4. *Berechnung der Uhrkorrektion mit Hilfe des arithmetischen Mittels der einzelnen Uhrzeiten.*

Benützt man zur Berechnung von u an Stelle der Einzelwerte U_i deren Mittelwert $\overline{U}$:

$$\overline{U} = \frac{1}{n}[U_i], \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

so ist nur dann eine Korrektion anzubringen, wenn die beiden Sterne in Azimuten beobachtet werden, die nicht symmetrisch zum Meridian sind, wie sich aus Folgendem ergibt.

Es sei $\overline{z}$ das arithmetische Mittel der einzelnen Zenitdistanzen:

$$\overline{z} = \frac{1}{n}[z_i], \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Dann ist $\overline{U}$ nicht identisch mit der Uhrzeit U_0 des Durchganges durch den Almukantarat der Zenitdistanz $\overline{z}$; den Unterschied

$$d\overline{U} = U_0 - \overline{U}$$

erhält man auf folgendem Weg. Es sei z_0 die der Uhrzeit $\overline{U}$ entsprechende Zenitdistanz; dann ist

$$z_0 = z(\overline{U}) = z(U_0 - d\overline{U}) = \overline{z} - \frac{\partial \overline{z}}{\partial t}\, d\overline{U} + \cdots$$

oder

$$d\overline{U} \equiv U_0 - \overline{U} = \frac{(\overline{z} - z_0)}{\dfrac{\partial \overline{z}}{\partial t}}.$$

Nun ist

$$\begin{aligned} z_i = z(U_i) &= z(\overline{U} + dU_i) \\ &= z_0 + \frac{\partial z}{\partial t}\, dU_i + \frac{1}{2}\,\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\, dU_i^2 + \cdots, \end{aligned}$$

also

$$\frac{1}{n}[z_i - z_0] \equiv \overline{z} - z_0 = \frac{1}{n}\,\frac{\partial z}{\partial t}\,[dU_i] + \frac{1}{2n}\,\frac{\partial^2 z}{\partial t^2}\,[dU_i^2] + \cdots.$$

Da die Werte dU_i die Abweichungen vom arithmetischen Mittel sind, ist

$$[dU_i] = 0.$$

Aus

$$\frac{\partial z}{\partial t} = \sin \Phi \sin p\, \frac{\sin t}{\sin z}$$

folgt

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} &= \sin\Phi \sin p\, \frac{\cos t}{\sin z} - \sin\Phi \sin p \sin t\, \frac{\cos z}{\sin^2 z}\, \frac{\partial z}{\partial t} \\ &= \frac{\partial z}{\partial t}\left(\operatorname{cotg} t - \frac{\partial z}{\partial t} \operatorname{cotg} z\right) = \frac{\partial z}{\partial t} \cdot C \end{aligned}$$

mit der Abkürzung

$$C = \operatorname{cotg} t - \frac{\partial z}{\partial t} \operatorname{cotg} z.$$

Es wird also

$$d\bar{U} \equiv U_0 - \bar{U} = \frac{\bar{z} - z_0}{\frac{\partial z}{\partial t}} = \frac{C}{2n}\,[(U_i - \bar{U})^2].$$

Setzt man

$$\frac{1}{2}\,(U_i - \bar{U})^2 = 2\sin^2\frac{U_i - \bar{U}}{2} + \cdots = m''\sin 1'',$$

so kann man bekannte Tafeln benützen zur Berechnung der Glieder der Summe $[(U_i - \bar{U})^2]$.

Als Verbesserung von du wegen der Verbesserungen $d\bar{U}_w$ und $d\bar{U}_e$ erhält man, da

$$du = -\frac{1}{2}\,(d\bar{U}_w + d\bar{U}_e)$$

ist, in Zeitsekunden:

$$du^{\text{sec}} = -\frac{1}{30\,n}\,(C_w\,[m''_w] + C_e\,[m''_e]).$$

Ist $a_e = -a_w$, so ist $C_w = -C_e$ und $m''_w = m''_e$, also $du = 0$.

5. *Die Aufstellung eines Beobachtungsprogrammes.*

Es seien α_w, δ_w und α_e, δ_e die Koordinaten zweier Sterne, deren Deklinationen nur wenig voneinander verschieden sind. Die Sternzeit, zu welcher sie in die gleiche Zenitdistanz kommen, fällt dann nahe auf $\frac{1}{2}\,(\alpha_w + \alpha_e)$. Setzt man in der Beziehung (15) $n_w = n_e$ und $u = 0$, so daß U_w und U_e in die Sternzeiten Θ_w und Θ_e des Durchganges der beiden Sterne durch denselben Almukantarat übergehen, so wird

$$0 = \frac{1}{2}\,(\alpha_w + \alpha_e) - \frac{1}{2}\,(\Theta_w + \Theta_e) + \frac{1}{2}\,(t_w + t_e),$$

oder wenn

$$\alpha_0 = \frac{1}{2}\,(\alpha_w + \alpha_e), \quad \Theta_0 = \frac{1}{2}\,(\Theta_w + 0_w), \quad \bar{t}_0 = \frac{1}{2}\,(t_w + t_w)$$

gesetzt wird:

$$\bar{t}_0 = \Theta_0 - \alpha_0.$$

Ist λ_0 der Wert, den λ für $U'_w = U'_e$ annimmt:

$$\lambda_0 = \frac{1}{2}\,(\alpha_e - \alpha_w),$$

und m_0 der mit diesem Wert von λ_0 berechnete Wert von m, so ist

$$\operatorname{tg} m_0 = \operatorname{tg}\delta\,\operatorname{tg}\Delta\delta\,\operatorname{cotg}\lambda_0$$

und

$$\sin\,(m_0 - \bar{t}_0) = \operatorname{tg}\varphi\,\operatorname{tg}\Delta\delta\,\operatorname{cosec}\lambda_0\,\cos m_0.$$

Bei nicht zu großen Werten von $\Delta\delta$ darf man, in Anbetracht der geringeren