in welcher $z_0$ die Zenitdistanz des Objektes bedeutet. Mit $\cos i = 1$ und $\sin i = i$ wird

$$\Delta a = (f - i \cos z_0) \operatorname{cosec} z_0.$$

Bedeutet $a_V$ das Azimut des in der Richtung des Objektes liegenden Instrumentenvertikales, so wird das Azimut $A$ des Objektes gleich

$$A = a_V + (f - i \cos z_0) \operatorname{cosec} z_0.$$

6. *Die Reduktionsformeln der indirekten Methode.* Ist $a^*$ das Azimut des Polarsternes und $a_{Obj}$ das Azimut des Objektes, so wird

$$a_{Obj} = a^* + (a_{Obj} - a^*). \tag{70}$$

Die Differenz $(a_{Obj} - a^*)$ kann auf die Differenz der Kreisablesungen bei den Einstellungen auf das Objekt und auf den Polarstern zurückgeführt werden. Es sei $a_0$ das Azimut des Instrumentenvertikales bei der Einstellung auf das Objekt und $a$ das Azimut des Instrumentenvertikales bei der Einstellung auf den Polarstern.

Sind $A_{Obj}$ und $A^*$ die Kreisablesungen bei den beiden Einstellungen, so ist

$$a_0 - a = \pm (A_{Obj} - A^*),$$

worin das obere oder untere Zeichen zu nehmen ist, je nachdem die Kreislesungen mit wachsendem Azimut zu- oder abnehmen.

Die Differenz $(a_{Obj} - a^*)$ läßt sich auf die Differenz $(a_0 - a)$ zurückführen mit Hilfe der Abstände $F_0$ und $F^*$ des Objektes respektive des Sternes vom zugehörigen Instrumentenvertikal; es ist

$$\sin (a^* - a) = \sin F^* \operatorname{cosec} z^*,$$
$$\sin (a_{Obj} - a_0) = \sin F_0 \operatorname{cosec} z_0$$

oder

$$a^* - a = F^* \operatorname{cosec} z^* = (i^* \cos z^* \pm c) \operatorname{cosec} z^*,$$
$$a_{Obj} - a_0 = F_0 \operatorname{cosec} z_0 = (i_0 \cos z_0 \pm c) \operatorname{cosec} z_0.$$

Hierin sind die Neigungen $i^*$ und $i_0$ auf das westliche respektive linke Achsenende zu beziehen; $c$ ist die Kollimation. Es wird also

$$a_{Obj} = a^* \pm (A_{Obj} - A^*) + (i_0 \cos z_0 \pm c) \operatorname{cosec} z_0 - (i^* \cos z^* \pm c) \operatorname{cosec} z^*. \tag{71a}$$

Das von Norden nach Osten genommene Azimut $a_N = a^* - 180^0$ des Polarsterns folgt aus der Beziehung

$$\operatorname{tg} a_N = - \frac{\operatorname{tg} p \operatorname{cosec} \Phi \sin t}{1 - \operatorname{tg} p \operatorname{cotg} \Phi \cos t}. \tag{71b}$$

Wird der scheinbare Ort nicht wegen der täglichen Aberration verbessert, so ist am Azimut des Objektes, das nach der Beziehung (71a) berechnet wird, noch die Verbesserung

$$+\,0\overset{\prime\prime}{,}322 \sin \Phi \operatorname{cosec} z^{*} \cos a_N \sim +\,0\overset{\prime\prime}{,}322 \sin \Phi \operatorname{cosec} z^{*}$$

anzubringen, wie sich aus der Beziehung (63, 2), Seite 130, ergibt.

7. *Die Laplacesche Kontrollgleichung*[8]). Es sei (vergleiche Figur 18) $\Lambda$ die astronomisch bestimmte Länge eines Punktes und $\Phi$ die Poldistanz seines Zenites $Z$. Durch eine trigonometrische Vermessung habe sich in bezug auf denselben Anfangsmeridian als geodätische Länge des Punktes der Wert $\Lambda'$ und als Poldistanz des geodätischen Zenites $Z'$ der Wert $\Phi'$ ergeben. $ZO$ sei der Vertikal eines irdischen Objektes und $a$ dessen Azimut. $Z'O$ bildet dann mit dem geodätischen Meridian $PZ'$ das geodätische Azimut $a'$. Da durch die Triangulation die Lage des geodätischen Zenites $Z'$ gegenüber dem astronomischen Zenit $Z$ festgelegt ist, muß zwischen $a$ und $a'$ eine Beziehung bestehen; diese Beziehung, die als Laplacesche Gleichung bekannt ist, kann auf folgendem Weg abgeleitet werden.

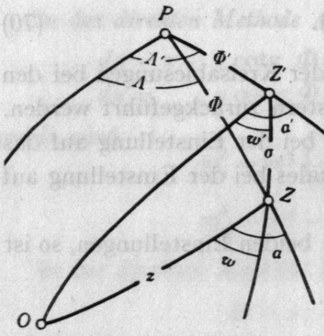

Fig. 18

Es ist

$$ZZ' = \sigma$$

die Lotablenkung des Zenites. Der Großkreis $ZZ'$ bilde mit dem Vertikal $ZO$ den Winkel $w$ und mit dem geodätischen Vertikal $Z'O$ den Winkel $w'$. Dann gibt das Dreieck $PZZ'$ die Beziehung:

$$\sin(\Lambda' - \Lambda) \cos \Phi = -\cos(a' - w') \sin(a - w) + \sin(a' - w') \cos(a - w) \cos \sigma,$$

oder, da $\sigma$ ein kleiner Winkel ist, dessen Cosinus gleich 1 gesetzt werden darf:

$$\sin(\Lambda' - \Lambda) \cos \Phi = \sin\big((a' - a) - (w' - w)\big). \tag{72}$$

Im Dreieck $OZZ'$ ist

$$\operatorname{cotg} z \sin \sigma = -\cos \sigma \cos w + \sin w \operatorname{cotg} w';$$

setzt man hierin $\sin \sigma = \sigma$ und $\cos \sigma = 1$, so erhält man

$$\sigma \sin w' \operatorname{cotg} z = -\sin(w' - w).$$

Ist $z = 90^0$, das heißt liegt das Objekt im Horizont, so ist $w' - w = 0$; ist $z$ nahe gleich $90^0$, so ist $w' - w$ eine kleine Größe höherer Ordnung gegenüber $\sigma$ und darf in der Beziehung (72) neben $a' - a$ vernachlässigt werden. Man erhält dann, wenn die Sinus der kleinen Winkel durch ihre Argumente ersetzt werden, aus (72):

$$(\Lambda' - \Lambda) \cos \Phi = a' - a$$

oder

$$(a - \Lambda \cos \Phi) - (a' - \Lambda' \cos \Phi) = 0.$$