VI. KAPITEL

Simultane Bestimmungen

a) Die simultane Bestimmung der Zeit und der Polhöhe mit Hilfe von Almukantaratdurchgängen

1. *Die Funktionaldeterminante.* Soll die Uhrkorrektion und die Polhöhe neben der Instrumentalzenitdistanz aus den Durchgängen dreier Sterne durch denselben Almukantarat berechnet werden können, so darf die Funktionaldeterminante der drei Funktionen

$$y_i = \cos z - \cos p_i \cos \Phi - \sin p_i \sin \Phi \cos (U_i - u - \alpha_i) \qquad (i = 1, 2, 3)$$

in bezug auf die Unbekannten u, Φ und z nicht verschwinden. Setzt man

$$A_i = \frac{\partial y_i}{\partial u} = \quad \sin \Phi \sin z \sin a_i,$$

$$B_i = \frac{\partial y_i}{\partial \Phi} = - \sin z \cos a_i,$$

$$C_i = \frac{\partial y_i}{\partial z} = \sin z,$$

so wird die Funktionaldeterminante J gleich:

$$J = S\, A_1 (B_2\, C_3 - B_3\, C_2),$$

worin S die durch zyklische Vertauschung entstehende Summe bezeichnet. Es ist

$$J = \sin \Phi \sin^3 z\, S \sin a_1 (\cos a_2 - \cos a_3).$$

Da aber

$$\begin{aligned} S \sin a_1 (\cos a_2 - \cos a_3) &= \sin a_1 (\cos a_2 - \cos a_3) + \sin a_2 (\cos a_3 - \cos a_1) \\ &\qquad + \sin a_3 (\cos a_1 - \cos a_2) \\ &= \sin a_1 (\cos a_2 - \cos a_3) - \cos a_1 (\sin a_2 - \sin a_3) \\ &\qquad + \sin (a_2 - a_3) \end{aligned}$$

ist, verschwindet J nur, wenn von den 3 Azimuten 2 einander gleich werden.

Es sind zwei strenge Lösungen der Aufgabe, u und Φ aus den Gleichungen

$$y_2 - y_1 = 0$$
$$y_3 - y_2 = 0,$$

zu berechnen, bekannt; die eine geht auf CAGNOLI zurück, die andere stammt von GAUSS. Wir behandeln diese Lösungen nicht, sondern besprechen nur die Lösung, die von bekannten Näherungswerten ausgeht. Zur Berechnung der unbekannten Verbesserungen der Näherungswerte liegen dann lineare Beziehungen vor; diese vermitteln die Lösung auch dann, wenn die Durchgänge von mehr als 3 Sternen beobachtet worden sind.

2. *Allgemeine Bemerkungen; das Prismenastrolab.* Zur Beobachtung der Durchgänge durch einen bestimmten Almukantarat hat man besondere Instrumente konstruiert; das bekannteste ist das Prismenastrolab von CLAUDE und DRIENCOURT. Das Fernrohr dieses Instrumentes wird nur in horizontaler Stellung benützt und kann durch Drehung um eine vertikale Achse in jedes beliebige Azimut gebracht werden. Vor dem Objektiv ist ein gleichseitiges Prisma befestigt; eine Fläche desselben kann durch Autokollimation senkrecht zur optischen Achse des Fernrohres gestellt werden. Liegen die Kanten des Prismas horizontal, so dringen die Strahlen eines Sternes in 30^0 Zenitdistanz senkrecht durch die obere Fläche in das Prisma ein und werden von der unteren in horizontaler Richtung in das Fernrohr geworfen. Vor dem Prisma wird ein Quecksilberhorizont aufgestellt; er wirft die vom Stern kommenden Strahlen auf die untere Fläche des Prismas, sie durchdringen diese in senkrechter Richtung und werden von der oberen Fläche ebenfalls in horizontaler Richtung in das Fernrohr geworfen. Im Gesichtsfeld bewegen sich die beiden Sternbilder in entgegengesetzter Richtung. Das Fernrohr wird durch Korrektionsschrauben so gestellt, daß die beiden Sternbilder in unmittelbarer Nähe der optischen Achse aneinander vorbeigehen. Im Moment der Koinzidenz befindet sich dann der Stern in einer bestimmten, durch die Prismenwinkel bestimmten scheinbaren Zenitdistanz; sie ist nur dann genau gleich 30^0, wenn die drei Prismenwinkel genau gleich 60^0 sind. Das Instrument gestattet also, die Durchgänge der Sterne durch einen Almukantarat von bestimmter Zenitdistanz zu beobachten, ohne daß die Hilfe eines Niveaus in Anspruch genommen werden muß. Es ist nur notwendig, die Änderungen, welche die wahren Zenitdistanzen infolge von Änderungen der meteorologischen Verhältnisse erleiden, in Rechnung zu stellen.

3. *Die Reduktionsformeln.* Die linearen Beziehungen, welche die Kenntnis der unbekannten Verbesserungen der Näherungswerte vermitteln, erhält man auf folgendem Weg. Es sei Z der konstante Wert der Instrumentalzenitdistanz, in der die Durchgänge beobachtet werden, und

$$dr_i = r_i - r_0$$