Somit ist

Summe der Nordablesungen minus Summe der Südablesungen gleich

$$4\,(n_n - n_s) = 86{,}5 - 97{,}5 = -11{,}0 \text{ Partes}$$

und die Korrektion wegen Neigung ist gleich

$$+\frac{1}{2}\,(n_n - n_s)\,p_0 \cdot \sec a_s = -1{,}''75.$$

Die Korrektion wegen der Benützung des Mittelwertes $\overline{U}$ wird gleich

$$-\frac{1}{2}\sin 2\,\varphi\,\frac{\overline{m_s''} + \overline{m_n''}}{2} = -0{,}''63 \sin 2\,\varphi = -0{,}''63.$$

Zur Berechnung dieser Korrektion kann man auch ausgehen von der halben Differenz der Durchgangszeiten zweier zum Mittelfaden symmetrischer Fäden; man hat dann nur halb so viele Werte von m_i'' zu bilden und zu mitteln.

Die scheinbaren Örter der beiden Sterne sind:

$$\alpha_s = 17^{\mathrm{h}}32^{\mathrm{m}}21{,}^{\mathrm{s}}58,\quad \delta_s = 12^0 36' 10{,}''68,\quad \tfrac{1}{2}\,(\delta_n + \delta_s) = 43^0 29' 46{,}''08,$$
$$\alpha_n = 14\;\;50\;\;49{,}08,\quad \delta_n = 74\;\;23\;\;21{,}48,\quad \tfrac{1}{2}\,(\delta_n - \delta_s) = 30\;\;53\;\;35{,}40.$$

Die Uhrkorrektion ist auf Grund der am gleichen Tag nach der Zingerschen Methode beobachteten Sterne unter Berücksichtigung des Uhrganges angesetzt worden zu

$$u_s = -1^{\mathrm{m}}28{,}^{\mathrm{s}}43 = u_n;$$

die Stundenwinkel werden gleich

$$t_s = \overline{U}_s + u_s - a_s = +\,0^{\mathrm{h}}56^{\mathrm{m}}43{,}^{\mathrm{s}}23,$$
$$t_n = \overline{U}_n + u_n - a_n = +\,4\;\;02\;\;26{,}21.$$

Die Größe $\frac{1}{N}$ und $\operatorname{tg}\varphi'$ ergeben sich durch folgende Rechnung (unter Verwendung von Subtraktionslogarithmen):

$\cos\delta_s$	9,989 4078	$\cos\frac{1}{2}\,(\delta_n + \delta_s)$	9,860 5900
$\cos t_s$	9,986 5614	$\sin\frac{1}{2}\,(\delta_n - d_s)$	9,710 4888
		2	0,301 0300
$\cos\delta_s \cos t_s = a$ . . .	9,975 9692	1/N	9,872 1088
$\cos\delta_n$	9,429 9132	$\operatorname{tg}\varphi' = (a - b) \cdot$ N .	0,038 5720
$\cos t_n$	9,690 8725		
		φ' = ...	$47^0 32' 27{,}''72$
$\cos\delta_n \cos t_n = b$ . . .	9,120 7857	Neigungskorrektion =	$-\,1{,}''75$
$B = \lg a - \lg b$ = . .	0,855 1835	Korrektion (wegen Berechnung mit $\overline{U}$) =	$-\,0{,}''63$
C = ...	9,934 7116		
$\lg\,(a - b) = \lg a + C$ =	9,910 6808	φ = ...	$47^0 32' 25{,}''34$

c) Die Horrebow-Talcott-Methode der Polhöhenbestimmung

1. *Allgemeines.* Der Ausdruck (33) für den mittleren Fehler m_Φ der Polhöhe in der Pewzowschen Methode nimmt den kleinstmöglichen Wert an, wenn man $a_s = 180^0 - a_n$ gleich Null werden läßt; es wird dann

$$m_\Phi^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{b_0^2}{n V^2} + m^{*2}\right). \tag{34}$$

Will man in den Meridian selber gehen, wo keine Almukantaratdurchgänge beobachtet werden können, so ersetzt man die Durchgangsbeobachtungen durch

Einstellungen eines beweglichen Horizontalfadens auf den Stern. Es sei M_w die Ablesung an der Mikrometertrommel bei der Einstellung auf den *Südstern* in der Westlage des Instrumentes, und es sollen in dieser Lage die Ablesungen zunehmen, wenn der Faden im Sinn zunehmender Zenitdistanz bewegt wird. Entspricht der Ablesung M_0 an der Mikrometertrommel die wahre Zenitdistanz ζ_0, so ist die wahre Zenitdistanz ζ_s des Südsternes, wenn wir von der Wirkung der Refraktion absehen, gleich

$$\zeta_s = \zeta_0 + (M_w - M_0)\, R;$$

R bezeichnet den Revolutionswert der Schraube.

Nach der Drehung des Instrumentes um 180^0 sei M_e die Trommelablesung. Nimmt man die Zenitdistanzen nach *Norden* negativ, so wird die wahre Zenitdistanz des Nordsternes ζ_n gleich

$$\zeta_n = -\big(\zeta_0 + (M_e - M_0)\, R\big).$$

Es ist also

$$\zeta_s + \zeta_n = (M_w - M_e)\, R.$$

Da die Poldistanz Φ des Zenites gleich

$$\Phi = p_s - \zeta_s$$

und gleich

$$\Phi = p_n - \zeta_n$$

ist, so wird das arithmetische Mittel gleich

$$\Phi = \frac{1}{2}(p_s + p_n) - \frac{1}{2}(\zeta_s + \zeta_n)$$

oder

$$\Phi = \frac{1}{2}(p_s + p_n) - \frac{1}{2}(M_w - M_e)\, R.$$

2. *Der Einfluß der Instrumentalfehler.* Damit tatsächlich die Summe $(\zeta_s + \zeta_n)$, das ist die Differenz der absoluten Zenitdistanzen, mit dem Mikrometer gemessen wird, muß der Übergang vom Süd- zum Nordstern oder der umgekehrte Übergang erfolgen durch Drehung des Instrumentes um die Lotrichtung. Wir nehmen vorläufig an, es falle die vertikale Umdrehungsachse mit der Lotrichtung zusammen, und fragen, welche weiteren Bedingungen erfüllt sein müssen. Zunächst ist erforderlich, daß bei der Drehung des Fernrohres um die horizontale Umdrehungsachse die Visierlinie einen Vertikalkreis beschreibt, das heißt die Umdrehungsachse muß horizontal liegen und die Visierrichtung muß auf der Umdrehungsachse senkrecht stehen. Damit Meridianzenitdistanzen gemessen werden, muß ferner die Umdrehungsachse in die Ost-West-Richtung fallen. Es ist also der Einfluß dreier Fehler zu untersuchen. 1. der Neigung i der Achse über dem Horizont; 2. des Kollimationsfehlers c der Visierlinie; und 3. der Abweichung k der Richtung der Horizontalachse von der

Ost-West-Richtung. Die Neigung i nehmen wir positiv, wenn das Westende der Achse über dem Horizont liegt; mit der Richtung des Westendes bilde die Visierrichtung den Winkel $90^0 + c$; das Azimut des Westendes sei $90^0 - k$.

Im sphärischen Dreieck, dessen Eckpunkte vom Westpunkt W der Achse, vom Zenit Z und vom scheinbaren Ort S des Sternes gebildet werden, ist der Winkel bei W die Instrumentaldistanz z':

$$\sphericalangle ZWS = z'.$$

Ferner ist

$$ZW = 90^0 - i$$

und

$$SW = 90^0 + c;$$

die Seite ZS ist die scheinbare Zenitdistanz des Sternes; wir setzen

$$ZS = z.$$

Der Cosinussatz gibt dann die Beziehung

$$\cos z = - \sin i \sin c + \cos i \cos c \cos z'$$

Entwickelt man den Sinus und Cosinus der kleinen Größen i und c, so erhält man leicht

$$z = z' + i\, c \operatorname{cosec} z + \frac{i^2 + c^2}{2} \operatorname{cotg} z + \cdots.$$

Die wahre Zenitdistanz $(z + r)$ wird jetzt mit dem Stundenwinkel t des Sternes durch die Beziehung

$$\cos (z + r) = \cos\Phi \cos p + \sin\Phi \sin p \cos t$$

verbunden, so daß wegen

$$\cos t = 1 - 2 \sin^2 \frac{t}{2}$$

$$\cos (z + r) = \cos (p - \Phi) - \sin\Phi \sin p \cdot 2 \sin^2 \frac{t}{2}$$

oder gleich

$$= \cos (\Phi - p) - \sin\Phi \sin p \cdot 2 \sin^2 \frac{t}{2}$$

wird.

Wir führen die nach Süden positiv genommene Meridianzenitdistanz ζ ein:

$$\zeta = p - \Phi$$

und nehmen auch $(z + r)$ nach Süden positiv; es wird dann, da

$$\cos (z + r) - \cos \zeta = - 2 \sin \frac{z + r + \zeta}{2} \sin \frac{z + r - \zeta}{2}$$

$$= (\zeta - z - r) \cdot \sin z + \cdots$$

ist und

$$\sin^2 \frac{t}{2} = \frac{t^2}{4} + \cdots$$

gesetzt werden darf:

$$\zeta - z = -\frac{t^2}{2} \sin \Phi \sin p \operatorname{cosec} z + r + \cdots .$$

Nun ist (vergleiche Seite 80, (39b)):

$$t \sin p = -(k \sin z + i \cos z + c),$$

worin k das Instrumentenazimut (positiv von S gegen E), i die Achsenneigung und c die Kollimation des Fernrohres bezeichnet; es wird also

$$\zeta - z = -\frac{1}{2}(k \sin z + i \cos z + c)^2 \sin \Phi \operatorname{cosec} z \operatorname{cosec} p + r.$$

Ist der Stern in der Nähe der unteren Kulmination beobachtet, so ist hierin die Poldistanz p negativ zu nehmen.

Da

$$\zeta - z' = (\zeta - z) + (z - z')$$

ist, so erhält man:

$$\zeta - z' = -\frac{1}{2} \operatorname{cosec} z \left\{ (k \sin z + i \cos z + c)^2 \sin \Phi \operatorname{cosec} p - 2ic - (i^2 + c^2) \cos z \right\} + r.$$

Setzt man

$$\Phi' = p - (z' + r),$$
$$\Phi = \Phi' + d\Phi = \Phi' - d\varphi,$$

so wird

$$d\varphi = (\zeta - z') - r$$

gleich:

$$d\varphi = -\frac{1}{2} k^2 K \cos \varphi + \frac{1}{2} i^2 J \sin \varphi + \frac{1}{2} c^2 \operatorname{cotg} p - k i J \cos \varphi - k c C \cos \varphi + i c C \sin \varphi; *) \tag{35}$$

hierin ist zur Abkürzung gesetzt

$$K = \sin z \operatorname{cosec} p,$$
$$J = \cos z \operatorname{cosec} p,$$
$$C = \operatorname{cosec} p.$$

In den beiden letzten Gliedern von (35) ist das Zeichen umzukehren, wenn die Visierrichtung mit der Westrichtung der Achse nicht den Winkel $90^0 + c$, sondern $90^0 - c$ bildet.

Drückt man in der Beziehung (35) die Fehler k, i und c in Bogensekunden aus und multipliziert rechter Hand mit $\sin 1''$, so erhält man die Verbesserung $d\varphi$ in Bogensekunden.

* Th. Albrecht gibt in der 4. Auflage der «Formeln und Hilfstafeln», Seite 71, nur die von den Quadraten der Fehler k, i und c abhängigen Glieder.

Setzt man:

$$k = 30'', 60'', 90'',$$
$$i = 5'',$$
$$c = \pm 60'' \begin{cases} + \text{Stern Süd} \\ - \text{Stern Nord} \end{cases}$$
$$p_s = 75^0, \quad p_n = 15^0, \quad \varphi = 45^0,$$

so erhält man die nachstehenden Werte von $d\varphi_s$ und $d\varphi_n$ sowie des Mittels $d\varphi = \frac{1}{2}(d\varphi_s + d\varphi_n)$:

k	$30''$	$60''$	$90''$
$d\varphi_s$ $d\varphi_n$	$-0\overset{''}{.}004$ $+0{,}048$	$-0\overset{''}{.}013$ $+0{,}060$	$-0\overset{''}{.}024$ $+0{,}073$
$d\varphi$	$+0\overset{''}{.}022$	$+0\overset{''}{.}023_5$	$+0\overset{''}{.}024_5$

Es ist hauptsächlich der Kollimationsfehler, der einen relativ großen Beitrag bei der Beobachtung des Nordsternes liefert.

3. *Berechnung der Polhöhe unter Berücksichtigung der Niveauablesungen und der Einstellung außerhalb des Meridians.* Wir unterscheiden die beiden Lagen, in welchen die Einstellungen des beweglichen Fadens auf den Süd- oder Nordstern vorgenommen werden, nicht durch die Indices *s* und *n*, sondern *e* und *w*. Es seien

m_e, m_w die Ablesungen an der Mikrometertrommel in den beiden Lagen des Instrumentes;

n_e, n_w die Blasenmitten, die aus den Ablesungen des fest mit dem Fernrohr verbundenen Niveaus zu ermitteln sind;

R der Revolutionswert der Schraube;

p_0 der Parswert des Niveaus.

Wird der bewegliche Faden auf die Ablesung $m = 0$ der Schraube gestellt und das Instrument so korrigiert, dass die Blasenmitte auf dem Strich $n = 0$ steht, so soll die Visierlinie sich in der scheinbaren Zenitdistanz z_0 befinden. Die scheinbaren Zenitdistanzen z'_s und z'_n werden dann gleich:

$$\begin{aligned} &\text{Lage E, * S} \quad z'_s = z_0 \pm m_e R \pm n_e\, p_0, \\ &\phantom{\text{Lage }}\text{W, * N} \quad z'_n = -(z_0 \pm m_w R \pm n_w\, p_0); \end{aligned}$$

oder gleich:

$$\begin{aligned} &\text{Lage W, * S} \quad z'_s = z_0 \mp m_w R \mp n_w\, p_0, \\ &\phantom{\text{Lage }}\text{E, * N} \quad z'_n = -(z_0 \mp m_e R \mp m_w\, p_0). \end{aligned}$$

Es ist im Glied mR das obere oder untere Zeichen zu nehmen, je nachdem in der Lage E die Bezifferung der Trommel mit nach S wachsender Zenitdistanz zu- oder abnimmt, und im Glied np_0, je nachdem der Nullstrich der Niveauteilung außen, das heißt in der Richtung nach dem Stern, oder innen liegt.

Sowohl wenn die Sterne in der Reihenfolge

Lage E * S — Lage W * N als in der Reihenfolge
Lage W * S — Lage E * N beobachtet werden,

erhält man für die Summe der beiden Zenitdistanzen

$$z_s' + z_n' = \pm (m_e - m_w) R \pm (n_e - n_w) p_0 .$$

Im ersten Glied rechter Hand gilt das obere oder untere Zeichen, je nachdem die Ablesungen an der Mikrometertrommel bei Ok E zu- oder abnehmen, wenn man die Zenitdistanz im Süden wachsen läßt. Im zweiten Glied ist das obere oder untere Zeichen zu nehmen, je nachdem bei Ok E * S oder bei Ok W * S der Nullstrich der Niveauteilung außen liegt.

Wird der Mikrometerfaden nicht im Achsenäquator, sondern im Abstand $c = F$ von demselben auf den Stern eingestellt, so ist an den Mikrometerlesungen eine Korrektion anzubringen. Aus der Beziehung (35) folgt als Betrag $\varkappa$ dieser Korrektion, wenn die Instrumentalfehler k und i gleich Null gesetzt werden:

$$\varkappa = \frac{15^2}{2} F^2 \sin 1'' \operatorname{cotg} \varphi ,$$

worin F in Zeitsekunden auszudrücken ist, damit $\varkappa$ in Bogensekunden erhalten wird.

Der Unterschied zwischen der wahren Zenitdistanz ζ und der scheinbaren Zenitdistanz z' wird dann gleich

$$\zeta - z' = \varkappa + r .$$

Zur Abkürzung setzen wir

$$\text{bei Ok E:} \quad M_e = \left(m_e \pm \frac{\varkappa_e}{R} \right) R ,$$

$$\text{bei Ok W:} \quad M_w = \left(m_w \mp \frac{\varkappa_w}{R} \right) R .$$

Hierin ist das obere Zeichen zu nehmen, wenn mit wachsender Zenitdistanz bei $\left\{ \begin{matrix} \text{Ok E *S} \\ \text{Ok W *N} \end{matrix} \right\}$ die Mikrometerlesungen $\left\{ \begin{matrix} \text{zu-} \\ \text{ab-} \end{matrix} \right\}$ nehmen, und das untere Zeichen, wenn sie bei $\left\{ \begin{matrix} \text{Ok W *S ab-} \\ \text{Ok E *N zu-} \end{matrix} \right\}$ nehmen.

Während des Durchganges des Sternes durch das Gesichtsfeld kann der Beobachter wiederholt den beweglichen Faden auf den Stern einstellen. Wir bezeichnen mit $\overline{M}$ das arithmetische Mittel der Einzelwerte M; ferner sei

$$\overline{(n_e - n_w) p_0}$$

das arithmetische Mittel der beiden Einzelwerte $(n_e - n_w) p_0$, wenn das Instrument mit zwei Höhenniveaus ausgerüstet ist. Die Beobachtungen sind dann nach der folgenden Formel zu reduzieren:

$$\varphi = \frac{1}{2}(\delta_s + \delta_n) \pm \frac{1}{2}(\overline{M}_e - \overline{M}_w) \pm \frac{1}{2}\overline{(n_e - n_w)}\, p_0 \pm \frac{1}{2}(r_s + r_n). \tag{36}$$

Das von der Refraktion abhängige Glied ist immer sehr klein und kann mit der mittleren Refraktion berechnet werden. Setzt man die Konstante der mittleren Refraktion gleich 57,″7 so wird

$$\frac{1}{2}(r_s + r_n) = \frac{57{,}''7}{2}(\operatorname{tg} z'_s + \operatorname{tg} z'_n)$$
$$= 28{,}''85 \frac{\Delta z'}{\cos^2 z} \sin 1' + \cdots,$$

oder

$$\frac{1}{2}(r_s + r_n) = 0{,}''00839\, \Delta z' \sec^2 z, \tag{37}$$

wenn

$$\Delta z' = z'_s + z'_n$$

die Differenz der absolut genommenen Zenitdistanzen in Bogenminuten im Sinn «Süd–Nord» und z ihr arithmetisches Mittel bezeichnet.

4. *Die Bestimmung des Revolutionswertes R der Schraube.* Der einfachste, immer gangbare Weg, zur Kenntnis von R zu gelangen, besteht darin, die Durchgänge eines polnahen Sternes in der größten Digression zu beobachten, indem der bewegliche Faden ständig der Sternbewegung in regelmäßigen Intervallen vorausgestellt wird. Es können auch geeignete Sternpaare im Meridian benützt werden, wenn die Deklinationen gut bekannt sind. Weniger zu empfehlen ist es, den Revolutionswert als Unbekannte neben der Polhöhe aus der Gesamtheit der Polhöhenbeobachtungen abzuleiten; bei diesem Verfahren wird der Winkelwert, der einer Verstellung des beweglichen Fadens entspricht, in Beziehung gesetzt zur Zenitdistanzdifferenz zweier Sterne, von denen der eine südlich, der andere nördlich vom Zenit durch das Gesichtsfeld geht, und dazu muß die Lotrichtung mit Hilfe des Niveaus festgelegt werden. Geht man dagegen von der Zenitdistanzänderung eines Polsternes in der größten Digression oder von der Zenitdistanzdifferenz zweier Sterne, die entweder im Süden oder im Norden des Zenites durch das Gesichtsfeld gehen, aus, so dient das Niveau nur zur Ermittlung der Änderung der Visierrichtung gegenüber der Lotrichtung.

Es sei z die Instrumentalzenitdistanz des Sternes im Moment U des Durchganges durch den beweglichen Faden, m die Ablesung an der Mikrometertrommel und n die Blasenmitte des Niveaus, r die Refraktion. Dem Wert $m = 0$ und $n = n_0$ entspreche die Instrumentalzenitdistanz z_0. Nehmen die Ablesungen m mit wachsender Zenitdistanz zu und liegt der Nullstrich des Niveaus innen, so wird die z entsprechende wahre Instrumentalzenitdistanz ζ gleich:

$$\zeta = z_0 + mR + (n_0 - n)\, p_0 + r.$$

Um Zenitdistanzdifferenzen zu bilden, die wir in Beziehung setzen können zu Differenzen der Uhrzeit, führen wir die wahre Zenitdistanz ζ_d im Moment der größten Digression ein. Wir geben den Größen, die sich auf diesen Moment beziehen, den Index d; es ist dann

$$\zeta_d = z_0 + m_d R + (n_0 - n_d)\, p_0 + r_d.$$

Die Differenz $(\zeta_d - \zeta)$ läßt sich dann in der Form schreiben:

$$\zeta_d - \zeta = (m_d - n_d\, p_0') \cdot R - (m - n\, p_0') \cdot R + \Delta r'',$$

worin die Abkürzungen gebraucht sind:

$$p_0' = \frac{p_0}{R},$$

$$\Delta r'' = r_d - r.$$

Die wegen der Refraktion anzubringende Korrektion $\Delta r''$ kann in folgender einfachen Weise berücksichtigt werden. Es ändere die Refraktion pro eine Bogenminute Zenitdistanzänderung um den Betrag dr''; dann ist

$$\Delta r'' = (m_d - m)\,\frac{R}{60} \cdot dr'',$$

wenn R der Revolutionswert in Bogensekunden ist. Die Differenz $(\zeta_d - \zeta)$ wird dann gleich:

$$\zeta_d - \zeta = \left(m_d - n_d\, p_0' + m_d\,\frac{dr''}{60}\right) R - \left(m - n\, p_0' + m\,\frac{dr''}{60}\right) R.$$

Führt man nun folgende Bezeichnung ein:

$$y = R\left(1 + \frac{dr''}{60}\right),$$

$$x = y\left(m_d - n_d\,\frac{p_0'}{1 + \frac{dr''}{60}}\right),$$

$$b = m - n\,\frac{p_0'}{1 + \frac{dr''}{60}},$$

$$l = \zeta_d - \zeta,$$

so erhält man unter Beifügung einer scheinbaren Verbesserung λ die Fehlergleichungen

$$x - b\,y = l + \lambda,$$

aus deren Gesamtheit die Unbekannten x und y zu berechnen sind. Zur Berechnung der numerischen Werte der Koeffizienten b genügt es, in $p_0' = p_0/R$ für R einen Näherungswert einzuführen.

Die fingierten Beobachtungsgrößen $l = \zeta_d - \zeta$ sind in folgender Weise aus den beobachteten Uhrzeiten U zu berechnen. Ist u die Uhrkorrektion und α die Rektaszension des Sternes, so daß der Stundenwinkel t gleich

$$t = U + u - \alpha$$

wird, so wird die wahre Zenitdistanz ζ' im Moment U gegeben durch die Beziehung

$$\cos \zeta' = \cos\Phi \cos p + \sin\Phi \sin p \cos t.$$

Die wahre Instrumentalzenitdistanz ζ folgt dann, wenn der Stern im Abstand F vom kollimationsfreien Mittelfaden beobachtet wird und die Neigung der horizontalen Umdrehungsachse gleich Null ist, aus

$$\zeta = \zeta' - \frac{F^2}{2} \operatorname{cotg} \zeta'.$$

Der Stundenwinkel des Sternes im Moment der größten Digression folgt aus der Beziehung

$$\cos t_d = \operatorname{cotg}\Phi \operatorname{tg} p,$$

und die Zenitdistanz ζ_d aus

$$\operatorname{tg} \zeta_d = \operatorname{tg} t_d \sin p.$$

Es wird dann

$$U_d = \alpha + t_d - u.$$

Die zur Berechnung von $(\zeta - \zeta')$ erforderliche Fadendistanz F kann streng in folgender Weise ermittelt werden. Der Unterschied Δa der Azimute des Sternes zu den Zeiten U_d und U wird durch die Beziehung

$$\sin \Delta a = \sin 2p \operatorname{cosec} \zeta' \sin^2 \frac{U_d - U}{2}$$

gegeben; es wird dann

$$\sin F = \sin \Delta a \sin \zeta'.$$

Statt dieser strengen Beziehungen genügt immer die folgende Näherungsbeziehung. Aus den Gleichungen

a) $$\sin p \cos t = \cos \zeta' \sin \Phi - \sin \zeta' \cos \Phi \cos a,$$
$$\sin p \sin t = \sin \zeta' \sin a,$$

b) $$\sin t_d = \sin \zeta_d \operatorname{cosec} \Phi \equiv \cos \zeta_d \cos a_d \sec\Phi,$$
$$\cos t_d = \cos \zeta_d \sin a_d$$

folgt durch entsprechende Kombination

$$\begin{aligned}\sin p \sin (t_d - t) &= \cos \zeta' \sin \zeta_d - \sin \zeta' \cos \zeta_d \cos \Delta a \\ &= \sin (\zeta_d - \zeta') + \sin \zeta' \cos \zeta_d \cdot 2 \sin^2 \frac{\Delta a}{2}\end{aligned}$$

und somit

$$(\zeta_d - \zeta') = \sin p \sin (U_d - U) - \sin \zeta' \cos \zeta_d \cdot 2 \sin^2 \frac{\Delta a}{2} + \cdots.$$

Ferner folgt aus der Beziehung

$$\operatorname{tg} \zeta = \operatorname{tg} \zeta' \cos \Delta a$$

$$\sin (\zeta - \zeta') = (\zeta - \zeta') - \cdots = - \sin \zeta' \cos \zeta \cdot 2 \sin^2 \frac{\Delta a}{2}.$$

Somit wird
$$\zeta_d - \zeta = (\zeta_d - \zeta') - (\zeta - \zeta')$$
gleich:
$$\zeta_d - \zeta = \sin p \sin(U_d - U) + \sin \zeta' (\cos \zeta' - \cos \zeta_d) \cdot 2 \sin^2 \frac{\Delta a}{2} + \cdots .$$

Das zweite Glied rechter Hand darf immer vernachlässigt werden; es bleibt in mittleren Breiten bei der Beobachtung des Polarsternes, wo Δa 3 Bogenminuten erreichen kann und wenn die Differenz $(\cos \zeta' - \cos \zeta_d)$ mit $\zeta_d - \zeta' = 1200''$ berechnet wird, kleiner als $0\overset{''}{.}001$.

Drückt man $(U_d - U)$ in Zeitsekunden aus, so erhält man $l = (\zeta_d - \zeta)''$ in Bogensekunden aus der Beziehung
$$(\zeta_d - \zeta)'' = 15 \sin p \left\{ (U_d - U) - \frac{15^2}{6} \sin^2 1'' (U_d - U)^3 + \cdots \right\}. \quad (38)$$

ZAHLENBEISPIEL

Ort: Basel, Astronomische Anstalt der Universität Basel im Bernoullianum.
Instrument: Bambergsches Passageninstrument, 86fache Vergrößerung.
Beobachter: Cand. phil. E. BAUMANN.
Datum: 1923, 1. August.

Der Revolutionswert der Schraube ist aus der Beobachtung von λ Urs mi in östlicher Digression abgeleitet worden; er hat sich zu
$$1^R = 79\overset{''}{.}0743$$
ergeben. Den kleinen konstatierten Schraubenfehlern wurde nicht Rechnung getragen, da sich ihr Einfluß im Mittel der sämtlichen beobachteten Sternpaare hebt.

Die Parswerte der beiden Niveaus sind
$$\text{Niveau I} \quad 1^{p_0} = 1\overset{''}{.}36.$$
$$\text{II} \quad 1^{p_0} = 1,27.$$

Wir greifen aus den Beobachtungen die nachfolgenden Daten heraus. Der Nordstern ist in denselben Abständen vom Mittelfaden beobachtet worden wie der Südstern. Die Sternnummern beziehen sich auf den Preliminary General Catalogue von Boß.

Stern Nr.	Ok	Niveauablesungen			Mikrometerablesungen					
			i	a	F	24^s	8^s	8^s	24^s	Mittel
4582 S	E	I II	$3\overset{p}{.}2$ 52,0	$36\overset{p}{.}3$ 85,5	11^R	,795	,791	,793	,802	$11\overset{R}{.}7952$
4623 N	W	I II	3,2 52,2	36,5 85,7	20^R	,362	,370	,373	,367	20,3680

Die Mikrometerablesungen nehmen bei Ok E*S mit wachsender Zenitdistanz ab; die Lage des Nullstriches der Niveauteilung ist aus den Beobachtungsdaten ersichtlich; unter «i» und «a» sind die innen oder außen liegenden Blasenenden angegeben. Es ist hiernach die folgende Reduktionsformel anzuwenden:

$$\varphi = \frac{1}{2}(\delta_s + \delta_n) + \frac{1}{2}(\overline{M}_w - \overline{M}_e)\, R - \frac{1}{2}\overline{(n_w - n_e)}\; p_0 + \frac{1}{2}(r_s + r_n).$$

Die scheinbaren Deklinationen der beiden Sterne, unter Berücksichtigung der kurzperiodischen Mondglieder, sind:

$$\text{Nr. } 4582 \quad \delta_s = 30^0 33' 18{,}''83,$$
$$\text{Nr. } 4623 \quad \delta_n = 64\ 22\ 37{,}13.$$

Die Korrektionen $\varkappa$ betragen:

Stern Nr.	$F = 24^s$	$F = 8^s$	Mittel	$\overline{M}$
4582	$-\ 0{,}^R002$	$-\ 0{,}^R000$	$-\ 0{,}^R0010$	$11{,}^R7942$
4623	$+\ 0{,}008$	$+\ 0{,}001$	$+\ 0{,}0045$	$20{,}3725$

$$\overline{M}_w - \overline{M}_e \quad = +\ 8{,}^R5783,$$
$$\frac{1}{2}(\overline{M}_w - \overline{M}_e)\, R = +\ 339{,}''16$$

Die Neigungskorrektion ergibt sich aus

$$\text{Niveau I zu } (19{,}85 - 19{,}75)\, p_0 = 0{,}''14,$$
$$\text{Niveau II zu } (68{,}95 - 68{,}75)\, p_0 = 0{,}25.$$

Es wird somit

$$\frac{1}{2}(\delta_s + \delta_n) = 47^0 27' 57{,}''98,$$
$$\frac{1}{2}(\overline{M}_w + \overline{M}_e) = +\quad 5\ 39{,}16,$$
$$-\frac{1}{2}\overline{(n_w - n_e)}\, p_0 = -\qquad 0{,}10,$$
$$+\frac{1}{2}(r_s + r_n) \quad = +\qquad 0{,}10,$$
$$\varphi = 47^0 33' 37{,}''14.$$