wird, so findet man leicht, daß

$$2\,(c_{32}^2 + c_{32}\,c_{21} + c_{21}^2) = 2\,(s_{32}^2 + s_{32}\,s_{21} + s_{21}^2) = \frac{2}{3}\,(s_{21}\,c_{32} - s_{32}\,c_{21})^2 = \frac{9}{2}$$

ist. Somit erhält man die Beziehung

$$m_u^2 \sin^2 \Phi = m_\Phi^2 = \frac{2}{3}\,m^2. \tag{76b}$$

Ist nicht nur *eine* Gruppe von drei Sternen in Azimutunterschieden von 120^0 beobachtet worden, sondern liegen N' solcher Gruppen vor, so daß das arithmetische Mittel der Gruppenwerte von u und von Φ als Endresultat aller Beobachtungen anzunehmen ist, so sind diesen Mittelwerten mittlere Fehler M_u und M_Φ beizulegen, die durch die Beziehung

$$M_u^2 \sin^2 \Phi = M_\Phi^2 = \frac{2\,m^2}{3\,N'}$$

gegeben werden. Da aber die Gesamtzahl aller einzelnen Beobachtungen gleich $3\,N'$ ist, so erhält man, wenn

$$3\,N' = N$$

gesetzt wird:

$$M_u \sin \Phi = M_\Phi = \pm \sqrt{\frac{2}{N}}\; m.$$

75c

6. *Das Gewicht der Fehlergleichung* (74c). In den vorangehenden Ausführungen haben wir angenommen, daß Fadendurchgänge oder Kontaktbeobachtungen gemacht worden seien. Die Reduktion auf die Zeit des Durchganges durch den Almukantarat des Mittelfadens ist nach der Beziehung (4) respektive (5b), Seite 33, zu berechnen. Das Prismenastrolab enthält in der vom Hersteller gelieferten Form kein Fadennetz, so daß nur der Moment der Koinzidenz der beiden Bilder beobachtet werden kann. Es besteht dann nicht die Möglichkeit, die mittleren Fehler in verschiedenen Azimuten durch die Zahl der beobachteten Fadendurchgänge — wenigstens angenähert — gleich groß zu machen.

Bei der Ableitung des Gewichtes, das der Fehlergleichung (75c) beizulegen ist, behalten wir die Annahme, daß die Zahl der Faden- oder Kontaktbeobachtungen gleich n sei, bei; die resultierende Gewichtsformel ist leicht auf den Fall, daß als Beobachtungszeiten nur Koinzidenzmomente vorliegen, zu spezialisieren; man hat nur $n = 1$ zu setzen und an Stelle der Vergrößerungszahl V den doppelten Betrag $2\,V$ einzuführen, weil die Relativgeschwindigkeit der beiden Sternbilder gegeneinander doppelt so groß ist als die Geschwindigkeit der Bewegung des einzelnen Bildes gegenüber einem festen Faden.

Es sei ε_l der wahre Fehler der fingierten Beobachtungsgrößen in den Fehlergleichungen (75c). Da l_i durch die Beziehung

$$l_i = \zeta_i - z_0 - dr_i$$

definiert ist, wird ε_l gleich dem wahren ε_ζ von ζ_i minus dem wahren Fehler von dr_i. Diesen dürfen wir vernachlässigen, da die Änderungen dr_i der Refraktion sehr klein sind. Dagegen führen wir einen Fehler ein, der anomale Refraktionsverhältnisse als Folge einer Zenitablenkung erfaßt, und bezeichnen diesen Fehler mit ε_r, so daß

$$\varepsilon_l = \varepsilon_\zeta + \varepsilon_r$$

wird.

Führt man den wahren Fehler ε_ζ auf die wahren Fehler ε_{U_i}, ε_{α_i}, ε_{p_i} zurück, so erhält man

$$\varepsilon_l = \varepsilon_{U_i} \sin p_i \sin q_i - (\varepsilon_{\alpha_i} \sin p_i \sin q_i - \varepsilon_{p_i} \cos q_i) + \varepsilon_r.$$

Der ε_l entsprechende mittlere Fehler wird also gleich

$$m_l^2 = m_{U_i}^2 \sin^2 p_i \sin^2 q_i + m^{*2} + m_r^2.$$

Führt man hierin m_{U_i} auf die Komponenten a_0 und b_0 sowie auf die Zahl n zurück, so wird

$$m_l^2 = \frac{1}{n}\left(\frac{b_0^2}{V^2} + a_0^2 \sin^2 p_i \sin^2 q_i\right) + m^{*2} + m_r^2. \tag{77a}$$

Faßt man die vom Sternort unabhängigen Glieder zusammen und setzt

$$m_0^2 = \frac{b_0^2}{nV^2} + m^{*2} + m_r^2$$

und führt für den Faktor von a_0^2 das gleichwertige Produkt $\sin^2 a_i \sin^2 \Phi_0$ ein, so erhält man als Gewicht g_i von l_i den Ausdruck:

$$g_i = \frac{\text{constans}}{m_0^2 + \frac{1}{n} a_0^2 \sin^2 \Phi_0 \sin^2 a_i}. \tag{77b}$$

Wird nur die Koinzidenz des reflektierten Bildes mit dem direkten beobachtet, so ist zu setzen

$$m_0^2 = \frac{b_0^2}{(2V)^2} + m^{*2} + m_r^2 \tag{78a}$$

und

$$g_i = \frac{\text{constans}}{m_0^2 + a_0^2 \sin^2 \Phi_0 \sin^2 a_i}. \tag{78b}$$

Für die Konstanten der Formel (78b) hat Dr. E. Hunziker*) aus seinen nach der Aug- und Ohrmethode angestellten Beobachtungen die folgenden Zahlenwerte abgeleitet:

$$m_0^2 = (0''\!,867)^2 = 0{,}75,$$
$$a_0^2 = (1''\!,421)^2 = 2{,}02.$$

Der Wert von $a_0 = 1''\!,412 = 0^s\!,094$ stimmt mit dem für diese Fehlerkomponente aus Meridianbeobachtungen abgeleiteten Wert $0^s\!,10$ gut überein. Über-

*) Band 19 der «Astronomisch-geodätischen Arbeiten in der Schweiz», Seite 45.

nimmt man aus Meridianbeobachtungen den Wert von $b_0 = 4{,}^{s}7$, so wird mit $2V = 140$

$$\left(\frac{b_0}{2V}\right)^2 = (0{,}^{s}0336)^2 = (0{,}''50)^2.$$

Setzt man den Wert von m^{*2} zu $(0{,}''30)^2$ an, so läßt sich der Wert von m_r^2 abschätzen; die Beziehung (78a) gibt

$$m_r^2 = 0{,}75 - 0{,}25 - 0{,}09 = 0{,}41,$$

also

$$m_r = \pm\, 0{,}''64.$$

Dieser große Betrag ist nicht sehr wahrscheinlich, wenn er ausschließlich der anomalen Refraktion zur Last gelegt werden müßte. Doch erfaßt die Beziehung (78a) sicher nicht alle systematischen Einflüsse, wie zum Beispiel Änderungen des Prismenwinkels infolge von Temperaturänderungen. Nimmt man m^* und m_r gleich groß an, nämlich zu $\pm 0{,}''30$, so folgt aus der Beziehung (78a) der Wert

$$b_0 = 7{,}^{s}05.$$

Da man die Koinzidenz zweier Sternbilder nicht so genau auffassen kann wie den Moment der Bisektion beim Durchgang des Sternbildes durch einen festen Faden, so ist zu erwarten, daß man aus Astrolabbeobachtungen einen größeren Wert der Komponente b_0 erhält als aus Meridiandurchgängen; doch wird man die Vergrößerung vom Wert $4{,}^{s}7$ auf $7{,}^{s}05$ nicht ausschließlich diesem Umstand zur Last legen dürfen; man wird bei der Verteilung des Wertes 0,75 von m_0^2 auf einzelne Komponenten neben b_0, m^* und m_r noch nach weiteren Fehlerquellen suchen müssen.

ZAHLENBEISPIEL

Ort: Astronomische Anstalt der Universität Basel, Bernoullianum.
Instrument: Prismenastrolab.
Beobachter: TH. NIETHAMMER.
Zeit: 17. Juli 1919.

Das verwendete Prismenastrolab besitzt kein Fadennetz, so daß die einzelne Durchgangszeit nur auf der Beobachtung des Koinzidenzmomentes beruht. Die beobachteten Uhrzeiten, die Azimute der Sterne und die scheinbaren Sternörter sind in der Tabelle 1 zusammengestellt. Die Uhrzeiten sind nach der Aug- und Ohrmethode beobachtet und angenähert auf Sternzeit reduziert worden.

Tabelle 1

	τ Drac	δ Boot	110 Herc
Beobachtete Uhrzeit U_i . .	$16^h 56^m 37{,}^s78$	$17^h 34^m 22{,}^s36$	$17^h 38^m 25{,}^s51$
Rektaszension α_i	19 17 11,17	15 12 16,88	18 42 14,17
Poldistanz p_i	$16^0\,47'\,27{,}''87$	$56^0\,22'\,56{,}''63$	$69^0\,31'\,43{,}''51$
Azimut a	$199{,}^05$	$75{,}^04$	$329^0 0$