

sich also die Kristallflächen als größte Kreise dar, deren Pole die Projektionspunkte derselben Flächen in stereographischer Projektion sind. Aus letzterer ist die zyklographische Projektion mithin leicht abzuleiten.

### 3. Gnomonische Projektion.

Man fällt vom Kristallmittelpunkte Lote auf die Kristallflächen und bestimmt ihre Durchstichpunkte mit der Ebene, welche eine um den Kristall konzentrisch beschriebene Kugel im oberen Pol  $N$  tangiert.

Die Projektion der Flächen setzt sich aus solchen Durchstichpunkten  $p''$  zusammen (Fig. 26).

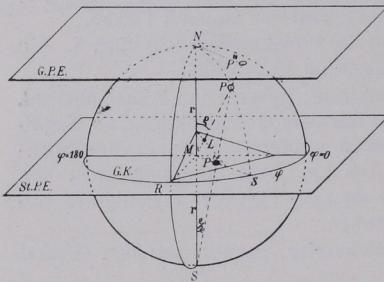


Fig. 26. Schema zur stereographischen und gnomonischen Projektion.

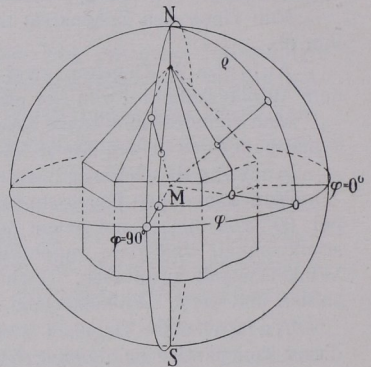


Fig. 27. Länge  $\varphi$  und Polardistanz  $\rho$  von Kristallflächen.

Die Projektionspunkte sind durch die Winkel  $\varphi$  (Länge) und  $\rho$  (Polardistanz) gekennzeichnet (Fig. 26).  $Np'' = r \tan \rho$  (wo  $r =$  Kugelradius).

Ist  $\rho = 0^\circ$  (horizontale Fläche), so liegt  $p''$  im Mittelpunkte  $N$  der Projektion. Mit wachsendem  $\rho$  fällt  $p''$  immer weiter nach außen; bei  $r = 5$  cm ist für den Fall einer Polardistanz  $\rho = 75^\circ$   $p''$  schon 18,66 cm von  $N$  entfernt. Diese weite Ausdehnung des Projektionsfeldes bei steil zur Projektionsebene geneigten Flächen ist ein ungünstiger Umstand der sonst so vorteilhaften gnomonischen Projektionsart<sup>1)</sup>.

Ist  $\rho = 90^\circ$  (vertikale Flächen), so fällt  $p''$  in die Unendlichkeit. Man deutet das durch eine Richtungslinie unter dem betreffenden Winkel  $\varphi$  an.

**Zonen.** Die Projektionspunkte tautozonaler Flächen (Fig. 28) liegen auf einer Geraden; z. B. liefern  $a, b, c, d, e$  den Kugelzonenkreis  $KZK$ ; seine Zonenachse sticht in  $ZP$  aus. Die verbreiterte

<sup>1)</sup> Man hilft sich in solchen Fällen durch Projizieren auf noch eine (vertikale) Ebene.

Ebene  $KZK$  schneidet die Ebene der gnomonischen Projektion in der Zonengeraden  $Z$ .

Die Projektion einer Fläche in zwei Zonen ist der Durchschnittspunkt der beiden Zonengeraden.

Ausführung der Projektion. Bei bekanntem  $\varphi$  und  $\rho$  (entsprechend z. B. den Fig. 26/27) trägt man  $p''$  unter Benutzung eines Millimeterlängenmaßes ein, und zwar  $\varphi$  durch Abschlagen

der Kreissehne  $s = 2 \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$

auf dem Grundkreis von Nullpunkt für  $\varphi$  aus und  $\rho$  durch  $Np'' = r \cdot \tan \rho$  auf dem zugehörigen Radius. V. Goldschmidt hat dafür zur Sparrung der Rechnung eine Sehnen- und Tangententabelle aufgestellt.

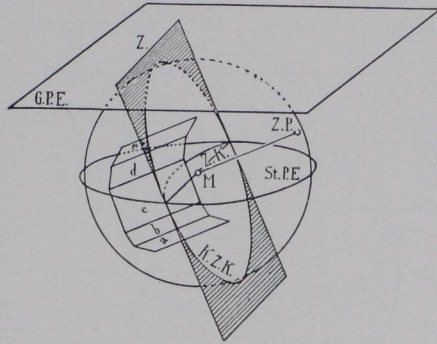


Fig. 28. Gnomonische Zonengrade  $Z$  der Flächen  $a, b, c, d, e$ .

Wie das Wulffsche Netz bei der stereographischen Projektion Verwendung findet, so dient das Hiltonsche Netz für die gnomonische Projektion. In ihm stellen sich die Großkreise (Zonenkreise) der Kugel als Gerade, die Parallelkreise als Hyperbeln dar. Man kann es zur Lösung der Aufgaben 1–10 Seite 14/15 wie das stereographische Netz benutzen.

Beim Auftragen vieler Punkte bedient man sich mit besonderem Vorteil eines von V. Goldschmidt und Wright angegebenen Projektionstransporteurs;

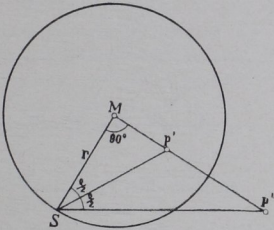


Fig. 29. Stereographischer Punkt  $p'$ , gnomonischer  $p''$ .

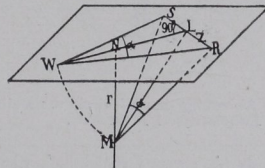


Fig. 30. Winkelpunkt der gnomonischen Projektion.

er ist auch für die stereographische Projektion eingerichtet<sup>1)</sup>. In Ermanglung eines solchen Apparates läßt sich ein Netz verwenden, das man sich leicht hinsichtlich  $\varphi$  und  $\rho$  konstruieren kann; in ihm bedeuten Kreise  $\rho = \text{konst.}$ , radiale Linien  $\varphi = \text{konst.}$

<sup>1)</sup> Bezugsquelle: Mechaniker P. Stoß, Heidelberg.



Beziehungen zwischen stereographischer und gnomonischer Projektion. Aus der stereographischen Projektion läßt sich die gnomonische leicht in Ansehung der Beziehung herleiten, daß  $Mp'$  (Fig. 26 u. 29)  $= r \cdot \tan \rho/2$  und  $Np'' = r \cdot \tan \rho$  sind. Durch Umklappung des Dreiecks  $Mp'S$  um  $Mp'$  als Scharnierlinie in die Ebene der stereographischen Projektion und durch Verdoppelung des Winkels  $MSp' = \rho/2$  findet man im Durchschnittspunkte des freien Winkelschenkels mit der über  $p'$  verlängerten

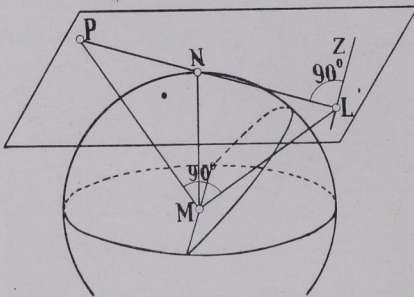


Fig. 31.

Zonengrade  $Z$  und Zonenpol  $P$ .

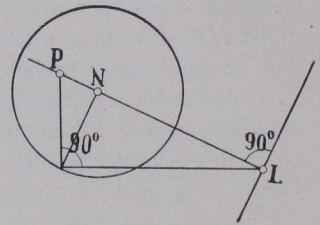


Fig. 32.

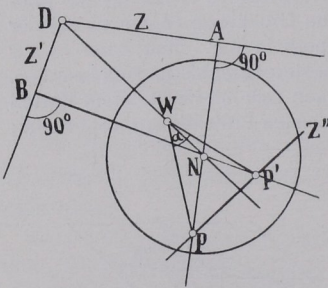


Fig. 33. Ablesung des Winkels  $\alpha$  zweier Zonenachsen  $P$  und  $P'$ .

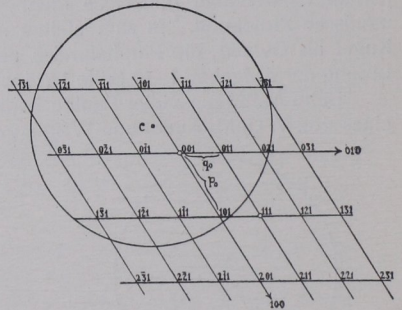


Fig. 34. Ablesung der Indizes aus der gnomonischen Projektion.

Linie  $Mp'$  den Punkt  $p''$  als gnomonische Projektion. (Man denke sich in Fig. 26 die Ebene der gnomonischen Projektion in die der stereographischen hinabgesenkt.)

Ablesen des Winkels zweier Flächen aus ihrer Projektion. Er ist durch die Neigung  $\alpha$ , der vom Kugelmittelpunkte  $M$  auf die Flächen gefällten Lote  $MR$  und  $MS$  gegeben (Fig. 30). Man klappt diesen Winkel um die Zonengrade  $Z$  als Scharnier in die Ebene der Projektion und mißt ihn aus. Dabei wird das rechtwinklige Dreieck  $MNL$  benutzt, in welcher  $MN = r$  bekannt ist und  $NL$  eine Normale von  $N$  auf  $Z$  vorstellt; man





Winkel zweier Kristallkanten (Zonenachsen). (Fig. 33.) Zu den Zonengeraden  $Z$  und  $Z'$  gehören die Pole  $P$  und  $P'$  und zur Geraden  $PP'$  gehört  $D$ , der Durchschnittspunkt von  $Z$  und  $Z'$ , als Pol. Man konstruiert also die Zonengerade  $Z''$  zu  $D$ , zeichnet die Zentralen  $AN$  und  $BN$  über  $N$  hinaus bis zum Schnitt mit  $Z''$  und findet so die Pole  $P$  und  $P'$  zu  $Z$  und  $Z'$ . Den gesuchten Winkel  $\alpha$  liest man vom Winkelpunkte  $W$  ab. Falls die Konstruktion nicht zu weit vom Projektionspunkte entfernt liegt, kann man auch für sie das gnomonische Netz benutzen.

Eintragung der gnomonischen Projektionspunkte nach den Indizes<sup>1)</sup>. Nach dem Vorschlage von V. Goldschmidt wandelt man die Indizes  $hkl$  durch Division mit  $l$  in  $h/l, k/l, 1 = pq/1$  um;  $1$  wird fortgelassen. In einer Projektionsebene senkrecht zur Achse  $c$  seien  $(001)$ ,  $(100)$ ,  $(010)$  sowie  $(111)$  eingetragen. Die Geraden zwischen den Punkten für  $(001)$  und  $(010)$  sowie zwischen  $(001)$  und  $(100)$  seien die Koordinatenachsen;  $p_0$  und  $q_0$  sind dann die Koordinaten von  $(111)$ <sup>2)</sup> (Fig. 34). Man kann nun jede beliebige Fläche nach den Goldschmidtschen Indizes als Koordinaten unmittelbar eintragen.

Als Beispiel einer gnomonischen Projektion sei in Fig. 35 die eines Schwerspats (Fig. 36) gegeben.

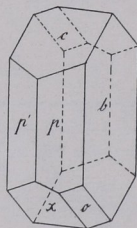


Fig. 37a.  $b = \{010\}$ ;  $c = \{001\}$ ;  $p = \{110\}$ ;  
 $p' = \{1\bar{1}0\}$ ;  $x = \{10\bar{1}\}$ ;  $o = \{1\bar{1}\bar{1}\}$ .

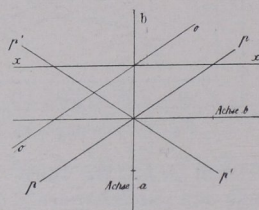


Fig. 37b. Linearprojektion von  $bp'p''xo$  (obere Flächen) der Fig. 37a auf  $c$ .

#### 4. Quenstedtsche Linearprojektion.

Die Kristallflächen werden durch Linien dargestellt, die sich als Einschnitte der Flächen auf einer Ebene ergeben. In der Fig. 37 wurde letztere parallel  $c = \{001\}$  der Fig. 37a gelegt. Projektionsregel ist: Die Kristallflächen sind vor dem Einschneidenlassen so weit sich selbst parallel zu verschieben, daß sie durch den Einheitsschnitt auf Achse  $c$  gehen. Z. B. ist  $a : 2b : 3c$  nach  $1/3a : 2/3b : c$  zu schieben. Die betreffende Projektionslinie geht also von  $1/3a$  nach  $2/3b$ . Eine

<sup>1)</sup> Für das Eintragen ist die Benutzung von Millimeterpapier mit randlicher Gradeinteilung nützlich (Bezugsquelle: P. Stoë, Heidelberg).

<sup>2)</sup> Sprich  $p$ -Null,  $q$ -Null.