Es sind zwei strenge Lösungen der Aufgabe, u und Φ aus den Gleichungen

$$y_2 - y_1 = 0$$
$$y_3 - y_2 = 0,$$

zu berechnen, bekannt; die eine geht auf CAGNOLI zurück, die andere stammt von GAUSS. Wir behandeln diese Lösungen nicht, sondern besprechen nur die Lösung, die von bekannten Näherungswerten ausgeht. Zur Berechnung der unbekannten Verbesserungen der Näherungswerte liegen dann lineare Beziehungen vor; diese vermitteln die Lösung auch dann, wenn die Durchgänge von mehr als 3 Sternen beobachtet worden sind.

2. *Allgemeine Bemerkungen; das Prismenastrolab.* Zur Beobachtung der Durchgänge durch einen bestimmten Almukantarat hat man besondere Instrumente konstruiert; das bekannteste ist das Prismenastrolab von CLAUDE und DRIENCOURT. Das Fernrohr dieses Instrumentes wird nur in horizontaler Stellung benützt und kann durch Drehung um eine vertikale Achse in jedes beliebige Azimut gebracht werden. Vor dem Objektiv ist ein gleichseitiges Prisma befestigt; eine Fläche desselben kann durch Autokollimation senkrecht zur optischen Achse des Fernrohres gestellt werden. Liegen die Kanten des Prismas horizontal, so dringen die Strahlen eines Sternes in 30^0 Zenitdistanz senkrecht durch die obere Fläche in das Prisma ein und werden von der unteren in horizontaler Richtung in das Fernrohr geworfen. Vor dem Prisma wird ein Quecksilberhorizont aufgestellt; er wirft die vom Stern kommenden Strahlen auf die untere Fläche des Prismas, sie durchdringen diese in senkrechter Richtung und werden von der oberen Fläche ebenfalls in horizontaler Richtung in das Fernrohr geworfen. Im Gesichtsfeld bewegen sich die beiden Sternbilder in entgegengesetzter Richtung. Das Fernrohr wird durch Korrektionsschrauben so gestellt, daß die beiden Sternbilder in unmittelbarer Nähe der optischen Achse aneinander vorbeigehen. Im Moment der Koinzidenz befindet sich dann der Stern in einer bestimmten, durch die Prismenwinkel bestimmten scheinbaren Zenitdistanz; sie ist nur dann genau gleich 30^0, wenn die drei Prismenwinkel genau gleich 60^0 sind. Das Instrument gestattet also, die Durchgänge der Sterne durch einen Almukantarat von bestimmter Zenitdistanz zu beobachten, ohne daß die Hilfe eines Niveaus in Anspruch genommen werden muß. Es ist nur notwendig, die Änderungen, welche die wahren Zenitdistanzen infolge von Änderungen der meteorologischen Verhältnisse erleiden, in Rechnung zu stellen.

3. *Die Reduktionsformeln.* Die linearen Beziehungen, welche die Kenntnis der unbekannten Verbesserungen der Näherungswerte vermitteln, erhält man auf folgendem Weg. Es sei Z der konstante Wert der Instrumentalzenitdistanz, in der die Durchgänge beobachtet werden, und

$$dr_i = r_i - r_0$$

die Änderung, welche die Refraktion r_i gegenüber einem durchschnittlichen konstanten Wert r_0 während der Beobachtungsdauer erleidet. Die wahre Zenitdistanz ζ_{i0} ist dann gleich

$$\zeta_{i0} = Z + r_0 + dr_i$$

oder, wenn

$$Z + r_0 = z$$

gesetzt wird, gleich

$$\zeta_{i0} = z + dr_i.$$

Sind nun z_0, u_0 und Φ_0 Näherungswerte der Unbekannten z, u und Φ, und dz, du und $d\Phi$ deren Verbesserungen, so daß

$$\begin{aligned} \zeta_{i0} &= z_0 + dz + dr_i, \\ u &= u_0 + du, \\ \Phi &= \Phi_0 + d\Phi \end{aligned}$$

wird, so erhält man durch Entwicklung der Gleichung

$$\cos(z_0 + dz + dr_i) - \cos(\Phi_0 + d\Phi)\cos p_i - \sin(\Phi_0 + d\Phi)\sin p_i \cos(U_i + u_0 + du - \alpha_i) = 0$$

unter Vernachlässigung kleiner Größen höherer Ordnung die Beziehung

$$\cos z_0 - \cos\Phi_0 \cos p_i - \sin\Phi_0 \sin p_i \cos(U_i + u_0 - \alpha_i) + du \sin\Phi_0 \sin z_0 \sin a_i - d\Phi \sin z_0 \cos a_i - (dz + dr_i)\sin z_0 = 0.$$

Definiert man nun den Winkel ζ_i durch die Gleichung

$$\cos\zeta_i = \cos\Phi_0 \cos p_i + \sin\Phi_0 \sin p_i \cos(U_i + u_0 - \alpha_i), \tag{75a}$$

und setzt

$$\cos z_0 - \cos\zeta_i = -2\sin\frac{z_0 + \zeta_i}{2}\sin\frac{z_0 - \zeta_i}{2} = \sin z_0 \cdot (\zeta_i - z_0) + \cdots,$$

so erhält man die Beziehung

$$(dz + dr_i) - du \sin\Phi_0 \sin a_i + d\Phi \cos a_i = \zeta_i - z_0$$

oder, wenn man als fingierte Beobachtungsgrößen einführt

$$l_i = \zeta_i - z_0 - dr_i: \tag{75b}$$

$$dz - du \sin\Phi_0 \sin a_i + d\Phi \cos a_i = l_i + \lambda_i, \tag{75c}$$

worin λ_i die scheinbaren Fehler sind, deren Quadratsumme zu einem Minimum zu machen ist, wenn überschüssige Beobachtungen vorhanden sind.

4. *Die Berücksichtigung der täglichen Aberration.* Der Einfluß der täglichen Aberration kann leicht nachträglich in Rechnung gestellt werden.