

4. Die günstigsten Umstände der Beobachtung und der mittlere Fehler der Polhöhe. Aus den beiden Differentialbeziehungen

$$\begin{aligned} dz' + \cos a_s d\Phi - \sin a_s du \sin \Phi &= \sin q_s d(U_s - \alpha_s) \sin p_s + \cos q_s dp_s - dr_s, \\ dz' + \cos a_n d\Phi - \sin a_n du \sin \Phi &= \sin q_n d(U_n - \alpha_n) \sin p_n + \cos q_n dp_n - dr_n \end{aligned}$$

folgt

$$\begin{aligned} (\cos a_s - \cos a_n) d\Phi - (\sin a_s - \sin a_n) du \sin \Phi & \quad (32) \\ &= (\sin q_s dU_s \sin p_s - \sin q_n dU_n \sin p_n) \\ &\quad - (\sin q_s d\alpha_s \sin p_s - \sin q_n d\alpha_n \sin p_n) \\ &\quad + (\cos q_s dp_s - \cos q_n dp_n) - (dr_s - dr_n). \end{aligned}$$

Beobachtet man die Sterne in Azimuten, die symmetrisch zum West- oder Ostvertikal liegen, so ist

$$a_n = 180^\circ - a_s$$

und somit

$$\sin a_s - \sin a_n = 0$$

und

$$\cos a_s - \cos a_n = 2 \cos a_s.$$

In diesem Fall hat ein Fehler du keinen Einfluß auf die Polhöhe, und es wird

$$\begin{aligned} 2 \cos a_s d\Phi &= \sin q_s dU_s \sin p_s - \sin q_n dU_n \sin p_n \\ &\quad - (\sin q_s d\alpha_s \sin p_s - \cos q_s dp_s) \\ &\quad + (\sin q_n d\alpha_n \sin p_n - \cos q_n dp_n) - (dr_s - dr_n). \end{aligned}$$

Geht man von den wahren Fehlern dx zu den mittleren Fehlern m_x über, so erhält man ohne Berücksichtigung des Refraktionsfehlers, wenn man beachtet, daß die mittleren Fehler m_{U_s} und m_{U_n} bei gleicher Faden- oder Kontaktzahl wegen

$$\sin q_s \sin p_s = \sin q_n \sin p_n = \sin \Phi \sin a_s$$

gleich groß werden, und wenn man

$$m_x \sin p = m_p = m^*$$

setzt:

$$4 \cos^2 a_s \cdot m_\Phi^2 = 2 \sin^2 \Phi \sin^2 a_s \cdot m_U^2 + 2 m^{*2},$$

oder wenn man

$$\sin^2 \Phi \sin^2 a_s \cdot m_U^2 = \frac{1}{n} \left(a_0^2 \sin^2 \Phi \sin^2 a_s + \frac{b_0^2}{V^2} \right)$$

einführt:

$$m_\Phi^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{a_0^2}{n} \sin^2 \Phi \sin^2 a_s + \left(\frac{b_0^2}{n V^2} + m^{*2} \right) \right) \sec^2 a_s. \quad (33)$$

Setzt man $a_s = 20^\circ$, $\Phi = 45^\circ$, $m^* = \pm 0^s.02$, $n = 10$ und $V = 80$, so sind die folgenden Fehler von Φ zu erwarten:

Methode	Mittlerer Fehler m_ϕ der Polhöhe
1. Aug- und Ohrmethode	$\pm 0'',33$
2. Registriermethode	,32
3. Unpersönliches Mikrometer:	
a) Handnachführung (Potsdamer Konstanten) . . .	,27
b) Handnachführung (Schweizer Konstanten) . . .	,26

5. *Die Aufstellung eines Beobachtungsprogrammes.* Um Sternpaare auszusuchen, die nach der Pewzowschen Methode beobachtet werden können, bedient man sich am besten einer Sternkarte, auf welche man ein durchsichtiges Blatt mit einem Netz von Kurven gleicher Zenitdistanz und gleichen Azimutes legt. Hat man zwei Sterne gefunden, die ungefähr zu gleicher Zeit symmetrisch zum ersten Vertikal in gleiche Zenitdistanz kommen, so ergibt die folgende Rechnung, ob und unter welchen Umständen sie beobachtet werden können.

Sind a_s und $a_n = 180^\circ - a_s$ die Azimute der beiden Sterne, so bestehen die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \cos p_s &= \cos \Phi \cos z - \sin \Phi \sin z \cos a_s, \\ \cos p_n &= \cos \Phi \cos z + \sin \Phi \sin z \cos a_s. \end{aligned} \right\} \quad (A)$$

Das arithmetische Mittel liefert die gemeinsame Zenitdistanz

$$\cos z = \frac{1}{2} (\cos p_s + \cos p_n) \sec \Phi.$$

Führt man das arithmetische Mittel und die halbe Differenz der Deklinationen ein:

$$\delta = \frac{1}{2} (\delta_s + \delta_n), \quad \Delta\delta = \frac{1}{2} (\delta_n - \delta_s),$$

so erhält man

$$\cos z = \sin \delta \cos \Delta\delta \operatorname{cosec} \varphi.$$

Die halbe Differenz der Beziehungen (A) führt nun zur Kenntnis des Azimutes:

$$\cos a_s = \frac{1}{2} (\cos p_n - \cos p_s) \operatorname{cosec} z \operatorname{cosec} \Phi$$

oder

$$\cos a_s = \cos \delta \sin \Delta\delta \operatorname{cosec} z \sec \varphi.$$

Die Stundenwinkel der beiden Sterne folgen nun aus den Beziehungen:

$$\sin t_s = \sin z \sin a_s \sec \delta_s,$$

$$\sin t_n = \sin z \sin a_n \sec \delta_n.$$

Die Sternzeiten Θ_s und Θ_n der Beobachtung am ersten Seitenfaden im Abstand Δz vom Mittelfaden werden dann gleich:

$$\Theta_s = \alpha_s + t_s - \Delta t,$$

$$\Theta_n = \alpha_n + t_n - \Delta t,$$