von $\varkappa_0$ korrigiert werden; diese Korrektion beträgt

$$d\Phi = \Phi - \Phi_0 = \mp \varkappa_0 \frac{\sin(z_e - z_w)}{\sin(z_e + z_w)}, \quad \begin{cases} \text{*W, N–S; *E, S–N,} \\ \text{*W, S–N; *E, N–S,} \end{cases} \tag{51c}$$

wie sich aus dem Differentialausdruck des Kotangentensatzes ergibt. Setzt man darin

$$df = \sin p \cos q \, dt,$$

so bedeutet $90^0 - df$ den Abstand des in den Ort $(t + dt, dp)$ verschobenen Sternes von demjenigen Pol des Instrumentalvertikales, dessen Azimut um 90^0 größer ist als das Azimut des Sternes. Es lauten also, da df gleich $\pm \varkappa_0 \cos z$ zu setzen ist, die beiden Differentialausdrücke

$$\text{*W:}\ \sin z_w \, da = \cos z_w \, d\Phi \sin a_w \pm \varkappa_0 \cos z_w, \quad \begin{cases} \text{Ok N–S,} \\ \text{Ok S–N,} \end{cases}$$

$$\text{*E:}\ \sin z_e \, da = \cos z_e \, d\Phi \sin a_e \pm \varkappa_0 \cos z_e, \quad \begin{cases} \text{Ok S–N,} \\ \text{Ok N–S.} \end{cases}$$

Setzt man hierin $\sin a_w = -\sin a_e = +1$ und eliminiert aus je zweien dieser Beziehungen die Azimutverbesserung da, indem man die Okularfolge «*W, N–S» mit der Okularfolge «*E, S–N» oder «*W, S–N» mit «*E, N–S» kombiniert, so erhält man die Beziehung (51c).

2. *Der Einfluß der täglichen Aberration.* Setzt man im Differentialausdruck des Kotangentensatzes $dU = du = 0$ und

$$d\alpha \sin p = +0{,}''322 \sin \Phi \cos t,$$
$$dp = -0{,}322 \sin \Phi \sin t \cos p,$$

so erhält man

$$\sin z \, da^* - \cos z \, d\Phi \sin a^* = -(\cos q \, d\alpha \sin p + \sin q \, dp)$$
$$= +0{,}''322 \sin \Phi \cos a^*,$$

da

$$\cos a^* = \cos t \cos q - \sin t \sin q \cos p$$

ist. Im ersten Vertikal ist aber $\cos a^* = 0$; es bedarf also weder $d\Phi$ noch da^* einer Verbesserung wegen der täglichen Aberration, wenn in die Rechnung die Ephemeridenörter eingeführt worden sind.

3. *Der mittlere Fehler der Polhöhe und die günstigsten Umstände der Beobachtung.* Wir setzen die Differentialbeziehung des Kotangentensatzes für den im Westen und im Osten beobachteten Stern an:

$$\sin z_w \, da^* - \cos z_w \, d\Phi \sin a^* = \cos q_w \, d(U + u - \alpha)_w \sin p_w + \sin q_w \, dp_w,$$
$$\sin z_e \, da^* + \cos z_e \, d\Phi \sin a^* = \cos q_e \, d(U + u - \alpha)_e \sin p_e + \sin q_e \, dp_e$$

und eliminieren die Verbesserung da^*, indem wir $\sin a^* = 1$ setzen; die an Φ

anzubringende Verbesserung wird dann unter Berücksichtigung der Beziehung

$$\cos q \sin p = \cos \Phi \sin z$$

gegeben durch den Ausdruck:

$$\begin{aligned} \sin(z_w + z_e)\, d\Phi = &- \sin z_w \sin z_e (dU_w - dU_e) \cos \Phi \\ &- \sin z_w \sin z_e (du_w - du_e) \cos \Phi \\ &+ (\cos q\, d\alpha \sin p + \sin q\, dp)_w \sin z_e \\ &- (\cos q\, d\alpha \sin p + \sin q\, dp)_e \sin z_w. \end{aligned} \tag{52}$$

Das von den Uhrkorrektionen abhängige Glied verschwindet, wenn $du_w = du_e$ ist, das heißt, wenn die Uhr keinen Gang hat; es ist aber, auch wenn ein Gang vorhanden ist, dafür kaum ein Fehlerbetrag in Rechnung zu stellen, wenn nur die Sterne so ausgewählt werden, daß sie kurz hintereinander zur Beobachtung kommen; es ist leicht, den Gang der Uhr so genau zu ermitteln, daß seine Unsicherheit keinen merklichen Fehler zur Folge hat.

Sehen wir die Verbesserungen als wahre Fehler an und gehen wir zu den mittleren Fehlern über, so erhalten wir die Beziehung:

$$\begin{aligned} \sin^2(z_w + z_e)\, m_\Phi^2 = &\sin^2 z_w \sin^2 z_e (m_{U_w}^2 + m_{U_e}^2) \cos^2 \Phi \\ &+ (\sin^2 z_w + \sin^2 z_e)\, m^{*2}, \end{aligned} \tag{53a}$$

in welcher m_{U_w} und m_{U_e} die mittleren Fehler bezeichnen, die den wahren Fehlern dU_w und dU_e entsprechen; ferner ist der mittlere Fehler $m_\alpha \sin p$ und m_p gleich m^* gesetzt.

Ist der Weststern an n_w und der Oststern an n_e Fäden oder Kontakten beobachtet, so wird

$$m_{U_w}^2 \sin^2 z_w \cos^2 \Phi = \frac{1}{n_w}\left(a_0^2 \sin^2 z_w \cos^2 \Phi + \frac{b_0^2}{V^2}\right),$$

$$m_{U_e}^2 \sin^2 z_e \cos^2 \Phi = \frac{1}{n_e}\left(a_0^2 \sin^2 z_e \cos^2 \Phi + \frac{b_0^2}{V^2}\right).$$

Sind die beiden Sterne in gleichen Zenitdistanzen und an gleich viel Fäden oder Kontakten beobachtet worden, so sind die rechten Seiten dieser Ausdrücke gleich groß. Sind die Zenitdistanzen nicht gleich groß, so nehmen wir an, es seien die Zahlen n_w und n_e so gewählt worden, daß die rechten Seiten einander gleich werden; ihr gemeinsamer Betrag sei m_0^2. Es wird dann, wenn $m_0^2 + m^{*2} = m^2$ gesetzt wird:

$$m_\Phi^2 = \frac{\sin^2 z_w + \sin^2 z_e}{\sin^2(z_w + z_e)}\, m^2. \tag{53b}$$

Vergleicht man diesen Ausdruck für den mittleren Fehler m_Φ mit dem mittleren Fehler m_u der Uhrkorrektion, die aus den Durchgängen zweier Sterne durch denselben meridiannahen Vertikal ermittelt wird (vergleiche Seite 83), so ist ersichtlich, daß diese beiden mittleren Fehler in der gleichen Weise von den Zenitdistanzen der beiden Sterne abhängig sind. Den kleinsten Wert nimmt die Funktion

$$F(z_w, z_e) = \frac{\sin^2 z_w + \sin^2 z_e}{\sin^2(z_w + z_e)}$$

an, wenn man $z_w = z_e = 0$ werden läßt, nämlich den Wert

$$F(0, 0) = \frac{1}{2}\,;$$

es ist also am günstigsten, die Sterne so nahe als möglich beim Zenit zu beobachten. Beobachtet man einen Stern, zum Beispiel den Oststern, in der Zenitdistanz z_e, so erhält man eine größere Genauigkeit, wenn man den Weststern nicht in der Zenitdistanz $z_w = z_e$ beobachtet, sondern in der Zenitdistanz $z_w = z_0$, die so bestimmt wird, daß $F(z_0, z_e)$ einen Minimalwert annimmt; das ist dann der Fall, wenn z_0 auf Grund der Bedingung

$$\operatorname{tg}(z_0 + z_e) = 2 \operatorname{tg} z_e$$

gewählt wird. Zusammengehörige Werte von z_0 und z_e können der kleinen Tabelle auf Seite 85 entnommen werden, in welcher $-z'$ mit z_e zu identifizieren ist. Die Funktion F nimmt dann den Wert

$$F(z_0, z_e) = \frac{1 + \sin^2 z_e}{2}$$

an. Wenn man zum Beispiel zu einem gegebenen Oststern unter zwei verschiedenen Weststernen den zugehörigen Stern wählen kann, so wird man sich für den Stern entscheiden, dessen Zenitdistanz z_w der durch die Bedingung $\operatorname{tg}(z_w + z_e) = 2 \operatorname{tg} z_e$ bestimmten näher liegt.

4. *Vergleichung mit der Horrebow-Talcott-Methode.* Läßt man in der Beziehung (53b) z_e und z_w gegen Null gehen, so nimmt der mittlere Fehler m_Φ denselben Wert an, wie in der Horrebow-Talcott-Methode; sein Quadrat ist gleich

$$m_\Phi^2 = \frac{1}{2}\, m^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{b_0^2}{n\, V^2} + m^{*2}\right).$$

Das Analogon zur Horrebow-Talcott-Methode würde ein Verfahren bilden, das so nahe Zenitsterne benützt, daß an Stelle von Durchgangsbeobachtungen Pointierungen eines beweglichen Vertikalfadens auf den Stern zur Messung seines Abstandes vom Achsenäquator treten. In der Praxis wird dieses Verfahren dadurch unmöglich gemacht, daß man nicht genügend viel helle Sterne zur Verfügung hat, die bei lotrechter Stellung des Fernrohres durch das Gesichtsfeld gehen. Man muß also bei Durchgangsbeobachtungen in größerer Zenitdistanz bleiben. Der Nachteil, daß man damit einen größeren mittleren Fehler gegenüber der Horrebow-Talcott-Methode in Kauf nehmen muß, wird dadurch behoben, daß man während des Durchganges mehr Einzel-