Da aber

$$\sin q \cos t + \cos q \sin t \cos p = \sin a \cos z$$

ist, wird

$$dz - \sin a\, du \sin \Phi = -\,0{,}''322 \sin \Phi \sin a \cos z.$$

Eliminiert man nun dz aus den beiden Beziehungen

$$dz - \sin a_w\, du \sin \Phi = -\,0{,}''322 \sin \Phi \sin a_w \cos z,$$
$$dz - \sin a_c\, du \sin \Phi = -\,0{,}322 \sin \Phi \sin a_e \cos z,$$

so erhält man mit $0{,}''322 = 0{,}^{s}0215$ als Korrektion von u wegen der täglichen Aberration:

$$du = +\,0{,}^{s}0215 \cos z. \tag{21}$$

Zusammenstellung der Reduktionsformeln

An Stelle der Poldistanzen führen wir die Deklinationen $\delta = 90^0 - p$ ein, welche den astronomischen Jahrbüchern, die Ephemeriden veröffentlichen, direkt entnommen werden können.

Sind

$U_w,\ U_e$ die beobachteten Uhrzeiten,
$n_w,\ n_e$ die Blasenmitten des Niveaus,
$\alpha_w,\ \alpha_e$ die Rektaszensionen,
$\delta_w,\ \delta_e$ die Deklinationen

der beiden Sterne,

p_0 der Parswert des Niveaus in Zeitsekunden,
φ die Polhöhe,

so erhält man die Uhrkorrektion aus der Durchrechnung des folgenden Gleichungssystemes:

$$\delta = \frac{\delta_e + \delta_w}{2},\quad \Delta\delta = \frac{\delta_e - \delta_w}{2},\quad \lambda = \frac{U_w - U_e}{2} - \frac{\alpha_w - \alpha_e}{2},$$

$$\operatorname{tg} m = \operatorname{tg} \delta \operatorname{tg} \Delta\delta \operatorname{cotg} \lambda,$$

$$\sin(m - \bar{t}) = \operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \Delta\delta \operatorname{cosec} \lambda \cos m,$$

$$\bar{t} = m - (m - \bar{t}),$$

$$u = \frac{\alpha_e + \alpha_w}{2} - \frac{U_e + U_w}{2} + \bar{t} \mp \frac{(n_e - n_w)\, p_0}{2 \cos \varphi \sin a} + 0{,}^{s}021 \cos z.$$

(− Nullstrich außen, + Nullstrich innen.)

3. Die günstigsten Umstände der Beobachtung und der mittlere Fehler der Uhrkorrektion

Aus den beiden Differentialbeziehungen

$$dz - \sin a_w du \sin\Phi = \sin a_w d\,(U_w - \alpha_w) \sin\Phi + \cos q_w dp_w - \cos a_w d\Phi - dr_w,$$
$$dz - \sin a_e du \sin\Phi = \sin a_e d\,(U_e - \alpha_e) \sin\Phi + \cos q_e dp_e - \cos a_e d\Phi - dr_e$$

erhält man durch Elimination von dz:

$$(\sin a_w - \sin a_e)\, du \sin\Phi =$$
$$- \sin\Phi\,(\sin a_w d(U_w - \alpha_w) - \sin a_e d(U_e - \alpha_e))$$
$$- \cos q_w dp_w + \cos q_e dp_e + (\cos a_w - \cos a_e)\, d\Phi$$
$$+ dr_w - dr_e.$$

Wird gemäß (17a)

$$d(U_w - \alpha_w) = d\varkappa + d\lambda,$$
$$d(U_e - \alpha_e) = d\varkappa - d\lambda$$

eingeführt, so ist aus der Form

$$(\sin a_w - \sin a_e)\, du \sin\Phi =$$
$$- \sin\Phi\big((\sin a_w - \sin a_e)\, d\varkappa + (\sin a_w + \sin a_e)\, d\lambda)\big)$$
$$+ (\cos a_w - \cos a_e)\, d\Phi - \text{etc.}$$

ersichtlich, daß die Fehler $d\lambda$ und $d\Phi$ keinen Einfluß ausüben, wenn die beiden Sterne symmetrisch zum Meridian beobachtet werden. Wir machen diese Annahme und setzen

$$a_e = - a_w = - a;$$

es wird dann

$$\sin a_w - \sin a_e = 2 \sin a,$$
$$\sin a_w + \sin a_e = 0,$$
$$\cos a_w - \cos a_e = 0,$$

und für du erhält man die Beziehung

$$du = - d\varkappa - \frac{\cos q_w dp_w - \cos q_e dp_e - dr_w + dr_e}{2 \sin a \sin \Phi}.$$

Hieraus ist weiter ersichtlich, daß die Fehler der Poldistanzen und die Refraktionsfehler den kleinsten Einfluß ausüben, wenn die Beobachtungen im ersten Vertikal gemacht werden; es ist dann $\sin a = 1$, und

$$du = - \frac{1}{2} d\,(U_w + U_e) + \frac{1}{2} d\,(\alpha_w + \alpha_e) \tag{22}$$
$$- \frac{1}{2} d\,(p_w - p_e) \cos q_0 \operatorname{cosec}\Phi$$
$$+ \frac{1}{2} d\,(r_w - r_e) \operatorname{cosec}\Phi;$$

hierin bedeutet q_0 den parallaktischen Winkel des Sterns im West- oder Ostvertikal.

Im Ausdruck (22) betrachten wir nun die Verbesserungen du, dU usw. als wahre Fehler und gehen von ihnen zu den mittleren Fehlern über. Es bezeichne m_x den mittleren Fehler, der dem wahren Fehler dx entspricht; es wird dann, wenn der Refraktionsfehler nicht berücksichtigt wird:

$$m_u^2 = \frac{1}{2}\,(m_U^2 + m_\alpha^2 + m_p^2 \cos^2 q_0 \operatorname{cosec}^2 \Phi).$$

Da die atmosphärischen Verhältnisse sich im Verlaufe einer Nacht nur wenig ändern werden, ist zu erwarten, daß sich Refraktionsanomalien in systematischer Weise, meist sogar in konstanter Weise, zum Beispiel als Zenitverschiebung, auswirken werden. Werden dagegen die Resultate, die am gleichen Ort in verschiedenen Nächten während eines längeren Zeitraumes erhalten wurden, miteinander verglichen oder die Resultate, die an weit voneinander entfernten Orten, wie etwa bei Längenbestimmungen, zu gleicher Zeit gewonnen wurden, so dürfen die durch Refraktionsanomalien erzeugten Verfälschungen der Uhrkorrektion Fehlern zufälliger Natur gleichgestellt werden.

Die mittleren Fehler $m_\alpha \sin p$ und m_p darf man gleich groß annehmen; wir setzen

$$m_\alpha \sin p = m_p = m^*.$$

Da im ersten Vertikal

$$\sin p \sin q_0 = \sin \Phi$$

ist, wird

$$m_\alpha^2 + m_p^2 \cos^2 q_0 \operatorname{cosec}^2 \Phi = m^{*2} (\sin^2 q_0 + \cos^2 q_0) \operatorname{cosec}^2 \Phi = m^{*2} \operatorname{cosec}^2 \Phi.$$

Werden die Durchgänge an n Fäden beobachtet, so ist

$$m_U^2 = \frac{1}{n}\left(a_0^2 + b_0^2 \frac{\operatorname{cosec}^2 p}{V^2 \sin^2 q} \right) = \frac{1}{n}\left(a_0^2 \sin^2 \Phi + \frac{b_0^2}{V^2} \right) \operatorname{cosec}^2 \Phi.$$

Wir setzen

$$\frac{1}{n}\left(a_0^2 \sin^2 \Phi + \frac{b_0^2}{V^2} \right) = m_0^2;$$

es wird dann

$$m_u^2 = \frac{1}{2} (m_0^2 + m^{*2}) \operatorname{cosec}^2 \Phi. \tag{23}$$

Die – Seite 46 – angegebenen Werte der Konstanten a_0 und b_0 führen in den verschiedenen Beobachtungsmethoden zu den folgenden Werten des mittleren Fehlers m_u, wenn

$$\Phi = 45^0, \quad n = 10, \quad V = 80 \quad \text{und} \quad m^* = \pm 0{,}^s02$$

gesetzt wird:

Methode	Mittlerer Fehler der Uhrkorrektion u
1. Aug- und Ohrmethode	$\pm 0{,}^s035$
2. Registriermethode	,031
3. Unpersönliches Mikrometer:	
a) Handnachführung (Potsdamer Konstanten) . . .	,027
b) Handnachführung (Schweizerische Konstanten) .	,023