Einstellungen eines beweglichen Horizontalfadens auf den Stern. Es sei $M_w$ die Ablesung an der Mikrometertrommel bei der Einstellung auf den *Südstern* in der Westlage des Instrumentes, und es sollen in dieser Lage die Ablesungen zunehmen, wenn der Faden im Sinn zunehmender Zenitdistanz bewegt wird. Entspricht der Ablesung $M_0$ an der Mikrometertrommel die wahre Zenitdistanz $\zeta_0$, so ist die wahre Zenitdistanz $\zeta_s$ des Südsternes, wenn wir von der Wirkung der Refraktion absehen, gleich

$$\zeta_s = \zeta_0 + (M_w - M_0)\, R;$$

$R$ bezeichnet den Revolutionswert der Schraube.

Nach der Drehung des Instrumentes um $180^0$ sei $M_e$ die Trommelablesung. Nimmt man die Zenitdistanzen nach *Norden* negativ, so wird die wahre Zenitdistanz des Nordsternes $\zeta_n$ gleich

$$\zeta_n = -\left(\zeta_0 + (M_e - M_0)\, R\right).$$

Es ist also

$$\zeta_s + \zeta_n = (M_w - M_e)\, R.$$

Da die Poldistanz $\Phi$ des Zenites gleich

$$\Phi = p_s - \zeta_s$$

und gleich

$$\Phi = p_n - \zeta_n$$

ist, so wird das arithmetische Mittel gleich

$$\Phi = \frac{1}{2}\,(p_s + p_n) - \frac{1}{2}\,(\zeta_s + \zeta_n)$$

oder

$$\Phi = \frac{1}{2}\,(p_s + p_n) - \frac{1}{2}\,(M_w - M_e)\, R.$$

2. *Der Einfluß der Instrumentalfehler.* Damit tatsächlich die Summe $(\zeta_s + \zeta_n)$, das ist die Differenz der absoluten Zenitdistanzen, mit dem Mikrometer gemessen wird, muß der Übergang vom Süd- zum Nordstern oder der umgekehrte Übergang erfolgen durch Drehung des Instrumentes um die Lotrichtung. Wir nehmen vorläufig an, es falle die vertikale Umdrehungsachse mit der Lotrichtung zusammen, und fragen, welche weiteren Bedingungen erfüllt sein müssen. Zunächst ist erforderlich, daß bei der Drehung des Fernrohres um die horizontale Umdrehungsachse die Visierlinie einen Vertikalkreis beschreibt, das heißt die Umdrehungsachse muß horizontal liegen und die Visierrichtung muß auf der Umdrehungsachse senkrecht stehen. Damit Meridianzenitdistanzen gemessen werden, muß ferner die Umdrehungsachse in die Ost-West-Richtung fallen. Es ist also der Einfluß dreier Fehler zu untersuchen. 1. der Neigung $i$ der Achse über dem Horizont; 2. des Kollimationsfehlers $c$ der Visierlinie; und 3. der Abweichung $k$ der Richtung der Horizontalachse von der

Ost-West-Richtung. Die Neigung $i$ nehmen wir positiv, wenn das Westende der Achse über dem Horizont liegt; mit der Richtung des Westendes bilde die Visierrichtung den Winkel $90^0 + c$; das Azimut des Westendes sei $90^0 - k$.

Im sphärischen Dreieck, dessen Eckpunkte vom Westpunkt $W$ der Achse, vom Zenit $Z$ und vom scheinbaren Ort $S$ des Sternes gebildet werden, ist der Winkel bei $W$ die Instrumentaldistanz $z'$:

$$\sphericalangle ZWS = z'.$$

Ferner ist

$$ZW = 90^0 - i$$

und

$$SW = 90^0 + c;$$

die Seite $ZS$ ist die scheinbare Zenitdistanz des Sternes; wir setzen

$$ZS = z.$$

Der Cosinussatz gibt dann die Beziehung

$$\cos z = -\sin i \sin c + \cos i \cos c \cos z'$$

Entwickelt man den Sinus und Cosinus der kleinen Größen $i$ und $c$, so erhält man leicht

$$z = z' + i\,c \operatorname{cosec} z + \frac{i^2 + c^2}{2} \operatorname{cotg} z + \cdots.$$

Die wahre Zenitdistanz $(z + r)$ wird jetzt mit dem Stundenwinkel $t$ des Sternes durch die Beziehung

$$\cos(z + r) = \cos\Phi \cos p + \sin\Phi \sin p \cos t$$

verbunden, so daß wegen

$$\cos t = 1 - 2 \sin^2 \frac{t}{2}$$

$$\cos(z + r) = \cos(p - \Phi) - \sin\Phi \sin p \cdot 2 \sin^2 \frac{t}{2}$$

oder gleich

$$= \cos(\Phi - p) - \sin\Phi \sin p \cdot 2 \sin^2 \frac{t}{2}$$

wird.

Wir führen die nach Süden positiv genommene Meridianzenitdistanz $\zeta$ ein:

$$\zeta = p - \Phi$$

und nehmen auch $(z + r)$ nach Süden positiv; es wird dann, da

$$\cos(z + r) - \cos\zeta = -2 \sin\frac{z + r + \zeta}{2} \sin\frac{z + r - \zeta}{2}$$

$$= (\zeta - z - r) \cdot \sin z + \cdots$$

ist und

$$\sin^2 \frac{t}{2} = \frac{t^2}{4} + \cdots$$

gesetzt werden darf:

$$\zeta - z = -\frac{t^2}{2} \sin \Phi \sin p \operatorname{cosec} z + r + \cdots.$$

Nun ist (vergleiche Seite 80, (39b)):

$$t \sin p = -(k \sin z + i \cos z + c),$$

worin $k$ das Instrumentenazimut (positiv von S gegen E), $i$ die Achsenneigung und $c$ die Kollimation des Fernrohres bezeichnet; es wird also

$$\zeta - z = -\frac{1}{2}(k \sin z + i \cos z + c)^2 \sin \Phi \operatorname{cosec} z \operatorname{cosec} p + r.$$

Ist der Stern in der Nähe der unteren Kulmination beobachtet, so ist hierin die Poldistanz $p$ negativ zu nehmen.

Da

$$\zeta - z' = (\zeta - z) + (z - z')$$

ist, so erhält man:

$$\zeta - z' = -\frac{1}{2} \operatorname{cosec} z \left\{ (k \sin z + i \cos z + c)^2 \sin \Phi \operatorname{cosec} p - 2 i c - (i^2 + c^2) \cos z \right\} + r.$$

Setzt man

$$\Phi' = p - (z' + r),$$
$$\Phi = \Phi' + d\Phi = \Phi' - d\varphi,$$

so wird

$$d\varphi = (\zeta - z') - r$$

gleich:

$$d\varphi = -\frac{1}{2} k^2 K \cos \varphi + \frac{1}{2} i^2 J \sin \varphi + \frac{1}{2} c^2 \operatorname{cotg} p - k i J \cos \varphi - k c C \cos \varphi + i c C \sin \varphi; {}^*) \tag{35}$$

hierin ist zur Abkürzung gesetzt

$$K = \sin z \operatorname{cosec} p,$$
$$J = \cos z \operatorname{cosec} p,$$
$$C = \operatorname{cosec} p.$$

In den beiden letzten Gliedern von (35) ist das Zeichen umzukehren, wenn die Visierrichtung mit der Westrichtung der Achse nicht den Winkel $90^0 + c$, sondern $90^0 - c$ bildet.

Drückt man in der Beziehung (35) die Fehler $k$, $i$ und $c$ in Bogensekunden aus und multipliziert rechter Hand mit $\sin 1''$, so erhält man die Verbesserung $d\varphi$ in Bogensekunden.

---

* TH. ALBRECHT gibt in der 4. Auflage der «Formeln und Hilfstafeln», Seite 71, nur die von den Quadraten der Fehler $k$, $i$ und $c$ abhängigen Glieder.

Setzt man:

$$k = 30'', 60'', 90'',$$
$$i = 5'',$$
$$c = \pm 60'' \begin{cases} + \text{Stern Süd} \\ - \text{Stern Nord} \end{cases}$$
$$p_s = 75^0, \quad p_n = 15^0, \quad \varphi = 45^0,$$

so erhält man die nachstehenden Werte von $d\varphi_s$ und $d\varphi_n$ sowie des Mittels $d\varphi = \frac{1}{2}(d\varphi_s + d\varphi_n)$:

| $k$ | $30''$ | $60''$ | $90''$ |
|---|---|---|---|
| $d\varphi_s$ | $-0\overset{''}{.}004$ | $-0\overset{''}{.}013$ | $-0\overset{''}{.}024$ |
| $d\varphi_n$ | $+0{,}048$ | $+0{,}060$ | $+0{,}073$ |
| $d\varphi$ | $+0\overset{''}{.}022$ | $+0\overset{''}{.}023_5$ | $+0\overset{''}{.}024_5$ |

Es ist hauptsächlich der Kollimationsfehler, der einen relativ großen Beitrag bei der Beobachtung des Nordsternes liefert.

3. *Berechnung der Polhöhe unter Berücksichtigung der Niveauablesungen und der Einstellung außerhalb des Meridians.* Wir unterscheiden die beiden Lagen, in welchen die Einstellungen des beweglichen Fadens auf den Süd- oder Nordstern vorgenommen werden, nicht durch die Indices $s$ und $n$, sondern $e$ und $w$. Es seien

$m_e$, $m_w$ die Ablesungen an der Mikrometertrommel in den beiden Lagen des Instrumentes;

$n_e$, $n_w$ die Blasenmitten, die aus den Ablesungen des fest mit dem Fernrohr verbundenen Niveaus zu ermitteln sind;

$R$ der Revolutionswert der Schraube;

$p_0$ der Parswert des Niveaus.

Wird der bewegliche Faden auf die Ablesung $m = 0$ der Schraube gestellt und das Instrument so korrigiert, dass die Blasenmitte auf dem Strich $n = 0$ steht, so soll die Visierlinie sich in der scheinbaren Zenitdistanz $z_0$ befinden. Die scheinbaren Zenitdistanzen $z'_s$ und $z'_n$ werden dann gleich:

$$\text{Lage E, * S} \qquad z'_s = \quad z_0 \pm m_e R \pm n_e p_0,$$
$$\text{W, * N} \qquad z'_n = -(z_0 \pm m_w R \pm n_w p_0);$$

oder gleich:

$$\text{Lage W, * S} \qquad z'_s = \quad z_0 \mp m_w R \mp n_w p_0,$$
$$\text{E, * N} \qquad z'_n = -(z_0 \mp m_e R \mp m_w p_0).$$

Es ist im Glied $mR$ das obere oder untere Zeichen zu nehmen, je nachdem in der Lage E die Bezifferung der Trommel mit nach S wachsender Zenit-