III. KAPITEL

Bestimmung der Zeit oder der Polhöhe mit Hilfe von Almukantaratdurchgängen

a) Bestimmung der Zeit mit Hilfe der Durchgänge zweier Sterne durch denselben Almukantarat (Zingersche Methode) [1]

1. *Ableitung der Reduktionsformeln*

Wir unterscheiden die Größen, die sich auf die beiden Sterne beziehen, durch die Indizes w und e, indem wir annehmen, es sei, um den günstigsten Umständen zu entsprechen, der eine Stern im Westen und der andere im Osten beobachtet. Es seien

U_w, U_e die Uhrzeiten des Durchganges durch denselben Horizontalfaden im Westen und Osten,

n_w, n_e die aus den Ablesungen der Blasenenden abgeleiteten Stellungen der Blasenmitte des Niveaus,

α_w, α_e die Rektaszensionen und

p_w, p_e die Poldistanzen der beiden Sterne.

Je nachdem der Nullstrich der durchgehenden Bezifferung des Niveaus außen, das heißt gegen den Stern hin, oder innen, das heißt vom Stern abgewendet, liegt, ist die Differenz der Zenitdistanzen im W und im E gleich

$$z_w - z_e = \pm (n_w - n_e) \cdot p_0 \begin{cases} + \text{ Nullstrich außen,} \\ - \text{ Nullstrich innen,} \end{cases}$$

worin p_0 den Parswert des Niveaus bezeichnet. Es wird also, da

$$z = \frac{z_w + z_e}{2} = z_w - \frac{z_w - z_e}{2} = z_e + \frac{z_w - z_e}{2}$$

ist:

$$z = z_w \mp \frac{n_w - n_e}{2} p_0 \begin{cases} - \text{ Nullstrich außen,} \\ + \text{ Nullstrich innen,} \end{cases}$$

und

$$z = z_e \pm \frac{n_w - n_e}{2} p_0 \begin{cases} + \text{ Nullstrich außen,} \\ - \text{ Nullstrich innen.} \end{cases}$$

Sind U'_w und U'_e die Uhrzeiten des Durchganges durch den der Instrumentalzenitdistanz z entsprechenden Almukantarat, so ist

$$U'_w = U_w \mp \frac{(n_w - n_e)\, p_0}{2 \sin \Phi \sin a_w},$$

$$U'_e = U_e \pm \frac{(n_w - n_e)\, p_0}{2 \sin \Phi \sin a_e}.$$

Sind die Deklinationen der Sterne nicht stark voneinander verschieden, so darf man $a_w = \frac{1}{2}(a_w - a_e) = -a_e$ setzen; es wird dann mit $a = \frac{1}{2}(a_w - a_e)$:

$$\frac{U'_w + U'_e}{2} = \frac{U_w + U_e}{2} \mp \frac{(n_w - n_e)\, p_0}{2 \sin \Phi \sin a} \begin{cases} - \text{Nullstrich außen} \\ + \text{Nullstrich innen} \end{cases} \tag{13}$$

und

$$\frac{U'_w - U'_e}{2} = \frac{U_w - U_e}{2}. \tag{14}$$

Sind t_w und t_e die Stundenwinkel der beiden Sterne, wenn sie in der *gleichen* Zenitdistanz z beobachtet werden, so ist, wenn u die Uhrkorrektion bezeichnet:

$$U'_w + u = \alpha_w + t_w,$$
$$U'_e + u = \alpha_e + t_e,$$

also

$$u = \frac{\alpha_w + \alpha_e}{2} - \frac{U_w + U_e}{2} + \frac{t_w + t_e}{2} \pm \frac{(n_w - n_e)\, p_0}{2 \sin \Phi \sin a} \begin{cases} + \text{Nullstrich außen,} \\ - \text{Nullstrich innen.} \end{cases} \tag{15}$$

Zur Kenntnis der halben Summe der Stundenwinkel $\frac{1}{2}(t_w + t_e)$ gelangt man auf folgendem Weg. Eliminiert man aus den Beziehungen

$$\cos z = \cos \Phi \cos p_w + \sin \Phi \sin p_w \cos t_w,$$
$$\cos z = \cos \Phi \cos p_e + \sin \Phi \sin p_e \cos t_e$$

die unbekannte Zenitdistanz z, so erhält man

$$\sin p_w \cos t_w - \sin p_e \cos t_e = \operatorname{cotg} \Phi (\cos p_e - \cos p_w). \tag{16}$$

Setzt man in

$$\frac{1}{2}(t_w + t_e) = \frac{1}{2}(U'_w + U'_e) - \frac{1}{2}(\alpha_w + \alpha_e) + u,$$

$$\frac{1}{2}(t_w - t_e) = \frac{1}{2}(U'_w - U'_e) - \frac{1}{2}(\alpha_w - \alpha_e)$$

zur Abkürzung

$$\varkappa = \frac{1}{2}(U'_w + U'_e) - \frac{1}{2}(\alpha_w + \alpha_e),$$

$$\lambda = \frac{1}{2}(U'_w - U'_e) - \frac{1}{2}(\alpha_w - \alpha_e), \tag{17a}$$

$$\bar{t} = \frac{1}{2}(t_w + t_e),$$

so wird

$$\frac{1}{2}(t_w + t_e) = \varkappa + u,$$

$$\frac{1}{2}(t_w - t_e) = \lambda,$$

und
$$t_w = \bar{t} + \lambda = \varkappa + u + \lambda,$$
$$t_e = \bar{t} - \lambda = \varkappa + u - \lambda.$$

Ferner setzen wir
$$\left.\begin{aligned} \frac{1}{2}(p_w + p_e) &= p, \\ \frac{1}{2}(p_w - p_e) &= \Delta p, \end{aligned}\right\} \tag{17b}$$

so daß
$$p_w = p + \Delta p,$$
$$p_e = p - \Delta p$$

wird. Führt man diese Werte von t_w, t_e, p_w und p_e in die Gleichung (16) ein, so ergibt eine leichte Umformung:

$$\left.\begin{aligned} &\sin p \cos \Delta p \sin \lambda \sin \bar{t} \\ &- \cos p \sin \Delta p \cos \lambda \cos \bar{t} \end{aligned}\right\} = -\operatorname{cotg} \Phi \sin p \sin \Delta p. \tag{18}$$

Um hieraus den Stundenwinkel $\bar{t}$, der als Argument eines Sinus und eines Cosinus auftritt, zu berechnen, führt man einen Hilfswinkel ein; definiert man den Winkel m durch die Beziehung

$$\operatorname{tg} m \sin p \cos \Delta p \sin \lambda = + \cos p \sin \Delta p \cos \lambda, \tag{19}$$

so geht die Gleichung (18) über in

$$\frac{-\sin \bar{t} \cos m + \cos \bar{t} \sin m}{\cos m} \sin p \cos \Delta p \sin \lambda = + \operatorname{cotg} \Phi \sin p \sin \Delta p,$$

so daß
$$\sin (m - \bar{t}) = + \operatorname{cotg} \Phi \operatorname{tg} \Delta p \operatorname{cosec} \lambda \cos m \tag{20}$$

wird. Ist $(m - \bar{t})$ hieraus berechnet, so wird
$$\frac{1}{2}(t_w + t_e) \equiv \bar{t} = -(m - \bar{t}) + m.$$

Da in die Berechnung von λ die Differenz $(U'_w - U'_e)$, die gleich $(U_w - U_e)$ ist, eingeht, ist es zur Berechnung von $(m - \bar{t})$ nach (19) nicht nötig, die beobachteten Uhrzeiten wegen der Zenitdistanzdifferenz zu korrigieren.

2. *Die Berücksichtigung der täglichen Aberration*

Es empfiehlt sich nicht, die tägliche Aberration an den scheinbaren Örtern anzubringen; ihr Einfluß kann leicht nachträglich berücksichtigt werden.

Die Korrektionen der Koordinaten α und p wegen der täglichen Aberration sind:
$$d\alpha \sin p = \quad 0{,}''322 \sin \Phi \cos t,$$
$$dp \qquad = - 0{,}322 \sin \Phi \sin t \cos p.$$

Setzt man im Differentialausdruck des Cosinussatzes die Verbesserungen $d\Phi$ und dU gleich null, so ist
$$dz - \sin a \, du \sin \Phi = - \sin q \, d\alpha \sin p + \cos q \, dp.$$