gegeben werden, es ist der Westpunkt W des Horizontes, welcher Pol zum Meridian als Polare ist. Einen zweiten Punkt liefert die folgende Überlegung. Die beiden Pole zum Vertikal, der Z mit S verbindet, als Polaren liegen im Horizont und haben von S 90^0 Abstand. Das Azimut des einen Poles ist um 90^0 größer, das des andern um 90^0 kleiner als das Azimut a des Punktes S. Von dem im Azimut $90^0 + a$ liegenden Pol hat der Westpunkt die Entfernung a. Man erhält also diesen Pol, indem man um S den Großkreis im Abstand 90^0 und um den Westpunkt W einen Kleinkreis mit dem Radius a zieht. Der Schnittpunkt T dieser beiden Kreise liegt im Horizont, der nun als Großkreis, der die Punkte T und W verbindet, gegeben ist. Geht man von T aus im Horizont um 90^0 gegen den Südpunkt des Horizontes, so erhält man den im Horizont liegenden Punkt Q des Vertikales von S. Das Zenit Z ist jetzt als Schnittpunkt des Q mit S verbindenden Großkreises und des Meridianes gegeben.

Damit sich die Lage des Zenites Z als Schnittpunkt zweier sich senkrecht schneidender Kreise ergibt, muß der Punkt Q mit dem Westpunkt W des Horizontes zusammenfallen, das heißt, die Beobachtung muß im I. Vertikal stattfinden. Damit durch die Projektion des Punktes S von Q aus auf den Meridian infolge der Unsicherheit von S nur ein kleiner Fehler in der Lage des Zenites entsteht, muß außerdem der Stern in kleiner Zenitdistanz beobachtet werden.

c) Die Elimination der Zenitdistanz oder des Azimutes

Die Messung einer Zenitdistanz beruht auf zwei Kreislesungen. Ist R die Ablesung am Vertikalkreis bei der Einstellung der Visierlinie auf ein festes Objekt und Z_R die Ablesung, wenn die Visierlinie nach dem Zenit gerichtet ist, so ist unter der Voraussetzung, daß die Ablesungen mit der Zenitdistanz zunehmen, die Zenitdistanz z gleich

$$z = R - Z_R.$$

Dreht man das Instrument um 180^0 und wiederholt die Messung, so wird, wenn die Ablesungen mit L und Z_L bezeichnet werden:

$$z = Z_L - L.$$

Die Ablesungen Z_R und Z_L der Zenitrichtung in den beiden Lagen werden nur gleich, wenn die vertikale Umdrehungsachse des Instrumentes mit der Lotrichtung zusammenfällt. Im allgemeinen wird das nicht der Fall sein; der Unterschied zwischen Z_R und Z_L kann aus den Ablesungen eines Niveaus, dessen Achse in die horizontale Richtung nach dem Objekt fällt und das fest mit der vertikalen Umdrehungsachse des Instrumentes verbunden ist, ermittelt werden. Setzt man

$$\Delta i = \frac{1}{2}(Z_R - Z_L)$$

und

$$Z_R = Z_0 + \Delta i, \quad R_0 = R - \Delta i,$$
$$Z_L = Z_0 - \Delta i, \quad L_0 = L + \Delta i,$$

so wird

$$z = R_0 - Z_0$$

und

$$z = Z_0 - L_0,$$

also

$$z = \frac{1}{2}(R_0 - L_0)$$

und

$$Z_0 = \frac{1}{2}(R_0 + L_0).$$

Mit Hilfe von zwei im Azimut um 180⁰ verschiedenen Messungen kann also die Zenitdistanz z des Objektes und der Zenitpunkt Z_0 des Kreises ermittelt werden.

Bei den Beobachtungen zum Zweck der astronomisch-geographischen Ortsbestimmung hat man es mit einem sich bewegenden Objekt zu tun. Um den unbekannten Zenitpunkt zu eliminieren, macht man rasch hintereinander zwei Messungen in zwei nahe um 180^0 im Azimut verschiedenen Lagen. Man führt dann einen Näherungswert des Zenitpunktes ein, so daß der zur Berechnung der Unbekannten t oder Φ benützte Wert der Zenitdistanz sich vom wahren Wert nur um eine kleine Größe erster Ordnung unterscheidet. Da die am benützten Wert anzubringende Verbesserung in den beiden Lagen mit entgegengesetztem Vorzeichen eingeht, hebt sich im arithmetischen Mittel der Uhrkorrektionen oder der Polhöhenwerte der Einfluß der unbekannten Verbesserung des Zenitpunktes.

Messungen des Azimutes in analoger Weise zur Bestimmung der Uhrkorrektion oder der Polhöhe zu verwerten wie Messungen der Zenitdistanz, ist nicht möglich, weil die Ausgangsrichtung der Azimutmessungen, die Meridianrichtung, unbekannt ist.

Wenn man die Uhrkorrektion und die Polhöhe so genau als möglich bestimmen will mit Hilfe von Almukantarat- oder Vertikaldurchgängen, so macht man die Messung von Zenitdistanzen oder die Messung von Azimutwinkeln überhaupt unnötig. Wir haben eben festgestellt, daß man wegen der Elimination des Zenitpunktes zwei Vertikaldurchgänge beobachten muß. Statt denselben Stern in zwei verschiedenen Lagen zu beobachten, kann man zwei verschiedene Sterne in *demselben* Almukantarat beobachten. Nach der Beobachtung des ersten Sternes dreht man das Instrument, ohne die Klemmung in Zenitdistanz zu lösen, in das Azimut des zweiten Sternes; die Änderung, die die Zenitdistanz dabei erleidet, weil die vertikale Umdrehungsachse nicht genau in die Lotrichtung fällt, wird wieder mit Hilfe des Niveaus bestimmt, so daß ihr Einfluß auf das Resultat der Beobachtung in Rechnung gestellt werden kann. Dieses Verfahren hat den Vorteil, daß alle Fehler, die mit einer Winkelmessung verbunden sind, vermieden werden. Es sind insbesondere die periodischen Teilungsfehler, welche Zenitdistanzmessungen stark verfälschen können. Außerdem macht das Verfahren es unnötig, die Refraktion zu berücksichtigen; man muß nur der Änderung der Refraktion während des Überganges vom ersten Stern zum zweiten Rechnung tragen.

In gleicher Weise läßt sich aber auch die Kenntnis des Azimutes umgehen; man braucht nur die Durchgänge zweier verschiedener Sterne durch *denselben* Vertikal zu beobachten.

Die analytische Behandlung solcher Beobachtungen besteht darin, daß man die Gleichungen (1) oder (2) für die beiden Sterne aufstellt und aus dem

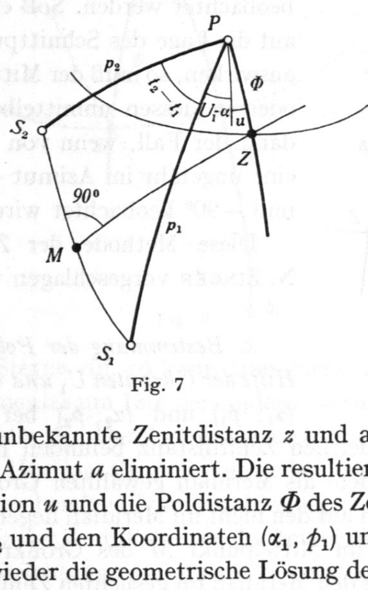

Fig. 7

Gleichungspaar (1) die unbekannte Zenitdistanz z und aus dem Gleichungspaar (2) das unbekannte Azimut a eliminiert. Die resultierende Gleichung enthält dann die Uhrkorrektion u und die Poldistanz Φ des Zenites neben den beiden Uhrzeiten U_1 und U_2 und den Koordinaten (α_1, p_1) und (α_2, p_2) der beiden Sterne. Wir betrachten wieder die geometrische Lösung der Aufgabe, mit Hilfe der gegebenen Größen entweder die Uhrkorrektion u oder die Poldistanz Φ des Zenites zu ermitteln. Die geometrische Lösung gestaltet sich sehr einfach, weil jetzt die Differenz der Stundenwinkel, in welchen die Sterne beobachtet worden sind, bekannt ist; denn aus

$$t_1 = U_1 + u - \alpha_1$$

$$\text{und} \quad t_2 = U_2 + u - \alpha_2$$

$$\text{folgt} \quad t_2 - t_1 = (U_2 - U_1) - (\alpha_2 - \alpha_1).$$

1. *Bestimmung der Uhrkorrektion u mit Hilfe der Uhrzeiten U_1 und U_2*, zu welchen sich die Sterne (α_1, p_1) und (α_2, p_2) im gleichen Almukantarat an einem Ort der Polhöhe $\varphi = 90^0 - \Phi$ befunden haben (Figur 7).

Von der Spitze P des bekannten Winkels $(t_2 - t_1)$ aus tragen wir die Bögen $PS_1 = p_1$ und $PS_2 = p_2$ ab. Im Mittelpunkt M des S_1 und S_2 verbindenden Großkreisbogens errichten wir die Senkrechte; sie wird vom Kleinkreis, den wir um P mit dem Radius Φ ziehen, im gesuchten Zenit Z geschnitten. Der Großkreis PZ ist dann der Meridian, der mit den Schenkeln des Winkels $(t_2 - t_1)$ die Stundenwinkel t_1 und t_2 bildet. Da

$$u = t_1 - (U_1 - \alpha_1) \equiv t_2 - (U_2 - \alpha_2)$$

ist, ist jetzt noch der Winkel $(U_1 - \alpha_1)$ oder der Winkel $(U_2 - \alpha_2)$ von dem nicht im Meridian liegenden Schenkel des Stundenwinkels entgegen der täglichen Bewegung abzutragen, damit die Uhrkorrektion u in der Figur erscheint.

Damit sich die Mittelsenkrechte und der Kleinkreis rechtwinklig schneiden, müssen die beiden Sterne in Azimuten, die *symmetrisch zum Meridian* liegen, beobachtet werden. Soll ein Fehler in Φ sich nicht auf die Lage des Schnittpunktes der beiden Kreise auswirken, so muß der Mittelpunkt M in das Zenit Z oder in dessen unmittelbare Nähe fallen; das ist dann der Fall, wenn von den beiden Sternen der eine ungefähr im Azimut $+90^0$, der andere im Azimut -90^0 beobachtet wird.

Diese Methode der Zeitbestimmung ist von N. Zinger vorgeschlagen worden[1]).

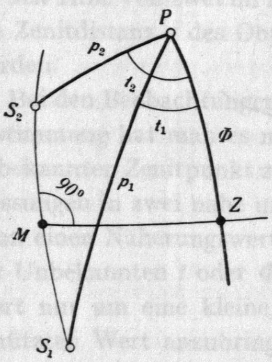

Fig. 8

2. *Bestimmung der Poldistanz Φ des Zenites mit Hilfe der Uhrzeiten U_1 und U_2*, zu welchen die Sterne (α_1, p_1) und (α_2, p_2) bei den Stundenwinkeln t_1 und t_2 sich in der gleichen Zenitdistanz befunden haben (Figur 8).

Wir tragen von dem als Meridian gewählten Großkreis aus die Winkel t_1 und t_2 ab und machen auf den nicht im Meridian liegenden Schenkeln $PS_1 = p_1$ und $PS_2 = p_2$. Die im Mittelpunkt M des Großkreisbogens S_1S_2 gezogene Senkrechte schneidet den Meridian im gesuchten Zenit Z. Die Z bestimmenden Kreise schneiden sich senkrecht, wenn die Mittelsenkrechte mit dem I. Vertikal zusammenfällt, wozu erforderlich ist, daß die beiden Sterne in Azimuten, die *symmetrisch zum I. Vertikal* liegen, beobachtet werden.

Die Unsicherheit, die der beobachteten Uhrzeit U_1 oder U_2 anhaftet, hat eine Unsicherheit in der Richtung der von M ausgehenden Mittelsenkrechten zur Folge; diese Unsicherheit wird um so weniger die Lage des Schnittpunktes Z beeinflussen, je näher der Mittelpunkt M dem Meridian liegt. Die beiden Sterne sind deshalb in der Nähe des Meridians zu beobachten; es kann sich dann auch ein Fehler in der Lage des Meridianes, als Folge eines Fehlers der

[1]) Die Zahlen verweisen auf das Literaturverzeichnis am Schlusse des Bandes.

verwendeten Uhrkorrektion, nicht nachteilig auswirken. Im Meridian selber dürfen die Sterne nicht gewählt werden, weil im Meridian keine Almukantaratdurchgänge beobachtet werden können.

Diese Methode der Polhöhenbestimmung ist von M. Pewzow vorgeschlagen worden[2]).

Wenn das Instrument ein Okularmikrometer mit beweglichem Horizontalfaden besitzt, so kann man die Pewzowsche Methode auch zur Beobachtung der Sterne im Meridian selber verwenden. Man sucht dann zwei Sterne aus, von denen der eine nördlich, der andere südlich des Zenites sehr nahe in die gleiche Meridianzenitdistanz kommt. Stellt man das Fernrohr auf die mittlere

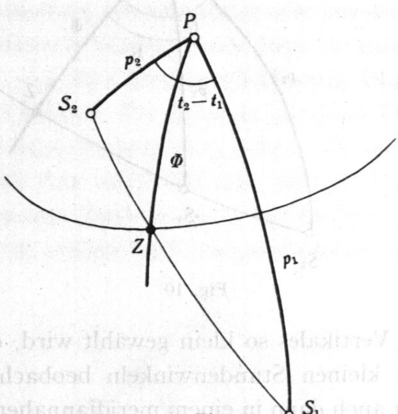

Fig. 9

Zenitdistanz der beiden Sterne ein, so kann man zuerst den einen und dann nach Drehung des Instrumentes um 180⁰ den andern Stern durch das Gesichtsfeld gehen lassen. An Stelle der Durchgangsbeobachtung tritt jetzt die Einstellung des beweglichen Horizontalfadens auf jeden der beiden Sterne. Die den Einstellungen entsprechenden Trommelablesungen führen unmittelbar zur Kenntnis der Differenz der Zenitdistanzen der beiden Sterne, wenn die Umdrehungsachse mit der Lotrichtung zusammenfällt. Sind z_s und p_s Zenitdistanz und Poldistanz des südlichen Sternes, z_n und p_n Zenitdistanz und Poldistanz des nördlichen, so ist

$$\Phi = \frac{1}{2}(p_n + p_s) + \frac{1}{2}(z_n - z_s),$$

worin $(z_n - z_s)$ die mikrometrisch gemessene Differenz der Zenitdistanzen ist.

Diese Methode der Polhöhenbestimmung ist als Horrebow-Talcott-Methode bekannt.

3. *Bestimmung der Uhrkorrektion u mit Hilfe der Uhrzeiten U_1 und U_2*, zu denen sich die Sterne (α_1, p_1) und (α_2, p_2) im gleichen Azimut befunden haben an einem Ort der Polhöhe $\varphi = 90^0 - \Phi$ (Figur 9).

Wir konstruieren das Dreieck PS_1S_2, indem wir den Winkel bei P gleich $(t_2 - t_1)$, $PS_1 = p_1$ und $PS_2 = p_2$ machen. Der Bogen S_1S_2 wird dann vom Kleinkreis um P mit dem Radius Φ im Zenit Z geschnitten. Die Stundenwinkel t_1 und t_2 sind jetzt bekannt, und es kann der die Uhrkorrektion darstellende Winkel angegeben werden.

Wie ersichtlich, ist jetzt zu verlangen, daß der Bogen S_1S_2 sehr nahe in den Meridian fällt. Das kann auf zwei Arten erreicht werden; zunächst dadurch,

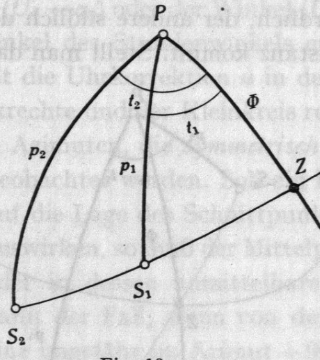

Fig. 10

daß das Azimut des Vertikales so klein gewählt wird, daß beide Sterne in – absolut genommen – kleinen Stundenwinkeln beobachtet werden. Die Beobachtung findet aber auch dann in einem meridiannahen Vertikal statt, wenn der eine der beiden Sterne ein sehr polnaher Stern ist, der in beliebigem Stundenwinkel beobachtet wird.

Werden beide Sterne in kleinen Stundenwinkeln beobachtet, so redet man von einer *Meridianzeitbestimmung*. Die Methode, einen Polstern und einen zweiten (im Zenit oder südlich davon kulminierenden) Stern zu beobachten, ist von W. Döllen vorgeschlagen worden[3]).

4. *Bestimmung der Poldistanz Φ des Zenites mit Hilfe der Uhrzeiten U_1 und U_2*, zu welchen die Sterne (α_1, p_1) und (α_2, p_2) bei den Stundenwinkeln t_1 und t_2 in das gleiche Azimut gekommen sind (Figur 10).

Wir tragen von einem als Meridian gewählten Großkreis die Stundenwinkel t_1 und t_2 ab und machen auf den nicht im Meridian liegenden Schenkeln $PS_1 = p_1$ und $PS_2 = p_2$. Der durch S_1 und S_2 gelegte Großkreisbogen schneidet den Meridian im Zenit Z. Damit $PZ = \Phi$ sicher bestimmt ist, muß der Bogen S_1S_2 mit dem I. Vertikal zusammenfallen oder wenigstens in dessen Nähe liegen. Eine Unsicherheit in der Lage der Punkte S_1 und S_2 wirkt sich am wenigsten aus, wenn sie sich in unmittelbarer Nähe des Zenites befinden, der eine auf der Ost- und der andere auf der Westseite des I. Vertikals.

Ein Fehler in der Uhrkorrektion beeinflußt die Lage des Meridians gegenüber dem Dreieck PS_1S_2. Da ein Fehler du das Zenit in der Richtung des I. Vertikales verschiebt, wird der Fehler $d\Phi$ eine kleine Größe höherer Ordnung, wenn du klein von der ersten Ordnung ist.

Die beiden Sterne sind somit im I. Vertikal bei kleinen Zenitdistanzen zu beobachten, der eine im Osten, der andere im Westen.

d) Simultane Bestimmungen

Da die Uhrkorrektion oder die Polhöhe entweder aus den Durchgängen zweier Sterne durch denselben Almukantarat oder aus den Durchgängen durch denselben Vertikal ermittelt werden kann, liegt es nahe, zu fragen, ob mit Hilfe der Durchgänge von drei Sternen gleichzeitig Uhrkorrektion und Polhöhe bestimmt werden können. Die Antwort auf diese Frage läßt sich sowohl auf geometrischem als analytischem Weg geben; die geometrische Beantwortung besteht darin, daß man zeigt, wie man die drei Unbekannten – in dem einen Falle die gemeinsame Zenitdistanz z, die Uhrkorrektion u und die Poldistanz Φ des Zenites, im andern Falle das gemeinsame Azimut neben u und Φ

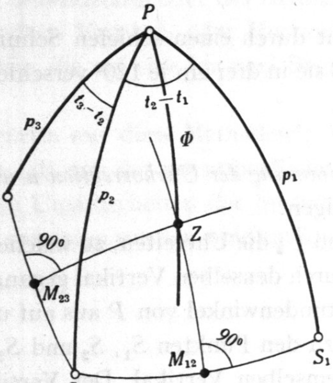

Fig. 11

– durch Konstruktion finden kann. Die analytische Beantwortung hat von der Funktionaldeterminante der drei Funktionen, durch welche die drei Unbekannten miteinander verbunden werden, auszugehen. Verschwindet die Funktionaldeterminante, so sind die drei Unbekannten nicht voneinander unabhängig. Wir gehen an dieser Stelle nur auf die geometrische Behandlung dieser Frage ein.

1. *Simultane Bestimmung der Uhrkorrektion u und der Poldistanz Φ des Zenites mit Hilfe der Uhrzeiten U_1, U_2 und U_3,* zu welchen drei verschiedene Sterne in denselben Almukantarat gekommen sind (Figur 11).