b) Geometrische Betrachtungen

Im Dreieck PZS (Figur 1 und 2) ist die Seite $PS = p$ immer bekannt. Da ein sphärisches Dreieck durch drei beliebige seiner sechs Stücke bestimmt ist, sind folgende Arten der Bestimmung des Stundenwinkels t und damit der Uhrkorrektion u und der Zenitdistanz Φ des Pols möglich:

1. Gesucht u, wenn gegeben sind z, p und Φ.
2. Gesucht Φ, wenn gegeben sind z, p und t.
3. Gesucht u, wenn gegeben sind a, p und Φ.
4. Gesucht Φ, wenn gegeben sind a, p und t.

In allen vier Fällen ist ferner gegeben die Uhrzeit U, zu welcher das Gestirn entweder in der Zenitdistanz z oder im Azimut a beobachtet worden ist, und die Rektaszension α des Gestirnes.

Die wahren Zenitdistanzen z gehen aus den scheinbaren, das heißt den beobachteten Zenitdistanzen dadurch hervor, daß diese um den Betrag der astronomischen Refraktion vermehrt werden.

Wir nehmen an, daß ausschließlich Fixsterne beobachtet werden; es dürfen dann die am Beobachtungsort gültigen Richtungskoordinaten z oder a in die Beziehungen (1) oder (2) eingeführt werden, da es wegen der großen Ent-

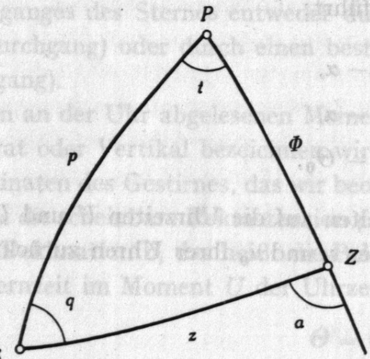

Fig. 1

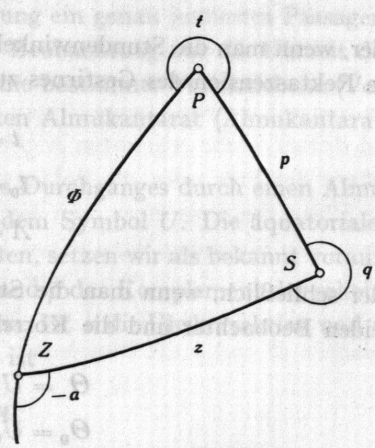

Fig. 2

fernungen der Fixsterne nicht nötig ist, auf die geozentrischen Werte von z oder a überzugehen.

Wir betrachten zunächst die geometrische Lösung dieser Aufgaben und nehmen zu diesem Zweck an, daß uns eine Kugelfläche und die zur Zeichnung von Groß- oder Kleinkreisen erforderlichen Hilfsmittel zur Verfügung stehen. Von praktischer Bedeutung ist die geometrische Lösung nicht, da sie die gesuchten Größen auch dann nur mit sehr beschränkter Genauigkeit liefert, wenn ein großer Globus benützt wird. Die geometrische Lösung erlaubt aber, sich in anschaulicher Weise Rechenschaft zu geben von den Umständen, unter welchen die Beobachtungen angestellt werden müssen, wenn die gesuchten Größen so genau als möglich werden sollen; sie läßt uns auch leicht übersehen,

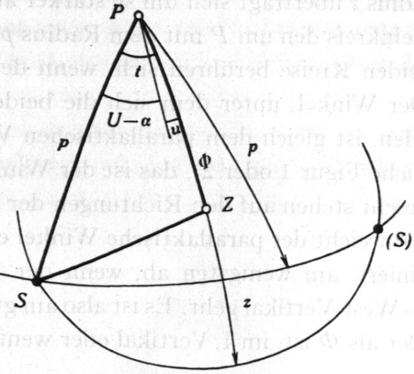

Fig. 3

unter welchen Umständen die Zeit ohne die Kenntnis der Polhöhe und die Polhöhe ohne die Kenntnis der Zeit bestimmt werden kann.

1. *Bestimmung der Uhrkorrektion u mit Hilfe der Zenitdistanz z,* die ein Gestirn der AR α und der Poldistanz p zur Uhrzeit U an einem Ort der Polhöhe $\varphi = 90^0 - \Phi$ erreicht hat (Figur 3).

Wir tragen auf einem Großkreis der Kugel die Punkte P und Z im Abstand Φ auf. Der Ort S des Gestirnes ist dann gegeben als Schnittpunkt zweier Kleinkreise, nämlich des Kleinkreises, der mit dem Radius p um P, und des Kleinkreises, der mit dem Radius z um Z gelegt wird. Da sich diese beiden Kreise in zwei Punkten schneiden, ist noch zu entscheiden, welcher von den beiden Schnittpunkten als Ort S des Gestirnes zu nehmen ist. Diese Entscheidung ist möglich, wenn der Beobachter sich bei der Messung gemerkt hat, ob die Zenitdistanz mit der Zeit zu- oder abnimmt; im ersten Fall liegt der Sternort auf der Westseite, im zweiten Fall auf der Ostseite des Meridianes PZ.

Der Winkel bei P im Dreieck PZS ist der Stundenwinkel t, und da

$$t - (U - \alpha) = u$$

ist, erhält man die Uhrkorrektion u, indem man von PS aus entgegen der täglichen Bewegung den Winkel $(U - \alpha)$ abträgt.

Die Antwort auf die Frage, wo das Gestirn beobachtet werden muß, damit der Stundenwinkel t und damit auch die Uhrkorrektion so genau als möglich bestimmt wird, ergibt sich durch folgende Überlegung. Der Beobachter begeht sowohl bei der Messung der Zenitdistanz z als bei der Feststellung der zugehörigen Uhrzeit U einen Fehler. Wir können aber nur *einen* Fehler annehmen, wenn wir entweder den Fehler der Zenitdistanz-Messung auf die Uhrzeit oder den Fehler der Uhrzeit auf die Zenitdistanz werfen. Wenn wir das letztere tun und voraussetzen, daß p, α und Φ fehlerfrei bekannt seien, so ist in unserer Konstruktion nur der um Z mit dem Radius z geschlagene Kreis fehlerhaft. Ein Fehler im Radius z überträgt sich um so stärker auf den Stundenwinkel, je schiefer dieser Kleinkreis den um P mit dem Radius p geschlagenen Kleinkreis schneidet. Die beiden Kreise berühren sich, wenn der Stern im Meridian beobachtet wird. Der Winkel, unter dem sich die beiden Kreise außerhalb des Meridians schneiden, ist gleich dem parallaktischen Winkel q des sphärischen Dreieckes (vergleiche Figur 1 oder 2), das ist der Winkel bei S, weil die Seiten PS und ZS senkrecht stehen auf den Richtungen der beiden Kleinkreise. Vom Wert 90^0 oder 270^0 weicht der parallaktische Winkel eines Sternes, der südlich vom Zenit kulminiert, am wenigsten ab, wenn der Stern durch den ersten, das heißt den Ost–West-Vertikal geht. Es ist also am günstigsten, Sterne, deren Poldistanz p größer als Φ ist, im I. Vertikal oder wenigstens in seiner Nähe zu beobachten.

Nun stellt sich aber die Frage, ob die Beobachtung im I. Vertikal auch günstig sei, wenn man den Einfluß eines Fehlers der Polhöhe auf die Uhrkorrektion vermeiden oder klein halten will. Verschiebt man den Punkt Z auf dem Meridian um $d\Phi$, so ändert sich die Seite ZS nur um eine kleine Größe höherer Ordnung, wenn sich S im I. Vertikal befindet, weil dieser senkrecht zum Meridian steht, das heißt aber, es führen die Stücke $\Phi + d\Phi$, p und z zur gleichen Lage des Punktes S gegenüber dem Meridian wie Φ, p und z, und es hat ein Fehler $d\Phi$ keinen Einfluß auf den Stundenwinkel.

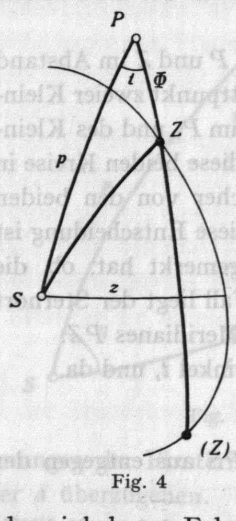

Fig. 4

Der parallaktische Winkel kann den Wert 90^0 oder 270^0 annehmen bei Sternen, die in die größte Digression kommen, das heißt bei Sternen, deren Poldistanz p kleiner als Φ ist. Diese Sterne kommen aber aus zwei Gründen nicht als Beobachtungsobjekte der Zeitbestimmung in Betracht; erstens ändern sie die Zenitdistanz langsamer als die den I. Vertikal passierenden Sterne, so daß sich der Moment des Durchganges durch einen Almukantarat weniger genau feststellen läßt, und zweitens hat eine Änderung von PZ um $d\Phi$ eine Änderung in der Lage des Punktes S und damit in der Größe des Stundenwinkels zur Folge, die von gleicher Größenordnung wie $d\,\Phi$ werden kann.

2. *Bestimmung der Poldistanz Φ des Zenites mit Hilfe der Zenitdistanz z*, die ein Gestirn der AR α und der Poldistanz p zur Uhrzeit U im Stundenwinkel t erreicht hat (Figur 4).

Wir tragen vom Punkte P aus zwei Großkreise ab, die sich unter dem Winkel t schneiden. Auf dem im Sinn der täglichen Bewegung vorausgehenden Schenkel liegt der Sternort S im Abstand p vom Punkt P. Der um S mit dem Radius z geschlagene Kleinkreis schneidet den andern Schenkel des Winkels t in zwei Punkten. Welcher von diesen beiden Punkten als das Zenit des Beobachtungsortes zu nehmen ist, kann der Beobachter entscheiden auf Grund der Notierung, ob der Stern bei zu- oder abnehmendem Azimut beobachtet worden ist.

Der Ort Z wird am sichersten festgelegt, wenn der zweite Schenkel des Winkels t, das ist der Meridian, von dem um S gelegten Kleinkreis rechtwinklig geschnitten wird; das ist dann der Fall, wenn die Beobachtung im Meridian

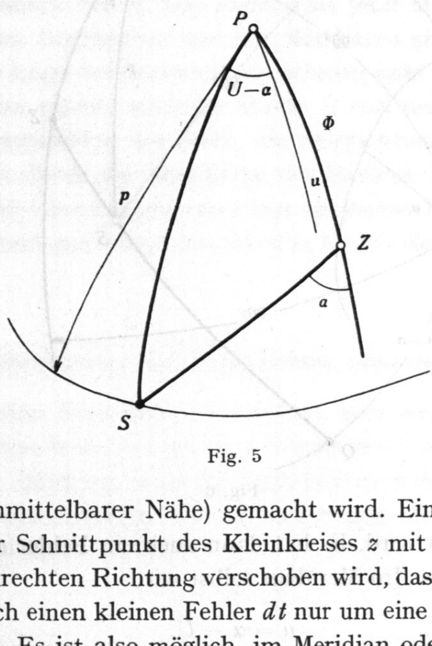

Fig. 5

(oder in dessen unmittelbarer Nähe) gemacht wird. Ein Fehler dt hat dann zur Folge, daß der Schnittpunkt des Kleinkreises z mit dem Meridian in der zum Meridian senkrechten Richtung verschoben wird, das heißt die Entfernung $PZ = \Phi$ wird durch einen kleinen Fehler dt nur um eine kleine Größe höherer Ordnung geändert. Es ist also möglich, im Meridian oder in seiner unmittelbaren Nähe die Polhöhe ohne Kenntnis der Zeit zu bestimmen. Im Meridian selbst wird, wenn man die Zenitdistanz und die Poldistanz des Sternes nach Süden positiv, nach Norden negativ nimmt:

$$\Phi = p - z.$$

3. *Bestimmung der Uhrkorrektion u mit Hilfe des Azimutes a,* das ein Gestirn der AR α und der Poldistanz p zur Uhrzeit U an einem Ort der Polhöhe $\varphi = 90^0 - \Phi$ erreicht hat (Figur 5).

Wir tragen auf einem als Meridian gewählten Großkreis, auf dem die Punkte P und Z sich im Abstand Φ befinden, von Z aus den Winkel a im Sinn der täglichen Bewegung ab. Der nicht im Meridian liegende Schenkel dieses Winkels wird vom Kleinkreis, der mit dem Radius p um P gelegt wird, im Sternort S geschnitten. Der Großkreis PS bildet mit dem Meridian PZ den gesuchten Stundenwinkel t; die Uhrkorrektion u erscheint als Differenz des Winkels t und des Winkels $(U-\alpha)$, indem man $(U-\alpha)$ entgegen der täglichen Bewegung von PS aus abträgt.

Wie ersichtlich, erhält man den Sternort als Schnittpunkt zweier senkrecht stehender Kreise, wenn die Beobachtung im Meridian (oder in seiner unmittelbaren Nähe) gemacht wird. Es hat dann auch ein Fehler $d\,\Phi$ keinen Einfluß auf die Uhrkorrektion. Im Meridian selbst wird

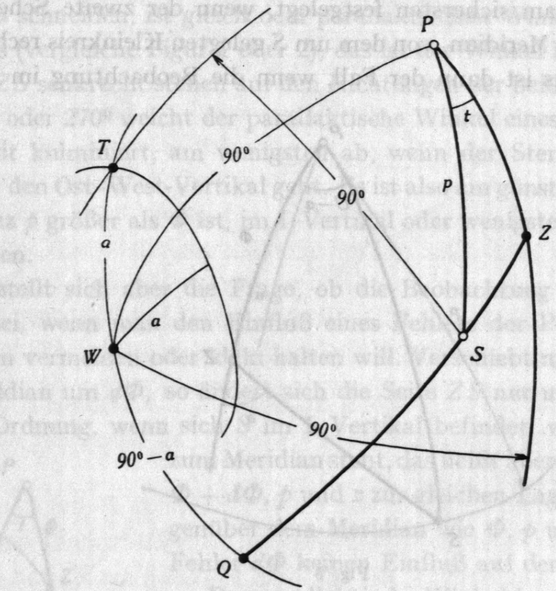

Fig. 6

$$u = \alpha - U.$$

4. *Bestimmung der Poldistanz Φ des Zenites mit Hilfe des Azimutes a*, das ein Gestirn der AR α und der Poldistanz p zur Uhrzeit U im Stundenwinkel t erreicht hat (Figur 6).

Es ist jetzt gegeben die Seite $PS = p$ des sphärischen Dreieckes und der Winkel t, den PS mit dem Meridian bildet. Auf diesem ist der Punkt Z so zu bestimmen, daß ZS mit dem Meridian den gegebenen Azimutwinkel a bildet.

Der Ort des Punktes Z ist bekannt, wenn wir die Lage der Polare zu Z, das ist der Horizont, angeben können. Der Horizont ist als Großkreis aber bestimmt, sobald zwei seiner Punkte, die weder zusammenfallen noch einander diametral gegenüberliegen, bekannt sind. Ein erster Punkt kann sofort an-gegeben werden, es ist der Westpunkt W des Horizontes, welcher Pol zum Meridian als Polare ist. Einen zweiten Punkt liefert die folgende Überlegung. Die beiden Pole zum Vertikal, der Z mit S verbindet, als Polaren liegen im Horizont und haben von S 90⁰ Abstand. Das Azimut des einen Poles ist um 90⁰ größer, das des andern um 90⁰ kleiner als das Azimut a des Punktes S. Von dem im Azimut $90^0 + a$ liegenden Pol hat der Westpunkt die Entfernung a. Man erhält also diesen Pol, indem man um S den Großkreis im Abstand 90⁰ und um den Westpunkt W einen Kleinkreis mit dem Radius a zieht. Der Schnittpunkt T dieser beiden Kreise liegt im Horizont, der nun als Großkreis, der die Punkte T und W verbindet, gegeben ist. Geht man von T aus im Horizont um 90⁰ gegen den Südpunkt des Horizontes, so erhält man den im Horizont liegenden Punkt Q des Vertikales von S. Das Zenit Z ist jetzt als Schnittpunkt des Q mit S verbindenden Großkreises und des Meridianes gegeben.

Damit sich die Lage des Zenites Z als Schnittpunkt zweier sich senkrecht schneidender Kreise ergibt, muß der Punkt Q mit dem Westpunkt W des Horizontes zusammenfallen, das heißt, die Beobachtung muß im I. Vertikal stattfinden. Damit durch die Projektion des Punktes S von Q aus auf den Meridian infolge der Unsicherheit von S nur ein kleiner Fehler in der Lage des Zenites entsteht, muß außerdem der Stern in kleiner Zenitdistanz beobachtet werden.

c) Die Elimination der Zenitdistanz oder des Azimutes

Die Messung einer Zenitdistanz beruht auf zwei Kreislesungen. Ist R die Ablesung am Vertikalkreis bei der Einstellung der Visierlinie auf ein festes Objekt und Z_R die Ablesung, wenn die Visierlinie nach dem Zenit gerichtet ist, so ist unter der Voraussetzung, daß die Ablesungen mit der Zenitdistanz zunehmen, die Zenitdistanz z gleich

$$z = R - Z_R.$$

Dreht man das Instrument um 180⁰ und wiederholt die Messung, so wird, wenn die Ablesungen mit L und Z_L bezeichnet werden:

$$z = Z_L - L.$$

Die Ablesungen Z_R und Z_L der Zenitrichtung in den beiden Lagen werden nur gleich, wenn die vertikale Umdrehungsachse des Instrumentes mit der Lotrichtung zusammenfällt. Im allgemeinen wird das nicht der Fall sein; der Unterschied zwischen Z_R und Z_L kann aus den Ablesungen eines Niveaus, dessen Achse in die horizontale Richtung nach dem Objekt fällt und das fest mit der vertikalen Umdrehungsachse des Instrumentes verbunden ist, ermittelt werden. Setzt man