gehen; es ist dann wegen $z = 45^0$:

$$\cos^2 q \sin^2 p = \sin^2 z \cos^2 \Phi = \frac{1}{2} \cos^2 \Phi,$$

so daß sich die obige Bedingung in der folgenden Form schreiben läßt:

$$2\,n = \frac{2V^2}{b_0^2}\left(\frac{1}{2}\,a_0^2 \cos^2 \Phi + \frac{b_0^2}{V^2}\right)(1 + \sin^2 \Phi);$$

unter der Annahme, daß die Vergrößerung V so gewählt werde, daß

$$\frac{V a_0}{b_0} = 1$$

ist, erhält man schließlich:

$$2\,n = (2 + \cos^2 \Phi)\;(2 - \cos^2 \Phi) = 4 - \cos^4 \Phi.$$

Es wird somit $2\,n = 3$ für $\Phi = 0^0$ und $2\,n = 4$ für $\Phi = 90^0$, das heißt, beobachtet man in der direkten Azimutbestimmung B die Durchgänge der Sterne insgesamt an $2\,n$, das heißt an 3 bis 4 Fäden, so erhält man das Azimut des Instrumentenvertikales mit derselben Genauigkeit wie in der indirekten Bestimmung. Gewöhnlich beobachtet man die Durchgänge an 10 Fäden oder an 20 Kontakten. Berücksichtigt man noch, daß die Winkelmessung der indirekten Methode erheblich ungenauer ist als der mikrometrische Anschluß der direkten Methode, so wird die Überlegenheit der direkten Methode über die indirekte offensichtlich.

Daß auch die Methode A der direkten Bestimmung innerhalb des Azimutbereiches, in dem sie angewendet werden kann, der indirekten Bestimmung überlegen ist, braucht keinen besonderen Nachweis, da die direkten Methoden A und B gleichwertig sind.

Werden die Sterndurchgänge durch die Fäden eines Netzes mit einem Handtaster auf dem Chronographen registriert, so kann der Beobachter die in Zenitdistanz erforderliche Nachführung des Fernrohres selbst übernehmen, da er eine Hand frei hat. Wird das unpersönliche Mikrometer zur Beobachtung der Durchgänge benützt, so ist es in größerer Entfernung vom Meridian notwendig, das Fernrohr dem Stern automatisch nachfolgen zu lassen, wozu die Seite 29/30 beschriebene Vorrichtung dienen kann.

4. *Die Reduktionsformeln der direkten Methode.* Wir betrachten den Fall, daß die Uhrzeit U_1 des Durchganges des Südsternes und die Uhrzeit U_2 des Durchganges des Nordsternes durch den Instrumentenvertikal bekannt sei; diese Zeiten sind aus den Faden- oder Kontaktbeobachtungen mit Hilfe der Beziehungen (6) und (9) abzuleiten. Den Fall, daß der Nordstern in der Nähe der größten Digression beobachtet werde, können wir auf den Fall, daß die Zeit des Durchganges durch den Instrumentenvertikal gegeben sei, zurückführen.

Um den Instrumentenvertikal gegenüber dem Pol P des Äquators festzulegen, fällen wir das Lot von P auf den Vertikal und geben die Poldistanz p_0 des Fußpunktes dieses Lotes an. Ist p_0 bekannt, so ist die Aufgabe der Azimutbestimmung grundsätzlich gelöst, da jetzt die Lage des Zenites auf dem Instrumentenvertikal und damit die Lage des Meridianes durch ein rechtwinkliges Dreieck, von dem zwei Stücke bekannt sind, gegeben ist; die beiden Stücke sind p_0 und die Poldistanz Φ des Zenites im direkten Verfahren A und p_0 und der Stundenwinkel des von P aus gefällten Lotes im direkten Verfahren B.

Die Länge p_0 und die Differenz des Stundenwinkels t_0 des Lotes gegenüber dem Stundenwinkel t_1 oder t_2 lassen sich aus den gegebenen Größen in folgender Weise ermitteln. Wir setzen zur Abkürzung

$$t_1 - t_0 = t_{10},$$
$$t_2 - t_0 = t_{20}.$$

Eliminiert man aus den Beziehungen

$$\cos t_{10} = \operatorname{cotg} p_1 \operatorname{tg} p_0,$$
$$\cos t_{20} = \operatorname{cotg} p_2 \operatorname{tg} p_0,$$

tg p_0 und setzt dann

$$t_{20} = t_{10} - (t_1 - t_2) = t_{10} - t_{12},$$

so erhält man eine Beziehung mit t_{10} als einziger Unbekannten; sie lautet

$$\operatorname{cotg} t_{10} = \frac{\operatorname{cotg} p_1 \operatorname{tg} p_2 \sin t_{12}}{1 - \operatorname{cotg} p_1 \operatorname{tg} p_2 \cos t_{12}}. \tag{58}$$

Es folgt dann p_0 aus der Beziehung

$$\operatorname{tg} p_0 = \cos t_{10} \operatorname{tg} p_1 \equiv \cos t_{20} \operatorname{tg} p_2 \tag{59}$$

mit

$$t_{20} = t_{10} - t_{12}$$

und

$$t_{12} = (U_1 - U_2) - (\alpha_1 - \alpha_2).$$

Im direkten Verfahren A, wo die Polhöhe bekannt ist, führt jetzt die Beziehung

$$\sin a = \sin p_0 \operatorname{cosec} \Phi \tag{60}$$

zur Kenntnis des Azimutes a des Instrumentenvertikals. Daß man a aus der Sinusfunktion ermitteln muß, bedeutet keine Beeinträchtigung der Rechnungsgenauigkeit, da man das Verfahren A nur anwenden darf, wenn die Absolutwerte des Azimutes erheblich unterhalb 45° liegen.

Im direkten Verfahren B, wo die Uhrkorrektion bekannt ist, leitet man zuerst den Stundenwinkel t_0 ab:

$$t_0 = t_1 - t_{10} = (U_1 + u - a_1) - t_{10}$$
$$= t_2 - t_{20} = (U_2 + u - a_2) - t_{20};$$

damit erhält man den Wert der Unbekannten Φ:

$$\operatorname{tg} \Phi = \operatorname{tg} p_0 \sec t_0 \tag{61}$$

und schließlich das Azimut a aus:

$$\operatorname{tg} a = - \operatorname{cotg} t_0 \sec \Phi. \tag{62}$$

Der Einfluß der *täglichen Aberration* kann leicht nachträglich angebracht werden, so daß es nicht nötig ist, die Ephemeridenörter wegen der täglichen Aberration zu korrigieren. Setzt man in

$$df^* = \cos q \sin p \, d\alpha + \sin q \, dp$$

$$\sin p \, d\alpha = + 0{,}''322 \sin \Phi \cos t,$$

$$dp = - 0{,}322 \sin \Phi \sin t \cos p,$$

so erhält man

$$df^* = 0{,}''322 \sin \Phi \cos a.$$

Die am Azimut wegen der täglichen Aberration anzubringende Verbesserung δa folgt aus den Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} \sin z_1 \, \delta a &= - 0{,}''322 \sin \Phi \cos a + \cos q_1 \sin p_1 \, du + \cos z_1 \sin a \, d\Phi, \\ \sin z_2 \, \delta a &= + 0{,}322 \sin \Phi \cos a + \cos q_2 \sin p_2 \, du - \cos z_2 \sin a \, d\Phi, \end{aligned}\right\} \tag{63}$$

indem man in der Methode A $d\Phi = 0$ setzt und du eliminiert, in der Methode B $du = 0$ setzt und $d\Phi$ eliminiert; a ist das Azimut des Sternes (α_1, p_1).

Die Elimination von du führt zur Beziehung

$$\delta a = + 0{,}''322 \cos \Phi \frac{\sin z_1 + \sin z_2}{\sin (z_1 + z_2)}, \tag{64}$$

die Elimination von $d\Phi$ zur Beziehung

$$\delta a = - 0{,}''322 \sin \Phi \cos a \frac{\cos z_1 - \cos z_2}{\sin (z_1 + z_2)}. \tag{65}$$

Beobachtung eines polnahen Sternes oder eines Sternes in der Nähe der größten Digression

Hat der im Norden beobachtete Stern eine sehr kleine Poldistanz oder befindet er sich in der Nähe der größten Digression, so stellt man den beweglichen Faden in beiden Lagen auf den Stern ein und leitet nach der Beziehung (8b), Seite 38, den zur mittleren Uhrzeit $\overline{U}$ gehörigen Abstand $\overline{f}$ des Sternes vom Achsenäquator ab. Setzt man

$$F = \overline{f} + i \cos z,$$

so ist $90^0 + F$ bis auf kleine Größen höherer Ordnung der Abstand des Ortes $\overline{S}$ zur Zeit $\overline{U}$ vom Pol Q_0 des Instrumentenvertikales; es ist also

$$- \sin F = \cos p \cos \nu + \sin p \sin \nu \cos (\mu - \overline{t}).$$

Schneidet der Deklinationskreis $P\bar{S}$ den Instrumentenvertikal im Punkte $\bar{S}'$ und setzt man $P\bar{S}' = p'$, so ist

$$0 = \cos p' \cos \nu + \sin p' \sin \nu \cos (\mu - \bar{t}).$$

Aus der Differenz dieser beiden Beziehungen erhält man mit

$$\bar{p} = \frac{1}{2}(p + p')$$

leicht:

$$2 \sin \frac{p' - p}{2} = -\sin F \,/\, \left(\cos \nu \sin \bar{p} - \sin \nu \cos \bar{p} \cos (\mu - \bar{t})\right). \tag{66}$$

Man wird meist p auf p' umrechnen können mit Hilfe der Beziehung

$$p' - p = -F \,/\, \left(\cos \nu \sin p - \sin \nu \cos p \cos (\mu - \bar{t})\right);$$

sie läßt sich wegen der Näherungsbeziehung

$$\sin q = \cos \nu \sin p - \sin \nu \cos p \cos (\mu - \bar{t})$$

in der Form

$$p' = p - F \operatorname{cosec} q$$

schreiben. Einen ausreichend genauen Wert von q erhält man meist schon aus

$$\sin q = \sin \Phi \sin \bar{t} \operatorname{cosec} z.$$

Mit dem Wert von p' an Stelle des Wertes von p für den Nordstern darf man jetzt die abgeleiteten Reduktionsformeln zur Berechnung des Instrumentenazimutes benützen.

5. *Ermittlung der Unbekannten in den beiden direkten Verfahren durch eine Ausgleichung.* Hat man nicht nur je *einen* Stern zu beiden Seiten des Zenites beobachtet, sondern eine Reihe von Sternen, so wird man, insofern man sich auf die Konstanz des Instrumentenazimutes verlassen kann, die Unbekannten aus der Gesamtheit der Beobachtungen nach den Vorschriften der Ausgleichungsrechnung ermitteln. Um die zur Ausgleichung erforderlichen linearen Beziehungen aufzustellen, führen wir Näherungswerte der Unbekannten ein und berechnen deren Verbesserungen; wir setzen

$$u = u_0 + du,$$
$$\Phi = \Phi_0 + d\Phi$$

und berechnen die zu den Näherungswerten u_0 und Φ_0 gehörigen Azimutwerte a_i aus der Beziehung

$$\operatorname{tg} a_i = \frac{\operatorname{tg} p_i \operatorname{cosec} \Phi_0 \sin (U_i + u_0 - \alpha_i)}{l - \operatorname{tg} p_i \operatorname{cotg} \Phi_0 \cos (U_i + u_0 - \alpha_i)} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

An den Werten a_i hat man eine Verbesserung da_i anzubringen, durch die sie in die wahren Werte des Azimutes a des Instrumentenvertikales im Süden oder