pols ist der Mittelpunkt (M) des Grundkreises. Wie nun die Flächenpole dieser Zone auf dem Grundkreise liegen, so befinden sich die Flächenpole jeder Zone auf einem größten Kreise[1]) der Kugel, von dem der zugehörige Zonenpol 90° absteht.

Man erkennt dies, wie manche sonstigen Eigenschaften der stereographischen Projektion, am einfachsten mit Hilfe einer schwarzen Kugel, auf der man mit Kreide zeichnen und die man auf einen passenden napfförmigen Untersatz in beliebige Lage bringen kann.

Die ausgezeichnetsten Eigenschaften der stereographischen Projektion sind:

1. Alle Kreise auf der Kugel geben in der Projektion Kreise,

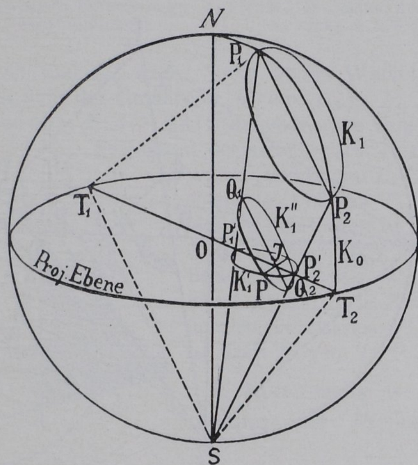

Fig. 18. Erläuterung zur Projektion von Kreisen in stereographischer Projektion.

m Grenzfall gerade Linien (vgl. Fig. 17). Ein einfacher Beweis läßt sich an der Hand der Fig. 18 und 19 geben.

Auf der Kugel Fig. 18 ist K_1 ein Kleinkreis, K_1' seine Projektion. Es entsprechen sich die Durchmesser P_1P_2 und $P_1'P_2'$. Ein beliebiger Punkt P auf K_1' liefert PJ als Lot auf $P_1'P_2'$. Daß im schiefen Kegel der Projektionsstrahlen, in welchem K_1 den „ersten Kreisschnitt" bedeutet, K_1' der „zweite Kreisschnitt" ist, ergibt der Nachweis von $PJ^2 = P_1'J \cdot P_2'J$. Da die Dreiecke $JP_1'Q_1$ und $JP_2'Q_2$ ähnlich sind (gleiche Winkel, s. Fig. 19), so ist $\frac{P_1'J}{Q_1J} = \frac{Q_2J}{P_2'J}$ oder $P_1'J \cdot P'J = Q_1J \cdot Q_2J$. Da $Q_1J \cdot Q_2J = PJ^2$, so ist $P_1'J \cdot P_2'J = PJ^2$, der Kegelschnitt K_1' also ein Kreis.

[1]) Die Ebene eines größten Kreises geht durch den Kugelmittelpunkt; sie halbiert also die Kugel.

Die Ebene eines Kleinkreises geht nicht durch den Kugelmittelpunkt.