die Änderung, welche die Refraktion r_i gegenüber einem durchschnittlichen konstanten Wert r_0 während der Beobachtungsdauer erleidet. Die wahre Zenitdistanz ζ_{i0} ist dann gleich

$$\zeta_{i0} = Z + r_0 + dr_i$$

oder, wenn

$$Z + r_0 = z$$

gesetzt wird, gleich

$$\zeta_{i0} = z + dr_i.$$

Sind nun z_0, u_0 und Φ_0 Näherungswerte der Unbekannten z, u und Φ, und dz, du und $d\Phi$ deren Verbesserungen, so daß

$$\begin{aligned}\zeta_{i0} &= z_0 + dz + dr_i,\\ u &= u_0 + du,\\ \Phi &= \Phi_0 + d\Phi\end{aligned}$$

wird, so erhält man durch Entwicklung der Gleichung

$$\cos(z_0 + dz + dr_i) - \cos(\Phi_0 + d\Phi)\cos p_i - \sin(\Phi_0 + d\Phi)\sin p_i \cos(U_i + u_0 + du - \alpha_i) = 0$$

unter Vernachlässigung kleiner Größen höherer Ordnung die Beziehung

$$\cos z_0 - \cos\Phi_0 \cos p_i - \sin\Phi_0 \sin p_i \cos(U_i + u_0 - \alpha_i) + du \sin\Phi_0 \sin z_0 \sin a_i - d\Phi \sin z_0 \cos a_i - (dz + dr_i)\sin z_0 = 0.$$

Definiert man nun den Winkel ζ_i durch die Gleichung

$$\cos\zeta_i = \cos\Phi_0 \cos p_i + \sin\Phi_0 \sin p_i \cos(U_i + u_0 - \alpha_i), \tag{75a}$$

und setzt

$$\begin{aligned}\cos z_0 - \cos\zeta_i &= -2\sin\frac{z_0 + \zeta_i}{2}\sin\frac{z_0 - \zeta_i}{2}\\ &= \sin z_0 \cdot (\zeta_i - z_0) + \cdots,\end{aligned}$$

so erhält man die Beziehung

$$(dz + dr_i) - du \sin\Phi_0 \sin a_i + d\Phi \cos a_i = \zeta_i - z_0$$

oder, wenn man als fingierte Beobachtungsgrößen einführt

$$l_i = \zeta_i - z_0 - dr_i: \tag{75b}$$

$$dz - du \sin\Phi_0 \sin a_i + d\Phi \cos a_i = l_i + \lambda_i, \tag{75c}$$

worin λ_i die scheinbaren Fehler sind, deren Quadratsumme zu einem Minimum zu machen ist, wenn überschüssige Beobachtungen vorhanden sind.

4. *Die Berücksichtigung der täglichen Aberration.* Der Einfluß der täglichen Aberration kann leicht nachträglich in Rechnung gestellt werden.

Die Korrektion δl_i, die an den fingierten Beobachtungsgrößen l_i anzubringen ist, wenn zu deren Berechnung die scheinbaren Örter nicht wegen der täglichen Aberration verbessert worden sind, wird durch den Ausdruck

$$\delta l_i = -(\sin q_i\, d\alpha_i \sin p_i - \cos q_i\, dp_i)$$

gegeben, in welchem zu setzen ist

$$d\alpha_i \sin p_i = +\,0'',322 \sin \Phi \cos t_i,$$
$$dp_i = -\,0'',322 \sin \Phi \sin t_i \cos p_i.$$

Da aber

$$\cos t_i \sin q_i + \sin t_i \cos q_i \cos p_i = \sin a_i \cos z$$

ist, wird

$$\delta l_i = -\,0'',322 \sin \Phi \cos z \sin a_i.$$

Verbessert man um diesen Betrag die Werte von l_i in den Fehlergleichungen, so lassen sie sich, wenn

$$du' = du - 0'',322 \cos z$$

gesetzt wird, in der alten Form schreiben:

$$dz - du' \sin \Phi_0 \sin a_i + d\Phi \cos a_i = l_i + \lambda_i.$$

Daraus ist ersichtlich, daß man an dem Wert du, der ohne Rücksicht auf den Einfluß der täglichen Aberration ermittelt wird, die Korrektion

$$\delta u = +\,0'',322 \cos z = +\,0^s,021 \cos z$$

anzubringen hat. Die andern Unbekannten, dz und $d\Phi$, bedürfen keiner Verbesserung.

5. *Die mittleren Fehler der Unbekannten.* Im Differentialausdruck des Cosinussatzes:

$$dz + d\Phi \cos a_i - du \sin \Phi \sin a_i$$
$$= dU_i \sin p_i \sin q_i - (d\alpha_i \sin p_i \sin q_i - dp_i \cos q_i)$$

identifizieren wir dU_i, $d\alpha_i$, dp_i mit den wahren Fehlern der Größen U_i, α_i, p_i und setzen

$$\varepsilon_i = \varepsilon_{U_i} \sin p_i \sin q_i - (\varepsilon_{\alpha_i} \sin p_i \sin q_i - \varepsilon_{p_i} \cos q_i);$$

mittels der Beziehungen

$$\varepsilon_z + \varepsilon_\Phi \cos a_1 - \varepsilon_u \sin \Phi \sin a_1 = \varepsilon_1,$$
$$\varepsilon_z + \varepsilon_\Phi \cos a_2 - \varepsilon_u \sin \Phi \sin a_2 = \varepsilon_2,$$
$$\varepsilon_z + \varepsilon_\Phi \cos a_3 - \varepsilon_u \sin \Phi \sin a_3 = \varepsilon_3$$

führen wir die wahren Fehler ε_Φ und ε_u auf die wahren Fehler ε_{U_i}, ε_{α_i} und