Es wird also

$$d\bar{U} \equiv U_0 - \bar{U} = \frac{z - z_0}{\frac{\partial z}{\partial t}} = \frac{C}{2n}\,[(U_i - \bar{U})^2].$$

Setzt man

$$\frac{1}{2}\,(U_i - \bar{U})^2 = 2\sin^2\frac{U_i - \bar{U}}{2} + \cdots = m''\sin 1'',$$

so kann man bekannte Tafeln benützen zur Berechnung der Glieder der Summe $[(U_i - U)^2]$.

Als Verbesserung von du wegen der Verbesserungen $d\bar{U}_w$ und $d\bar{U}_e$ erhält man, da

$$du = -\frac{1}{2}\,(d\bar{U}_w + d\bar{U}_e)$$

ist, in Zeitsekunden:

$$du^{\sec} = -\frac{1}{30\,n}\,(C_w\,[m''_w] + C_e\,[m''_e]).$$

Ist $a_e = -a_w$, so ist $C_w = -C_e$ und $m''_w = m''_e$, also $du = 0$.

5. *Die Aufstellung eines Beobachtungsprogrammes.*

Es seien α_w, δ_w und α_e, δ_e die Koordinaten zweier Sterne, deren Deklinationen nur wenig voneinander verschieden sind. Die Sternzeit, zu welcher sie in die gleiche Zenitdistanz kommen, fällt dann nahe auf $\frac{1}{2}\,(\alpha_w + \alpha_e)$. Setzt man in der Beziehung (15) $n_w = n_e$ und $u = 0$, so daß U_w und U_e in die Sternzeiten Θ_w und Θ_e des Durchganges der beiden Sterne durch denselben Almukantarat übergehen, so wird

$$0 = \frac{1}{2}\,(\alpha_w + \alpha_e) - \frac{1}{2}\,(\Theta_w + \Theta_e) + \frac{1}{2}\,(t_w + t_e),$$

oder wenn

$$\alpha_0 = \frac{1}{2}\,(\alpha_w + \alpha_e), \quad \Theta_0 = \frac{1}{2}\,(\Theta_w + 0_w), \quad \bar{t}_0 = \frac{1}{2}\,(t_w + t_w)$$

gesetzt wird:

$$\bar{t}_0 = \Theta_0 - \alpha_0.$$

Ist λ_0 der Wert, den λ für $U'_w = U'_e$ annimmt:

$$\lambda_0 = \frac{1}{2}\,(\alpha_e - \alpha_w),$$

und m_0 der mit diesem Wert von λ_0 berechnete Wert von m, so ist

$$\operatorname{tg} m_0 = \operatorname{tg}\delta\,\operatorname{tg}\Delta\delta\,\operatorname{cotg}\lambda_0$$

und

$$\sin\,(m_0 - \bar{t}_0) = \operatorname{tg}\varphi\,\operatorname{tg}\Delta\delta\,\operatorname{cosec}\lambda_0\,\cos m_0.$$

Bei nicht zu großen Werten von $\Delta\delta$ darf man, in Anbetracht der geringeren

Ansprüche, die an die Genauigkeit eines Betrachtungsprogrammes gestellt werden, hiefür schreiben:

$$m_0 = \Delta\delta \operatorname{tg}\delta \operatorname{cotg}\lambda_0,$$

$$m_0 - \bar{t}_0 = \Delta\delta \operatorname{tg}\varphi \operatorname{cosec}\lambda_0,$$

so daß

$$\bar{t}_0 = -\Delta\delta \frac{\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\delta\cos\lambda_0}{\sin\lambda_0}$$

wird. Ist $\Delta\delta'$ der Wert von $\Delta\delta$ in Bogenminuten, so wird $\bar{t}_0$ in Zeitminuten gegeben durch

$$\bar{t}_0^{\,\min} = -\frac{\Delta\delta'}{15}\,\frac{\operatorname{tg}\varphi - \operatorname{tg}\delta\cos\lambda_0}{\sin\lambda_0}.$$

Sternzeit und Stundenwinkel der gemeinsamen Zenitdistanz werden gleich:

$$\Theta_0 = \alpha_0 + \bar{t}_0,$$

$$t_w = \Theta_0 - \alpha_w,$$

$$t_e = \Theta_0 - \alpha_e;$$

die gemeinsame Zenitdistanz z_0 folgt aus den Beziehungen

$$\cos z_0 = \cos\Phi\sin\delta_w + \sin\Phi\cos\delta_w\cos t_w \equiv \cos\Phi\sin\delta_e + \sin\Phi\cos\delta_e\cos t_e.$$

Zur Berechnung der Azimute kann man die Beziehungen verwenden:

$$\sin a_w = \cos\delta_w \sin t_w \operatorname{cosec} z_0,$$

$$\sin a_e = \cos\delta_e \sin t_e \operatorname{cosec} z_0,$$

wenn man mit fünfstelligen Logarithmen rechnet, damit auch in der Nähe von 90° und 270° die Azimutwerte sich mit ausreichender Genauigkeit ergeben. Um den Quadranten, in dem die Azimute zu nehmen sind, zu entscheiden, kann man den Stundenwinkel t_{I} des Durchganges durch den ersten Vertikal berechnen:

$$\cos t_{\mathrm{I}} = \operatorname{tg}\delta \operatorname{cotg}\varphi.$$

Ist im Westen t_{I} größer als t_w, so liegt a_w im ersten Quadranten, ist im Osten t_{I} kleiner als t_e, so liegt a_e im vierten Quadranten.

In die berechnete Zenitdistanz z_0 kommen die beiden Sterne zur gleichen Zeit. Damit sie hintereinander beobachtet werden können, wählt man eine etwas größere oder kleinere Zenitdistanz, je nachdem der Ost- oder der Weststern zuerst beobachtet werden soll. Das Zeitintervall zwischen den beiden Durchgangsbeobachtungen macht man nicht länger als notwendig ist; man braucht dafür nicht mehr als 5–7 Zeitminuten anzusetzen, wenn der Beobachtungsvertikal nicht mehr als 10–20° vom ersten Vertikal abweicht.

Das Azimut ist dann um einen Betrag Δa zu ändern, der durch die Beziehung

$$\Delta a = \Delta t \cos\delta\cos q \operatorname{cosec} z_0$$

$$= \Delta t\,(\sin\varphi + \cos\varphi \operatorname{cotg} z_0 \cos a)$$

gegeben wird. In Bogenminuten wird $\Delta a'$, wenn Δt in Zeitminuten gegeben ist, gleich:

$$\Delta a' = 15 \Delta t^{\min} \sin\varphi \cdot (1 + \operatorname{cotg}\varphi \operatorname{cotg} z_0 \cos a).$$

Die Aufstellung eines Beobachtungsprogrammes ist ohne lange Vorbereitungsrechnungen möglich, wenn die *Working Ephemerides* zur Verfügung stehen, die von russischen Astronomen berechnet und von ZVETKOW 1929 herausgegeben wurden; sie sind dem *Superior Geodetic Survey* der UdSSR. zum zehnjährigen Bestehen gewidmet.

ZAHLENBEISPIEL

Ort:	Astronomische Anstalt der Universität Basel, $\varphi = 47^0 32' 27''$.
Instrument:	Repsoldsches Universalinstrument; 70fache Vergrößerung. $p_0 = 1''\!,17 = 0^s\!,078$.
Beobachter:	Cand. phil. E. HERZOG.
Datum:	18. August 1944.
Sternpaar:	ζ Cyg im Osten
	ϱ Boo im Westen.

Die russischen Ephemeriden geben auf Grund der mittleren Sternörter 1950,0:

Sternzeit der gemeinsamen Zenitdistanz	$17^h 51^m\!,2$
Gemeinsame Zenitdistanz	$42^0 11'$
Azimut des Oststernes	$-$ 84 09
Azimut des Weststernes	$+$ 85 15

Nullstrich des Niveaus innen, also Neigungskorrektion gleich $\frac{1}{2}(n_e - n_w)\, p_0 \sec\varphi \operatorname{cosec} a$.

Die scheinbaren Örter sind:

$$\alpha_e = 21^h 10^m 35^s\!,50, \qquad \delta_e = 30^0 00' 01''\!,24,$$
$$\alpha_w = 14\ 29\ 25,28, \qquad \delta_w = 30\ 37' 11,20.$$
$$\tfrac{1}{2}(\alpha_e + \alpha_w) = 17\ 50\ 00,39; \qquad \tfrac{1}{2}(\delta_e + \delta_w) = 30\ 18\ 36,22,$$
$$\tfrac{1}{2}(\alpha_e - \alpha_w) = 3\ 20\ 35,11; \qquad \tfrac{1}{2}(\delta_e - \delta_w) = -\ 18\ 34,98.$$

Die beiden Sterne sind an denselben zehn Fäden des Netzes beobachtet worden; die Fadendurchgänge wurden mit einem Handtaster auf einem Chronographen registriert. Das arithmetische Mittel der Durchgangszeiten beträgt:

$$U_e = 17^h 50^m 02^s\!,60$$
$$U_w = 17\ 55\ 14,02$$
$$\tfrac{1}{2}(U_e + U_w) = 17\ 52\ 38,31$$
$$\tfrac{1}{2}(U_e - U_w) = 02\ 35,71$$
$$\lambda = \left\{ \begin{array}{l} 3\ 20\ 35,11 \\ +\ 02\ 35,71 \end{array} \right\} = +\ 3^h 23^m 10^s\!,82.$$

Die Niveauablesungen haben ergeben:

	Oststern		Weststern	
	innen	außen	innen	außen
vor der Durchgangsbeobachtung	11,3	34,0	9,0	32,0
nach der Durchgangsbeobachtung	11,3	34,0	10,0	32,9

Somit ist «Summe der Ostablesungen minus Summe der Westablesungen» gleich $4\,(n_e - n_w) = +\,90{,}6 - 83{,}9 = +\,6{,}7$ Partes.

Wird nur eine Genauigkeit von $\pm 0\overset{s}{,}01$ verlangt, so genügt es, zur Berechnung fünfstellige Logarithmen anzuwenden. Die Berechnung der Uhrkorrektion ist nachfolgend dargestellt:

$\operatorname{tg} \delta$ . . .	9,76685	$\operatorname{tg} \varDelta\delta$ . . .	$7{,}73285_n$
$\operatorname{tg} \varDelta\delta$ . .	$7{,}73285_n$	$\operatorname{tg} \varphi$	0,03857
$\operatorname{cotg} \lambda$ . . .	9,91154	$\operatorname{cosec} \lambda$ . .	0,11076
		$\cos m$ . . .	0
$\operatorname{tg} m$ . . .	$7{,}41124_n$		
		$\operatorname{tg} (m - \bar{t})$.	$7{,}88217_n$
		$m =$	$-\ 0^m\ 35\overset{s}{,}45$
		$m - \bar{t} =$	$-\ 1\ \ 44{,}84$
		$\bar{t} =$	$+\ 1\ \ 09{,}39$

$\frac{1}{2}(\alpha_e + \alpha_w) - \frac{1}{2}(U_e + U_w)$ . . . . $=$	$-\ 2\ \ 37{,}92$
Niveaukorrektion . . . . $= +$	0,097
Korrektur wegen täglicher Aberration $= +$	0,014
Uhrkorrektion . . . . $=$	$-\ 1^m\ 28\overset{s}{,}42$, Ep. 17^h9.

Ein zweites, unmittelbar anschließend beobachtetes Sternpaar (α Lac und η Urs *ma* hat ergeben $u = -\ 1^m\ 28\overset{s}{,}36$, Ep. 18^h1.

Die Bestimmung der Polhöhe mit Hilfe der Durchgänge zweier Sterne durch denselben Almukantarat (Pewzowsche Methode) [2])

1. *Ableitung der Reduktionsformeln.* Wir unterscheiden die Größen, die sich auf die beiden Sterne beziehen, durch die Indizes s und n, indem wir annehmen, es seien die beiden Sterne, um die günstigsten Umstände einzuhalten, symmetrisch zum ersten Vertikal, der eine im Süden und der andere im Norden, beobachtet worden.

Es seien

U_s, U_n die beobachteten Uhrzeiten des Durchganges

α_s, α_n die Rektaszensionen,

p_s, p_n die Poldistanzen der Sterne.

Die Zenitdistanz z_s, in der der Südstern beobachtet worden ist, sei nicht genau gleich der Zenitdistanz z_n des Nordsternes; die Ablesungen des Niveaus sollen zu n_s, n_n als Blasenmitten geführt haben. Mit p_0 als Parswert des Niveaus ist dann

$$z_s - z_n \equiv \varDelta z = \pm (n_s - n_n)\, p_0 \begin{cases} + \text{ Nullstrich außen,} \\ - \text{ Nullstrich innen.} \end{cases} \tag{24}$$

Wir korrigieren die Uhrzeit U_s des Südsternes auf die bei der Beobachtung des Nordsternes vorhandene Zenitdistanz; die korrigierte Uhrzeit wird gleich

$$U_s - \frac{\varDelta z}{\sin \Phi \sin a_s}$$