersichtlich zusammenstelle:

Stangen.	Gradm. in Ostpr.	Küsten- verm.	A	B	C	D
I	± 0.22	± 0.149	± 0.167	± 0.091	± 0.236	± 0.052
II	0.17	0.183	0.138	0.172	0.122	0.196
III	0.20	0.162	0.175	0.130	0.232	0.133
IV	0.17	0.309	0.347	0.280	0.400	0.229

Die Temperaturangaben der Küstenvermessung sind also in Bezug auf Genauigkeit vollkommen gleichartig mit denen der Gradmessung in Ostpreussen und damit fallen die Deduktionen des Herrn Dr. Börsch in sich zusammen.

Es wird noch von Interesse sein, ein Bild darüber zu gewinnen, wie sich die Ausdehnungscoefficienten nach den verschiedenen Annahmen gestalten. Dieselben finden sich in folgender Tabelle zusammengestellt und sind die Einheiten der fünften Decimale angegeben:

Ausdehnungs-Coefficient.	Gradm. in Ostpr.	Küstenverm.	A	B	C	D
e^I	0.14367	0.13921	0.14219	0.14224	0.14675	0.14690
e^{II}	0.14818	0.13735	0.14029	0.14023	0.14488	0.14473
e^{III}	0.15015	0.14585	0.14905	0.14906	0.15388	0.15391
e^{VI}	0.15202	0.14405	0.14706	0.14716	0.15175	0.15202

Hiernach werden unter den Annahmen A und B die Ausdehnungscoefficienten ebenfalls sämtlich kleiner, als sie in der „Gradmessung in Ostpreussen“ ermittelt waren. Bei den Annahmen C und D werden sie für die Stangen I und III fast um dieselben Beträge grösser, um die sie in der Küstenvermessung kleiner erscheinen; für Stange II werden sie wieder kleiner und nur für Stange IV erscheinen die Ausdehnungscoefficienten in derselben Grösse, wie in der Gradmessung.

Die obigen Erörterungen lassen sich schliesslich in folgenden Sätzen zusammenfassen:

1. Die von Herrn Dr. Börsch zu Grunde gelegte Annahme, dass bei der Anwendung im Freien die Quecksilberthermometer den Metallthermometern durchweg vorausseilen, ist nicht erwiesen.
2. Die Vermuthung des Herrn Börsch, dass in der Küstenvermessung die Temperaturangaben im Freien um Beträge von 0,5 bis 1,0 zu gross sind, ist mit Rücksicht auf die angewandte Vorsicht durchaus unwahrscheinlich.
3. Den Temperaturangaben der Küstenvermessung ist dieselbe Genauigkeit zuzuerkennen, wie denen der Gradmessung in Ostpreussen.
4. Die Deduktionen des Herrn Dr. Börsch sind also nicht geeignet, die Reellität der in der Küstenvermessung abgeleiteten Ausdehnungscoefficienten in Zweifel zu stellen.

Berlin, 1881 April 7.