nimmt man aus Meridianbeobachtungen den Wert von $b_0 = 4\overset{s}{,}7$, so wird mit $2V = 140$

$$\left(\frac{b_0}{2V}\right)^2 = (0\overset{s}{,}0336)^2 = (0\overset{''}{,}50)^2.$$

Setzt man den Wert von m^{*2} zu $(0\overset{''}{,}30)^2$ an, so läßt sich der Wert von m_r^2 abschätzen; die Beziehung (78a) gibt

$$m_r^2 = 0{,}75 - 0{,}25 - 0{,}09 = 0{,}41,$$

also

$$m_r = \pm\, 0\overset{''}{,}64.$$

Dieser große Betrag ist nicht sehr wahrscheinlich, wenn er ausschließlich der anomalen Refraktion zur Last gelegt werden müßte. Doch erfaßt die Beziehung (78a) sicher nicht alle systematischen Einflüsse, wie zum Beispiel Änderungen des Prismenwinkels infolge von Temperaturänderungen. Nimmt man m^* und m_r gleich groß an, nämlich zu $\pm 0\overset{''}{,}30$, so folgt aus der Beziehung (78a) der Wert

$$b_0 = 7\overset{s}{,}05.$$

Da man die Koinzidenz zweier Sternbilder nicht so genau auffassen kann wie den Moment der Bisektion beim Durchgang des Sternbildes durch einen festen Faden, so ist zu erwarten, daß man aus Astrolabbeobachtungen einen größeren Wert der Komponente b_0 erhält als aus Meridiandurchgängen; doch wird man die Vergrößerung vom Wert $4\overset{s}{,}7$ auf $7\overset{s}{,}05$ nicht ausschließlich diesem Umstand zur Last legen dürfen; man wird bei der Verteilung des Wertes 0,75 von m_0^2 auf einzelne Komponenten neben b_0, m^* und m_r noch nach weiteren Fehlerquellen suchen müssen.

ZAHLENBEISPIEL

Ort: Astronomische Anstalt der Universität Basel, Bernoullianum.
Instrument: Prismenastrolab.
Beobachter: Th. Niethammer.
Zeit: 17. Juli 1919.

Das verwendete Prismenastrolab besitzt kein Fadennetz, so daß die einzelne Durchgangszeit nur auf der Beobachtung des Koinzidenzmomentes beruht. Die beobachteten Uhrzeiten, die Azimute der Sterne und die scheinbaren Sternörter sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. Die Uhrzeiten sind nach der Aug- und Ohrmethode beobachtet und angenähert auf Sternzeit reduziert worden.

Tabelle 1

	τ Drac	δ Boot	110 Herc
Beobachtete Uhrzeit U_i . .	$16^h56^m37\overset{s}{,}78$	$17^h34^m22\overset{s}{,}36$	$17^h38^m25\overset{s}{,}51$
Rektaszension α_i	19 17 11,17	15 12 16,88	18 42 14,17
Poldistanz p_i	$16^0\,47'\,27\overset{''}{,}87$	$56^0\,22'\,56\overset{''}{,}63$	$69^0\,31'\,43\overset{''}{,}51$
Azimut a	$199\overset{0}{,}5$	$75\overset{0}{,}4$	$329^0 0$

Die Berechnung der fingierten Beobachtungsgrößen nach der Beziehung (75a) ist in der zweiten Tabelle gegeben; es sind folgende Näherungswerte verwendet worden:

$$u_0 = 0,$$
$$\Phi_0 = 42^0 26' 22{,}''00,$$
$$z_0 = 30\ 00\ 32{,}00.$$

Die Korrektion dr_i wegen der Änderung der Refraktion ist nicht angebracht worden.

Tabelle 2

	τ Drac	δ Boot	110 Herc
$U + u_0 - \alpha_i =$	$-\,2^h 20^m 33{,}^s 39$	$+\,2^h 22^m 05{,}^s 48$	$-\,1^h 03^m 48{,}^s 66$
$\cos p_i$	9,981 0773	9,743 2333	9,543 7419
$\sin p_i$	9,460 7215	9,920 5153	9,971 6690
$\cos p_i \cos \Phi$	9,849 1283	9,611 2843	9,411 7929
$\cos (U_i + u_0 - \alpha_i)$ . . .	9,912 6242	9,910 5626	9,982 9442
$\sin p_i \sin \Phi$	9,289 9034	9,749 6972	9,800 8509
$\sin p_i \sin \Phi \cos (U + u_0 - \alpha)$.	9,202 5276	9,660 2598	9,783 7951
$\log (a) - \log (b) =$	0,646 6007	0,048 9755	0,372 0022
Add.-log.	0,088 3599	0,277 2323	0,153 6983
$\cos \zeta_i$	9,937 4882	9,937 4921	9,937 4934
$\zeta_i =$	$30^0 00' 34{,}''92$	$30^0 00' 31{,}''73$	$30^0 00' 30{,}''66$

Die unbekannten Verbesserungen folgen aus den Gleichungen:

$$dz - 0{,}943\, d\Phi + 0{,}334\, du \sin \Phi = +\,2{,}''92,$$
$$dz + 0{,}252\, d\Phi - 0{,}968\, du \sin \Phi = -\,0{,}27,$$
$$dz + 0{,}857\, d\Phi + 0{,}515\, du \sin \Phi = -\,1{,}34;$$

die Auflösung führt zu folgenden Werten der Unbekannten z, Φ und u:

$$z = 30^0 00' 32{,}''00 + dz = 30^0 00' 32{,}''58$$
$$\Phi = 42\ 26\ 22{,}00 + d\Phi = 42\ 26\ 19{,}61$$
$$u = 0 + du = +\,0{,}^s 026.$$

Der Wert von u ist wegen der täglichen Aberration noch um

$$\delta u = +\,0{,}^s 021 \cos z = +\,0{,}^s 018$$

zu verbessern.

Die mittleren Fehler von u und von Φ können wir mit Hilfe der Beziehung (76b) abschätzen, da die drei Sterne sehr nahe in Azimutunterschieden von 120^0 beobachtet sind. Die Formel (77a) gibt mit $n = 1$ und mit $2\,V$ an Stelle von V

$$m_l^2 = \left(\frac{b_0}{2V}\right)^2 + a_0^2 \sin^2 p_i \sin^2 q_i + m^{*2} + m_r^2.$$

Als Faktor von a_0^2 führen wir den Mittelwert der drei Sterne, das ist 0,41, ein; es wird dann

$$m_l^2 = \left(\frac{b_0}{2V}\right)^2 + 0{,}41\, a_0^2 + m^{*2} + m_r^2.$$

Übernehmen wir die Zahlenwerte

$$\left(\frac{b_0}{2V}\right)^2 + m^{*2} + m_r^2 = 0{,}75,$$

$$a_0^2 = 2{,}02,$$

so erhält man

$$m_l^2 = 0{,}75 + 0{,}41 \cdot 2{,}02 = 1{,}58 = (1''{,}26)^2;$$

es wird also ($\sin \Phi = 0{,}675$):

$$m_u \sin \Phi = m_\Phi = \sqrt{\frac{2}{3}}\, 1''{,}26 = \pm\, 1''{,}03,$$

$$m_u = \pm\, 0^s{,}10.$$

b) Die simultane Bestimmung der Zeit, der Polhöhe und des Azimutes zweier Richtungen mit Hilfe von Vertikaldurchgängen [9a)]

1. *Die Funktionaldeterminante.* Es seien A_i, B_i, C_i die partiellen Ableitungen der Funktion

$$y_i = \operatorname{cotg} a \sin(U_i + u - \alpha_i) + \operatorname{cotg} p_i \sin \Phi - \cos \Phi \cos(U_i + u - \alpha_i) \tag{79}$$

nach u, a und Φ:

$$A_i = \frac{\partial y_i}{\partial u} = \frac{\cos \Phi \sin z_i + \sin \Phi \cos z_i \cos a}{\sin a \sin p_i},$$

$$B_i = \frac{\partial y_i}{\partial a} = -\frac{\sin z_i}{\sin a \sin p_i},$$

$$C_i = \frac{\partial y_i}{\partial \Phi} = \frac{\cos z_i}{\sin a}.$$

Die Funktionaldeterminante J der drei Funktionen y_i ($i = 1, 2, 3$) in bezug auf u, a und Φ als Unbekannte kann dann in der folgenden Form geschrieben werden:

$$J = S A_1 (B_2 C_3 - B_3 C_2),$$

worin S die durch zyklische Vertauschung entstehende Summe bezeichnet. Da

$$B_2 C_3 - B_3 C_2 = -\frac{\sin(z_2 - z_3)}{\sin^2 a \sin p_2 \sin p_3}$$

ist, wird

$$J \cdot \sin^3 a \sin p_1 \sin p_2 \sin p_3 = -S(\cos \Phi \sin z_1 + \sin \Phi \cos z_1) \sin(z_2 - z_3).$$

Da aber

$$S \sin z_1 \sin(z_2 - z_3) = 0,$$
$$S \cos z_1 \sin(z_2 - z_3) = 0$$

ist, wird J identisch gleich null; es besteht also eine Abhängigkeit zwischen den drei Unbekannten u, a und Φ.

Es sei Z' ein beliebig gewählter Punkt des Instrumentenvertikales und $\Phi' = PZ'$ seine Poldistanz. Ist a' das Azimut, unter welchem der Meridian