Wird nur eine Genauigkeit von $\pm 0\overset{s}{,}01$ verlangt, so genügt es, zur Berechnung fünfstellige Logarithmen anzuwenden. Die Berechnung der Uhrkorrektion ist nachfolgend dargestellt:

$\mathrm{tg}\,\delta$ . . .	$9{,}76685$	$\mathrm{tg}\,\Delta\delta$ . . .	$7{,}73285_n$
$\mathrm{tg}\,\Delta\delta$ . .	$7{,}73285_n$	$\mathrm{tg}\,\varphi$	$0{,}03857$
$\mathrm{cotg}\,\lambda$. . .	$9{,}91154$	$\mathrm{cosec}\,\lambda$ . .	$0{,}11076$
		$\cos m$ . . .	0
$\mathrm{tg}\,m$ . . .	$7{,}41124_n$		
		$\mathrm{tg}\,(m-\bar{t})$.	$7{,}88217_n$
		$m =$	$-\ 0^{\mathrm{m}}\ 35\overset{s}{,}45$
		$m-\bar{t} =$	$-\ 1\ \ 44{,}84$
		$\bar{t} =$	$+\ 1\ \ 09{,}39$

$\frac{1}{2}(\alpha_e+\alpha_w)-\frac{1}{2}(U_e+U_w)$	$= -\ 2\ \ 37{,}92$
Niveaukorrektion	$= +\ \ 0{,}097$
Korrektur wegen täglicher Aberration	$= +\ \ 0{,}014$
Uhrkorrektion	$= -\ 1^{\mathrm{m}}\ 28\overset{s}{,}42$, Ep. $17^{\mathrm{h}}9$.

Ein zweites, unmittelbar anschließend beobachtetes Sternpaar (α Lac und η Urs *ma* hat ergeben $u = -\ 1^{\mathrm{m}}\ 28\overset{s}{,}36$, Ep. $18^{\mathrm{h}}1$.

Die Bestimmung der Polhöhe mit Hilfe der Durchgänge zweier Sterne durch denselben Almukantarat (Pewzowsche Methode) [2])

1. *Ableitung der Reduktionsformeln.* Wir unterscheiden die Größen, die sich auf die beiden Sterne beziehen, durch die Indizes s und n, indem wir annehmen, es seien die beiden Sterne, um die günstigsten Umstände einzuhalten, symmetrisch zum ersten Vertikal, der eine im Süden und der andere im Norden, beobachtet worden.

Es seien

U_s, U_n die beobachteten Uhrzeiten des Durchganges

α_s, α_n die Rektaszensionen,

p_s, p_n die Poldistanzen der Sterne.

Die Zenitdistanz z_s, in der der Südstern beobachtet worden ist, sei nicht genau gleich der Zenitdistanz z_n des Nordsternes; die Ablesungen des Niveaus sollen zu n_s, n_n als Blasenmitten geführt haben. Mit p_0 als Parswert des Niveaus ist dann

$$z_s - z_n \equiv \Delta z = \pm\,(n_s - n_n)\,p_0 \begin{cases} + \text{ Nullstrich außen,} \\ - \text{ Nullstrich innen.} \end{cases} \tag{24}$$

Wir korrigieren die Uhrzeit U_s des Südsternes auf die bei der Beobachtung des Nordsternes vorhandene Zenitdistanz; die korrigierte Uhrzeit wird gleich

$$U_s - \frac{\Delta z}{\sin\Phi\,\sin a_s}\,.$$

Die Stundenwinkel der beiden Sterne beim Durchgang durch den Almukantarat von der Zenitdistanz z_n werden also gleich:

$$t_s = U_s + u - \alpha_s - \Delta t,$$
$$t_n = U_n + u - \alpha_n,$$

mit

$$\Delta t = \frac{\Delta z}{\sin \Phi \sin a_s}. \tag{25}$$

Es wird dann

$$\cos t_s = \cos (t'_s - \Delta t) = \cos t'_s + \Delta t \sin t'_s + \cdots,$$

wenn

$$t' = U_s + u - \alpha_s \tag{26}$$

gesetzt wird.

Eliminiert man aus den Beziehungen

$$\cos z_n = \cos \Phi \cos p_s + \sin \Phi \sin p_s (\cos t'_s + \Delta t \sin t'_s),$$
$$\cos z_n = \cos \Phi \cos p_n + \sin \Phi \sin p_n \cos t_n$$

die gemeinsame Zenitdistanz z_n, so erhält man mit der Abkürzung

$$\frac{1}{N} = \cos p_n - \cos p_s$$

zur Berechnung von Φ die Beziehung

$$\operatorname{cotg} \Phi = N (\sin p_s \cos t'_s - \sin p_n \cos t_n + \Delta t \sin p_s \sin t'_s)$$

oder, wenn Φ' durch die Beziehung

$$\operatorname{cotg} \Phi' = N (\sin p_s \cos t'_s - \sin p_n \cos t_n) \tag{27}$$

definiert wird:

$$\operatorname{cotg} \Phi = \operatorname{cotg} \Phi' + \Delta t \cdot N \sin p_s \sin t'_s.$$

Hieraus folgt

$$\frac{\sin (\Phi' - \Phi)}{\sin \Phi \sin \Phi'} = \Delta z \cdot N \frac{\sin p_s \sin t'_s}{\sin \Phi \sin a_s}$$

oder in immer ausreichender Annäherung

$$\Phi' - \Phi = \Delta z \cdot N \frac{\sin p_s \sin t'_s}{\sin a_s} \sin \Phi' + \cdots. \tag{28}$$

Die Größe N kann in folgender Weise umgeformt werden. Setzt man

$$p = \frac{1}{2} (p_s + p_n)$$

und

$$\Delta p = \frac{1}{2} (p_s - p_n),$$

so wird

$$\frac{1}{N} = 2 \sin p \sin \Delta p. \tag{29a}$$

Eine zweite Form folgt aus den Beziehungen

$$\cos p_n = \cos \Phi \cos z_n - \sin \Phi \sin z_n \cos a_n,$$
$$\cos p_s = \cos \Phi \cos z_s - \sin \Phi \sin z_s \cos a_s;$$

es wird, da $z_s = z_n$ ist:

$$\frac{1}{N} = \sin \Phi \sin z_n (\cos a_s - \cos a_n). \qquad (29\,b)$$

Wird dieser Wert von N in die Beziehung (28) eingeführt und berücksichtigt man noch, daß

$$\sin p_s \sin t_s = \sin z_n \sin a_s$$

ist, so erhält man

$$\Phi' - \Phi = \frac{\Delta z}{\cos a_s - \cos a_n} = \frac{\Delta z}{2 \cos a_s}$$

mit $\cos a_n = -\cos a_s$, so daß schließlich

$$\Phi = \Phi' \mp \frac{(n_s - n_n) \cdot p_0}{2} \sec a_s \begin{cases} - \text{ Nullstrich außen} \\ + \text{ Nullstrich innen} \end{cases} \qquad (30)$$

wird.

2. *Berechnung der Polhöhe mit Hilfe des arithmetischen Mittels der Uhrzeiten.* Berechnet man Φ mit den Mittelwerten $\overline{U}_s$ und $\overline{U}_n$ der einzelnen Uhrzeiten, so ist eine Verbesserung $d\Phi$ anzubringen, die durch die Beziehung

$$(\cos a_s - \cos a_n)\, d\Phi = \sin \Phi \,(d\overline{U}_s \sin a_s - d\overline{U}_n \sin a_n)$$

gegeben wird; sie folgt aus dem Differentialausdruck (32), wenn darin

$$\left.\begin{aligned} \sin p_s \sin q_s &= \sin \Phi \sin a_s, \\ \sin p_n \sin q_n &= \sin \Phi \sin a_n, \end{aligned}\right\} da = dp = du = 0$$

gesetzt wird; $d\overline{U}_s$ und $d\overline{U}_n$ sind die Verbesserungen, durch welche die mittleren Uhrzeiten $\overline{U}_s$ und $\overline{U}_n$ auf die mittlere Zenitdistanz z bezogen werden. Die Werte von $d\overline{U}_s$ und $d\overline{U}_n$ werden in Bogensekunden gleich (vergl. Seite 57/58)

$$d\overline{U}_s = \frac{[m_s'']}{n}\left(\operatorname{cotg} t_s - \frac{\partial z_s}{\partial t} \operatorname{cotg} z\right),$$
$$d\overline{U}_n = \frac{[m_n'']}{n}\left(\operatorname{cotg} t_n - \frac{\partial z_n}{\partial t} \operatorname{cotg} z\right).$$

Hierin ist, da die Sterne symmetrisch zum ersten Vertikal beobachtet werden, zu setzen

$$a_n = 180^0 - a_s; \quad \frac{\partial z_s}{\partial t} = \frac{\partial z_n}{\partial t} = \sin \Phi \sin a_s;$$

es ist dann, von Beobachtungsfehlern abgesehen, auch

$$[m_s''] = [m_n''] = [m''].$$

Aus den Beziehungen

$$\operatorname{cotg} z \sin \Phi = -\cos \Phi \cos a_s + \sin a_s \operatorname{cotg} t_s,$$
$$\operatorname{cotg} z \sin \Phi = \cos \Phi \cos a_s + \sin a_s \operatorname{cotg} t_n$$