7. Kristallprojektion.

Zur Übersicht der beobachteten Kristallformen und ihrer Beziehungen zueinander, zur Kristallzeichnung und Kristallberechnung, weiter auch zur Kennzeichnung optischer Verhältnisse bedient man sich mit großem Nutzen der stereographischen sowie der gnomonischen Projektion. Bei diesen Projektionsarten stellt man die Kristallflächen durch Projektionspunkte dar.

1. Stereographische Projektion.

Man denke sich den Kristall von einer konzentrischen Kugel umgeben und seine Flächen, so auch F in Fig. 16, parallel nach

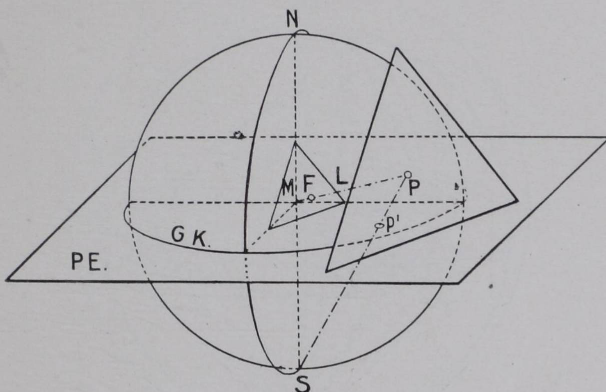


Fig. 16. Schema zur stereographischen Projektion.

außen verschoben, bis sie Tangentialebenen an der Kugel sind. Sie berühren dann letztere jeweils in einem Punkte P. Man erhält natürlich den nämlichen Punkt P, wenn man vom Kristallmittelpunkte M aus Lote (L) auf die Kristallflächen fällt und bis zum Einstichpunkte (P) mit der Kugel verlängert. Die Kugelpunkte (gleich Sternen auf dem Himmelsgewölbe) heißen Flächenpole; ihre Gesamtheit nennt man die Flächenpolfigur.

Die Flächenpole kennzeichnen somit Richtungen von Kugelradien. Wie Flächenlote kann man auch Kristallkanten oder andere, z. B. optische Richtungen, die man durch M gelegt denkt, durch einen Pol auf der Kugel festlegen.

Als Projektionsebene (PE) dient die Ebene eines größten Kreises. Stellen wir diese Ebene (GK) wagerecht, so lassen sich die Projektionspunkte der Flächenpole kennzeichnen als Schnittpunkte (p'), die man auf der Projektionsebene

(GK) erhält durch Einstechen der Verbindungslinien (PS) zwischen den Flächenpolen (P) und dem unteren Pol (S) der Kugel. Ersichtlich liegen die Projektionspunkte der Pole der oberen Halbkugel innerhalb des Grundkreises (GK), die Projektionspunkte der unteren Halbkugel außerhalb. Die Projektionspunkte der Flächen senkrecht zur Projektionsebene befinden sich auf der Linie des Grundkreises. Bei ihnen fallen Flächenpole und Projektionspunkte in eins zusammen.

Gewöhnlich gibt man in der Projektion nur die Flächenpole der oberen Halbkugel wieder. Die etwaigen Projektionen der Flächen

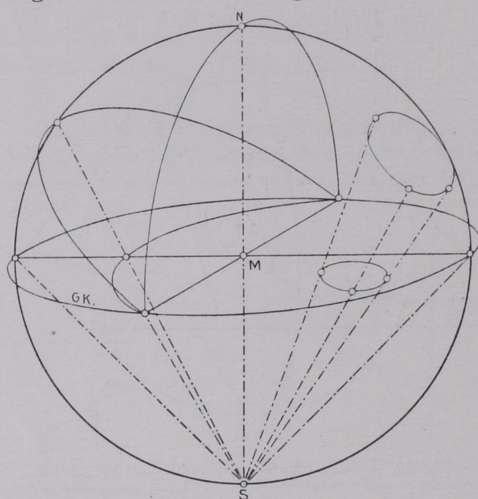


Fig. 17. Projektion von Kreisen in stereographischer Projektion.

unterhalb des Grundkreises stellt man statt außerhalb des letzteren innerhalb dar, indem man die Flächenpole der unteren Halbkugel mit dem oberen Kugelpol (N) verbindet (Gadolinsche Projektion). Die Projektionspunkte der oberen und unteren Halbkugel erhalten eine verschiedene Markierung, etwa $+$ und $\bigcirc$.

Das Zeichen $\oplus$ bedeutet, daß die Kugelpole zweier Flächen senkrecht übereinanderliegen; die Kante zwischen letzteren verläuft horizontal, und die Äquatorebene der Kugel halbiert den Winkel der beiden Flächen. Fläche und parallele Gegenfläche stellen sich in der Gadolinschen Projektion durch $+$ und $\bigcirc$ dar, die auf einer Linie durch den Projektionsmittelpunkt gleichweit von ihm liegen.

Die Zone der zum Grundkreise senkrechten Flächen hat ihren Zonenpol im oberen Kugelpol (N). Die Projektion dieses Zonenpols ist der Mittelpunkt (M) des Grundkreises. Wie nun die Flächenpole dieser Zone auf dem Grundkreise liegen, so befinden sich die Flächenpole jeder Zone auf einem größten Kreise[1]) der Kugel, von dem der zugehörige Zonenpol 90^{0} absteht.

Man erkennt dies, wie manche sonstigen Eigenschaften der stereographischen Projektion, am einfachsten mit Hilfe einer schwarzen Kugel, auf der man mit Kreide zeichnen und die man auf einen passenden napfförmigen Untersatz in beliebige Lage bringen kann.

Die ausgezeichnetsten Eigenschaften der stereographischen Projektion sind:

1. Alle Kreise auf der Kugel geben in der Projektion Kreise,

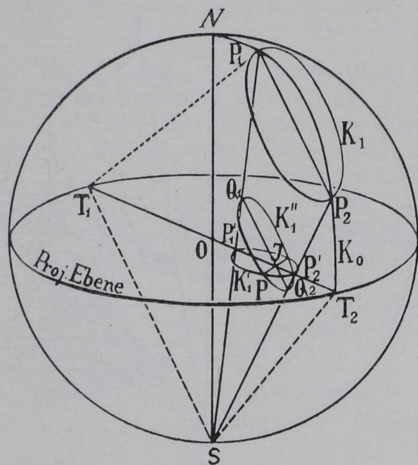


Fig. 18. Erläuterung zur Projektion von Kreisen in stereographischer Projektion.

m Grenzfall gerade Linien (vgl. Fig. 17). Ein einfacher Beweis läßt sich an der Hand der Fig. 18 und 19 geben.

Auf der Kugel Fig. 18 ist K_1 ein Kleinkreis, K_1' seine Projektion. Es entsprechen sich die Durchmesser $P_1 P_2$ und $P_1' P_2'$. Ein beliebiger Punkt P auf K_1' liefert PJ als Lot auf $P_1' P_2'$. Daß im schiefen Kegel der Projektionsstrahlen, in welchem K_1 den „ersten Kreisschnitt" bedeutet, K_1' der „zweite Kreisschnitt" ist, ergibt der Nachweis von $PJ^2 = P_1' J \cdot P_2' J$. Da die Dreiecke $JP_1'Q_1$ und $JP_2'Q_2$ ähnlich sind (gleiche Winkel, s. Fig. 19), so ist $\frac{P_1' J}{Q_1 J} = \frac{Q_2 J}{P_2' J}$ oder $P_1' J \cdot P' J = Q_1 J \cdot Q_2 J$. Da $Q_1 J \cdot Q_2 J = PJ^2$, so ist $P_1' J \cdot P_2' J = PJ^2$, der Kegelschnitt K_1' also ein Kreis.

[1]) Die Ebene eines größten Kreises geht durch den Kugelmittelpunkt; sie halbiert also die Kugel.

Die Ebene eines Kleinkreises geht nicht durch den Kugelmittelpunkt.

Größte Kreise der Kugel (Zonenkreise) projizieren sich als Kreisstücke, deren Durchschnittspunkte auf dem Grundkreise sich diametral gegenüberliegen. Alle größten Kreise, die durch S gehen, erscheinen in der Projektion als Gerade.

2. In einem sphärischen Dreieck auf der Kugel stellen die Seiten die Normalenwinkel (d. h. die Winkel der Lote) der zugehörigen Flächen dar, z. B. in Fig. 20

die Seite ab den Normalenwinkel zwischen den Flächen A und B,
" " bc " " " " " B " C,
" " ca " " " " " C " A.

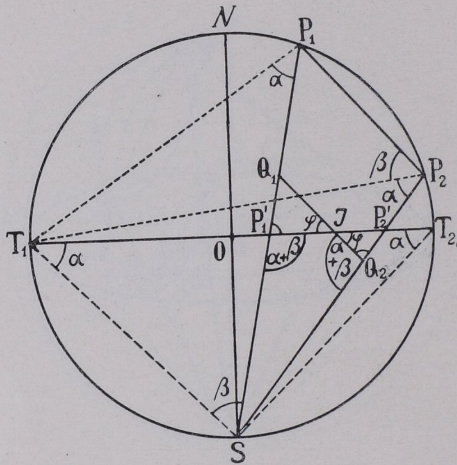


Fig. 19. Schnitt durch Fig. 18.

Die Winkel des sphärischen Dreiecks sind die Supplemente der ebenen Kantenwinkel; a ergänzt α, b ergänzt β und c ergänzt γ zu 180^0. In der Projektion (Fig. 21) werden die Winkel a, b, c zwischen den Seiten und die Winkelgrößen ac, cb, ba der Seiten des sphärischen Dreiecks auf der Kugel winkelgetreu wiedergegeben. α, β, γ lassen sich durch (alsbald zu erläuterndes) Ausmessen in der Projektion ablesen.

1. Treue bezüglich der Winkel sphärischer Dreiecke in der Projektion. Beweis (Fig. 22, 23): $K_1 K_2 K_0$ = Großkreise durch P; K_0 steht senkrecht zur Tangentialebene PB_1B_2 an P. K_1', K_2' und OB = Projektionen von K_1, K_2 und K_0; P' = Projektion von P. Winkel der Großkreise in P = Winkel der Tangenten PB_1 und PB_2; B_1B_2 = Schnittgerade der Tangentialebene mit der Projektionsebene. Da die Strecken BP und BP' (Fig. 23)

gleich sind, so gehen $B_1 P$ und $B_2 P$ durch Umklappen der Tangentialebene $B_1 P B_2$ um das Scharnier $B_1 B_2$ in $B_1 P'$ und $B_2 P'$ als Tangenten an die

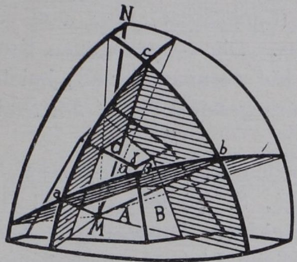


Fig. 20. Beziehung zwischen Zonenkreisen auf der Kugel und Kristallwinkeln.

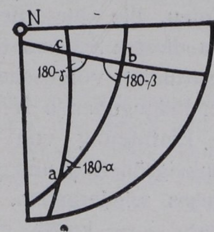
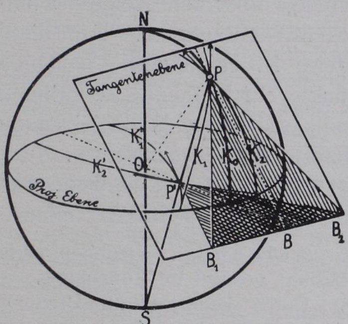


Fig. 21. Projektion des sphärischen Dreiecks a, b, c der Fig. 20.

Projektionskreise K_1' und K_2' über. Somit ist der Winkel der Projektionskreise in P' gleich dem der Großkreise K_1 und K_2 in P.

2. Treue bezüglich der Seiten sphärischer Dreiecke in der Projektion (Fig. 24). $P_1' P_2'$ = Projektion des Großkreises $P_1 P_2$. Es ist zu beweisen, daß Bogen $P_1 P_2$ = Bogen $P_1' P_2'$. Z sei der Pol von $P_1 P_2$, mithin φ das Maß für den Bogen $P_1 P_2$. Entsprechend ist φ' das Maß für $P_1' P_2'$. Nach obigem Beweis ist φ als Winkel der Zonenkreise E_1 und E_2 in Z = dem Winkel φ' der Projektionskreise E_1', E_2' in Z', somit ist auch Bogen $P_1' P_2'$ = Bogen $P_1 P_2$.



Andererseits werden die Herstellung der Projektion und die

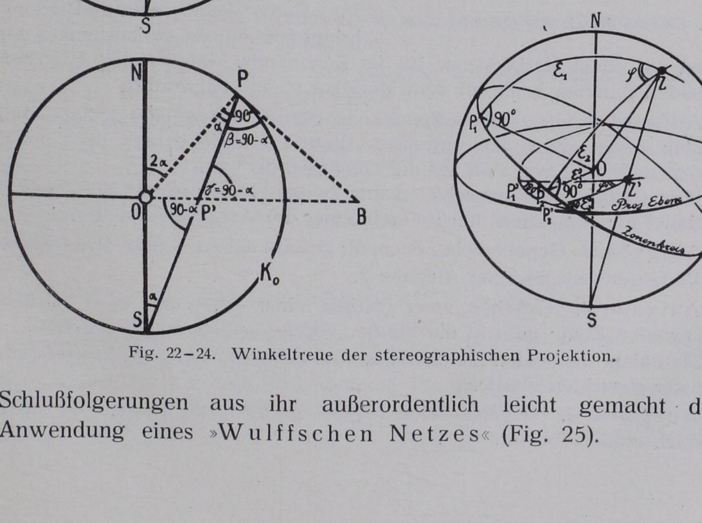


Fig. 22–24. Winkeltreue der stereographischen Projektion.

Schlußfolgerungen aus ihr außerordentlich leicht gemacht durch Anwendung eines »Wulffschen Netzes« (Fig. 25).

Es stellt gewissermaßen die stereographische Projektion von Meridianen und Breitenkreisen auf eine horizontal gedachte Meridianebene dar. Die Nordsüdpollinie (Längsachse) läuft von vorn nach hinten, die Querachse links rechts. Die ausgezogenen Kreise stehen in diesem Schema (Fig. 25) um 15° voneinander ab; bei dem zur Konstruktion vorgesehenen, dem vorliegenden Buche am Schluß als Tafel beigegebenen Netze um 2°.

Die Eintragung von stereographischen Projektionspunkten aus den Winkelgrößen φ und ρ (vgl. Fig. 27, S. 16) läßt sich mit Hilfe eines Netzes wiedergeben. In ihm bezeichnen konzentrische Kreise die Werte $\rho =$ konst., während radiale Linien die Bedeutung $\varphi =$ konst. haben.

Man zeichnet auf über das Wulffsche Netz gelegtem Pauspapier und kann nach dem Ausziehen des Grundkreises und Festlegung des Mittelpunktes nun leicht konzentrische Drehungen des Pauspapieres über dem Netz (oder umgekehrt) vornehmen. Auf diese Weise ist es möglich, beliebige Punkte auf Meridiane zu bringen und auf diesen Winkelabstände abzustechen oder abzulesen. Auch der Grundkreis und die Querachse können als Winkelmesser dienen.

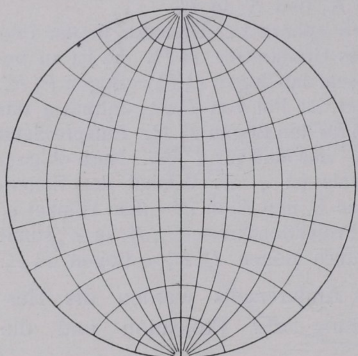


Fig. 25. Schema des stereographischen Netzes.

Aufgabe 1. Gegeben zwei Flächen; gesucht ihr Zonenkreis.

Durch konzentrische Drehung bringt man die Projektionspunkte der Flächen auf einen Meridian; er ist der Zonenkreis. Der Winkel zwischen den beiden Punkten kann auf dem Meridian abgelesen werden.

Aufgabe 2. Gegeben ein Zonenkreis; gesucht der zugehörige Zonenpol.

Man bringt durch konzentrisches Drehen den Zonenkreis über einen Meridian und zählt von ihm auf der Querachse 90° ab.

Bemerkung. Die Durchschnittskante zweier Flächen ist ihre Zonenachse. Man findet die Projektion durch Vereinigung der Aufgaben 1 und 2.

Aufgabe. 3. Gegeben ein Zonenpol; gesucht der zugehörige Zonenkreis.

Verfahren entsprechend Aufgabe 2.

Aufgabe 4. Gegeben zwei Flächen einer Zone und zwei Flächen einer zweiten Zone; gesucht die Fläche, welche beiden Zonen angehört.

Man zieht die beiden Zonenkreise. Der Schnittpunkt ist der Projektionspunkt der gesuchten Fläche.

Aufgabe 5. Gegeben eine Fläche, gesucht alle Flächen mit dem Winkelabstand α von ihr.

Der Ort der Pole dieser Flächen auf der Kugel ist ein Kreis, also auch ihre Projektion ein solcher. Zur Auffindung der Kreislinie bringt man den Projektionspunkt auf einen Meridian und steckt den Winkel α beiderseits ab. Durch Weiterdrehen kommt der Punkt auf einen anderen Meridian, auf dem man dieselben Winkel abmißt usw. Durch Anpassung der gewonnenen Punkte an einen Breitenkreis und durch exzentrisches Drehen kann man den vollständigen Kreis ziehen.

Liegt der Ausgangspunkt auf dem Grundkreis, so dreht man den Punkt bis zur Deckung mit einem Ende der Längsachse des Netzes und benutzt zur Konstruktion des gesuchten Kreises ohne weiteres einen Breitenkreis.

Aufgabe 6. Gegeben zwei Flächen. Gesucht eine dritte Fläche, die mit den gegebenen in einer Zone liegen und mit der einen von ihnen in einer bestimmten Richtung den Winkel α bilden soll.

Man ziehe den Zonenkreis und trage in gewünschter Richtung α auf ihm ab.

Aufgabe 7. Gegeben zwei Flächen. Gesucht eine dritte Fläche mit dem Winkelabstand α von der einen und β von der anderen Fläche.

Man ziehe entsprechende Kreise um die Projektionspunkte nach 5. Ein Schnittpunkt der beiden Kreise ist die gesuchte Projektion.

Aufgabe 8. Gegeben zwei Zonenkreise; gesucht ihr Winkelabstand.

Man denke den Durchschnittspunkt der beiden Zonenkreise als Kugelpol; 90^0 von ihm ab auf jedem Zonenkreise gemessen hat man ihre Durchschnittspunkte mit dem zugehörigen Äquator. Auf ihm kann man den Winkelabstand ausmessen. Auch kann man die Pole der Zonenkreise aufsuchen und deren Winkelabstand bestimmen.

Aufgabe 9. Gegeben zwei Zonenkreise, gesucht der den Winkel dieser Zonenkreise halbierende Kreis.

Man suche nach dem Verfahren 8 den Äquator und halbiere den auf ihm gegebenen Winkel. Der gesuchte Kreis geht durch den gefundenen Halbierungspunkt und durch den Durchschnittspunkt der beiden gegebenen Zonenkreise.

Natürlich kann man so auch Kreise mit beliebigem Abstand von einem der gegebenen Zonenkreise einzeichnen.

Aufgabe 10. Gegeben drei ein Eck bildende Flächen. Gesucht die Winkel der Kanten zwichen den Flächen.

Man bedenke, daß die Seiten des betreffenden sphärischen Dreiecks die zu den Kanten des Ecks senkrechten Zonenkreise darstellen (Fig. 20). Man messe ihre Winkel zueinander. Es sind die Supplemente der Kantenwinkel. Oder man konstruiere die Pole der die Dreieckseiten bildenden Zonenkreise und messe die Winkel zwischen diesen Polen. Es sind die Winkel der Kanten.

2. Zyklographische Projektion.

Man schiebe die Kristallfläche parallel sich selbst bis zum Mittelpunkt der Kugel in Fig. 16, S. 9; sie schneidet auf ihr in einem größten Kreise ein, dessen Pol mit dem Kugelpol der Fläche bei stereographischer Projektion zusammenfällt. Die nach stereographischer Art gedachte Projektion des größten Kreises ist die zyklographische Projektion der Fläche. Es stellen sich also die Kristallflächen als größte Kreise dar, deren Pole die Projektionspunkte derselben Flächen in stereographischer Projektion sind. Aus letzterer ist die zyklographische Projektion mithin leicht abzuleiten.

3. Gnomonische Projektion.

Man fällt vom Kristallmittelpunkte Lote auf die Kristallflächen und bestimmt ihre Durchstichpunkte mit der Ebene, welche eine um den Kristall konzentrisch beschriebene Kugel im oberen Pol N tangiert.

Die Projektion der Flächen setzt sich aus solchen Durchstichpunkten p'' zusammen (Fig. 26).

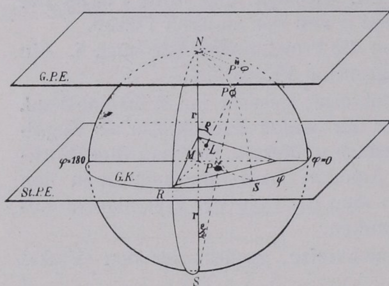


Fig. 26. Schema zur stereographischen und gnomonischen Projektion.

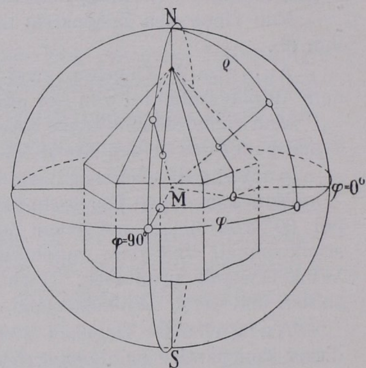


Fig. 27. Länge φ und Polardistanz ρ von Kristallflächen.

Die Projektionspunkte sind durch die Winkel φ (Länge) und ρ (Polardistanz) gekennzeichnet (Fig. 26). $Np'' = r$ tang ρ (wo $r =$ Kugelradius).

Ist $\rho = 0^{0}$ (horizontale Fläche), so liegt p'' im Mittelpunkte N der Projektion. Mit wachsendem ρ fällt p'' immer weiter nach außen; bei $r = 5$ cm ist für den Fall einer Polardistanz $\rho = 75^{0}$ p'' schon 18, 66 cm von N entfernt. Diese weite Ausdehnung des Projektionsfeldes bei steil zur Projektionsebene geneigten Flächen ist ein ungünstiger Umstand der sonst so vorteilhaften gnomonischen Projektionsart[1]).

Ist $\rho = 90^{0}$ (vertikale Flächen), so fällt p'' in die Unendlichkeit. Man deutet das durch eine Richtungslinie unter dem betreffenden Winkel φ an.

Zonen. Die Projektionspunkte tautozonaler Flächen (Fig. 28) liegen auf einer Geraden; z. B. liefern a, b, c, d, e den Kugelzonenkreis KZK; seine Zonenachse sticht in ZP aus. Die verbreiterte

---

[1]) Man hilft sich in solchen Fällen durch Projizieren auf noch eine (vertikale) Ebene.

Ebene KZK schneidet die Ebene der gnomonischen Projektion in der Zonengeraden Z.

Die Projektion einer Fläche in zwei Zonen ist der Durchschnittspunkt der beiden Zonengeraden.

Ausführung der Projektion. Bei bekanntem φ und ρ (entsprechend z. B. den Fig. 26/27) trägt man p'' unter Benutzung eines Millimeterlängenmaßes ein, und zwar φ durch Abschlagen der Kreissehne $s = 2 \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$ auf dem Grundkreis von Nullpunkt für φ aus und ρ durch $Np'' = r$ tang ρ auf dem zugehörigen Radius. V. Goldschmidt hat dafür zur Sparung der Rechnung eine Sehnen- und Tangententabelle aufgestellt.

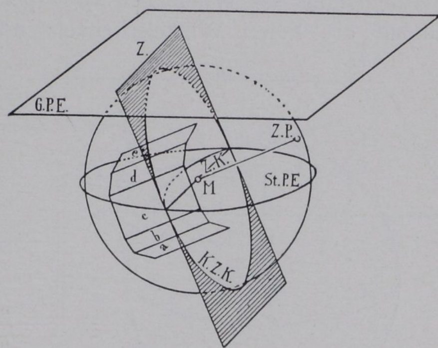


Fig. 28. Gnomonische Zonengrade Z der Flächen a, b, c, d, e.

Wie das Wulffsche Netz bei der stereographischen Projektion Verwendung findet, so dient das Hiltonsche Netz für die gnomonische Projektion. In ihm stellen sich die Großkreise (Zonenkreise) der Kugel als Gerade, die Parallelkreise als Hyperbeln dar. Man kann es zur Lösung der Aufgaben 1—10 Seite 14/15 wie das stereographische Netz benutzen.

Beim Auftragen vieler Punkte bedient man sich mit besonderem Vorteil eines von V. Goldschmidt und Wright angegebenen Projektionstransporteurs;

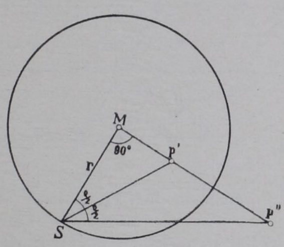


Fig. 29. Stereographischer Punkt p', gnomonischer p''.

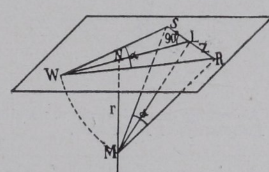
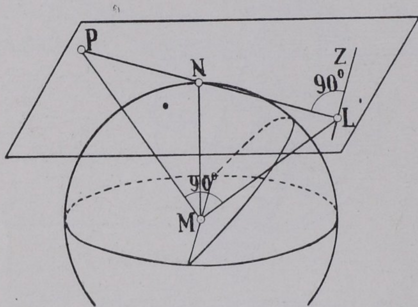


Fig. 30. Winkelpunkt der gnomonischen Projektion.

er ist auch für die stereographische Projektion eingerichtet[1]). In Ermanglung eines solchen Apparates läßt sich ein Netz verwenden, das man sich leicht hinsichtlich φ und ρ konstruieren kann; in ihm bedeuten Kreise $\rho =$ konst., radiale Linien $\varphi =$ konst.

[1]) Bezugsquelle: Mechaniker P. Stoë, Heidelberg.

Beziehungen zwischen stereographischer und gnomonischer Projektion. Aus der stereographischen Projektion läßt sich die gnomonische leicht in Ansehung der Beziehung herleiten, daß Mp' (Fig. 26 u. 29) $= r \cdot \operatorname{tang} \rho/2$ und $Np'' = r \cdot \operatorname{tang} \rho$ sind. Durch Umklappung des Dreiecks $Mp'S$ um Mp' als Scharnierlinie in die Ebene der stereographischen Projektion und durch Verdoppelung des Winkels $MSp' = \rho/2$ findet man im Durchschnittspunkte des freien Winkelschenkels mit der über p' verlängerten



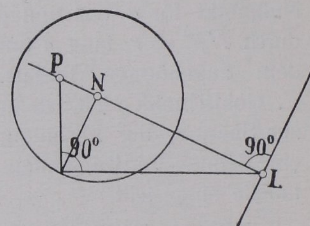
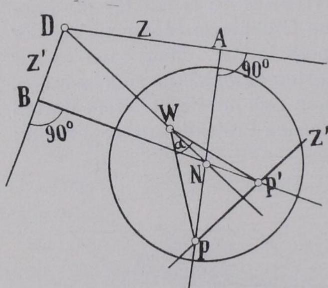


Fig. 31. Zonengrade Z und Zonenpol P. Fig. 32.



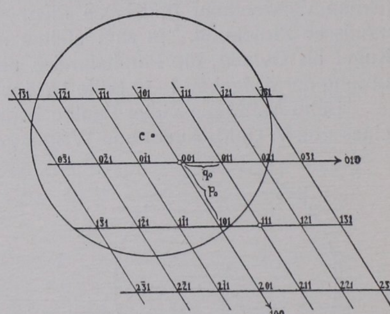


Fig. 33. Ablesung des Winkels α zweier Zonenachsen P und P'.

Fig. 34. Ablesung der Indizes aus der gnomonischen Projektion.

Linie Mp' den Punkt p'' als gnomonische Projektion. (Man denke sich in Fig. 26 die Ebene der gnomonischen Projektion in die der stereographischen hinabgesenkt.)

Ablesen des Winkels zweier Flächen aus ihrer Projektion. Er ist durch die Neigung α, der vom Kugelmittelpunkte M auf die Flächen gefällten Lote MR und MS gegeben (Fig. 30). Man klappt diesen Winkel um die Zonengrade Z als Scharnier in die Ebene der Projektion und mißt ihn aus. Dabei wird das rechtwinklige Dreieck MNL benutzt, in welcher $MN = r$ bekannt ist und NL eine Normale von N auf Z vorstellt; man

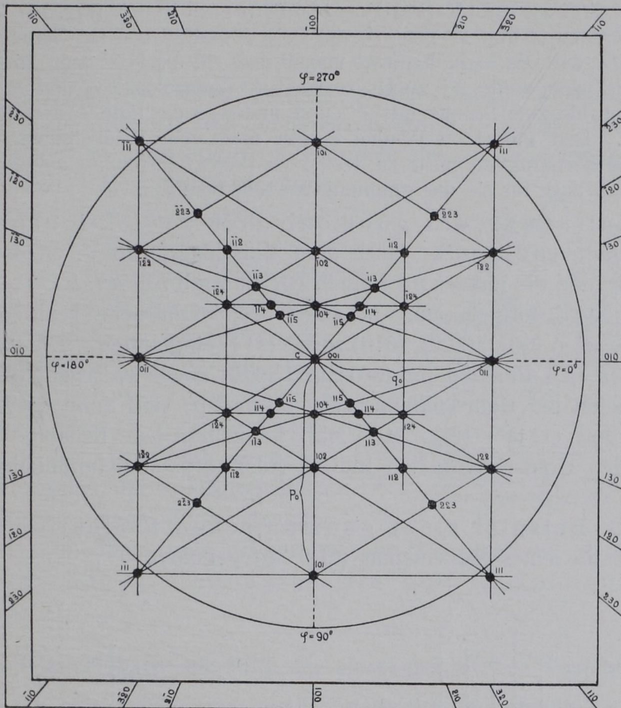


Fig. 35. Gnomonische Projektion des Schwerspats der Fig. 36.

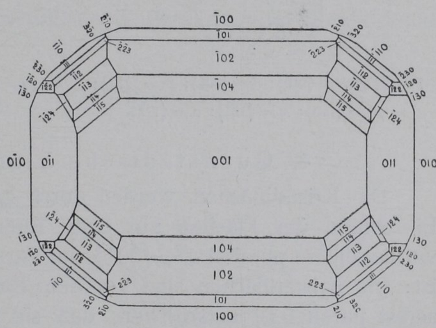


Fig. 36. Kopfbild eines Schwerspatkristalles (vgl. Projektion Fig. 35).

findet leicht ML. Die Hochklappung um das Scharnier Z führt M nach W (den Winkelpunkt) in der Projektionsebene. Er ist der Scheitelpunkt des Winkels $RWS = \alpha$. Von W aus werden nicht nur R und S, sondern alle Punkte der Zonengerade Z in ihren Winkeln zueinander festgestellt. Die Ablesung von α kann man mit Hilfe des stereographischen Netzes oder mit Hilfe der Goldschmidtschen Sehnentabelle vornehmen. Geht Z durch N, so liegt W auf dem Grundkreise (mit Radius $= r$). Für vertikale Flächen (Z im Unendlichen) ist $W = N$.

Den Pol P einer Zonengeraden Z findet man auf der Zentralen von Z durch Aufklappen des Dreiecks PML entsprechend Fig. 31 und 32.

Winkel zweier Kristallkanten (Zonenachsen). (Fig. 33.) Zu den Zonengeraden Z und Z' gehören die Pole P und P' und zur Geraden PP' gehört D, der Durchschnittspunkt von Z und Z', als Pol. Man konstruiert also die Zonengerade Z'' zu D, zeichnet die Zentralen AN und BN über N hinaus bis zum Schnitt mit Z'' und findet so die Pole P und P' zu Z und Z'. Den gesuchten Winkel α liest man vom Winkelpunkte W ab. Falls die Konstruktion nicht zu weit vom Projektionspunkte entfernt liegt, kann man auch für sie das gnomonische Netz benutzen.

Eintragung der gnomonischen Projektionspunkte nach den Indizes[1]. Nach dem Vorschlage von V. Goldschmidt wandelt man die Indizes $h\,k\,l$ durch Division mit l in h/l, k/l, $1 = p\,q\,1$ um; 1 wird fortgelassen. In einer Projektionsebene senkrecht zur Achse c seien (001), (100), (010) sowie (111) eingetragen. Die Geraden zwischen den Punkten für (001) und (010) sowie zwischen (001) und (100) seien die Koordinatenachsen; p_0 und q_0 sind dann die Koordinaten von (111)[2] (Fig. 34). Man kann nun jede beliebige Fläche nach den Goldschmidtschen Indizes als Koordinaten unmittelbar eintragen.

Als Beispiel einer gnomonischen Projektion sei in Fig. 35 die eines Schwerspats (Fig. 36) gegeben.

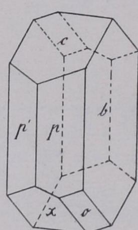


Fig. 37a. $b = \{010\}$; $c = \{001\}$; $p = \}110\}$; $p' = \{1\bar{1}0\}$; $x = \{10\bar{1}\}$; $o = \{11\bar{1}\}$.

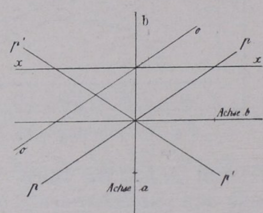


Fig. 37b. Linearprojektion von $b\,p\,p'\,x\,o$ (obere Flächen) der Fig. 37a auf c.

4. Quenstedtsche Linearprojektion.

Die Kristallflächen werden durch Linien dargestellt, die sich als Einschnitte der Flächen auf einer Ebene ergeben. In der Fig. 37 wurde letztere parallel $c = \{001\}$ der Fig. 37a gelegt. Projektionsregel ist: Die Kristallflächen sind vor dem Einschneidenlassen so weit sich selbst parallel zu verschieben, daß sie durch den Einheitsschnitt auf Achse c gehen. Z. B. ist $a : 2b : 3c$ nach $1/3\,a : 2/3\,b : c$ zu schieben. Die betreffende Projektionslinie geht also von $1/3\,a$ nach $2/3\,b$. Eine

[1]) Für das Eintragen ist die Benutzung von Millimeterpapier mit randlicher Gradeinteilung nützlich (Bezugsquelle: P. Stoë, Heidelberg).

[2]) Sprich p-Null, q-Null.

Fläche $a:b:12c$ wird zu $2a:2b:c$; ihre Projektionslinie verläuft von $2a:2b$. Eine Form $a:2b:c$ kommt natürlich ohne Verschiebung zum Einschnitt. Im Falle des Parallismus zu c (z. B. bei $a:b\ \infty c$) ist die Fläche sich selbst parallel in den Durchschnittspunkt von a und b zu schieben, aus dem sich ja Achse c erhebt. Die allgemeine Regel ist dann erfüllt, da nunmehr die ganze Achse c in der Fläche liegt, letztere also auch durch den Einheitspunkt auf c geht. Man erkennt, daß alle Flächen parallel c sich im Projektionsmittelpunkte schneiden. Es ist das ein spezieller Fall hinsichtlich der Eigenschaft der Linearprojektion, bei der die Projektionslinien tautozonaler Flächen sich in einem Punkte (dem Zonenpunkte) treffen. Eventuell gehen die Projektionslinien der Flächen einer Zone einander parallel (Zonenpunkt als Schnittpunkt im Unendlichen). Flächen in zwei Zonen sind durch die beiden Zonenpunkte bestimmt.

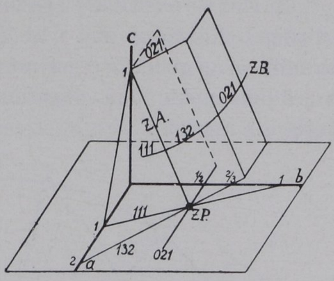


Fig. 38. Zonenachse ZA einer Zone und ihr Zonenpunkt ZP.

8. Kristallzeichnen mit Hilfe der stereographischen Projektion.

Bei Kristallzeichnungen wendet man, um den Parallelismus der Kanten zu wahren, die sogenannte Parallelprojektion an, bei der man sich das Auge in unendlicher Entfernung vom Objekt denkt.

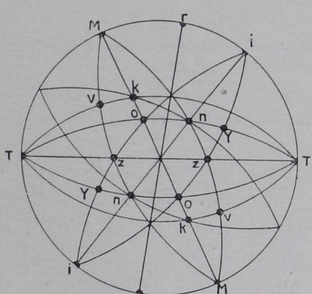


Fig. 39. Stereographische Projektion von Epidot auf $\{010\}$.

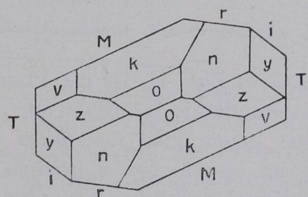


Fig. 40. Kopfbild von Epidot.

1. Die gerade Projektion (das Kopfbild) nimmt als Bildebene die Ebene des Grundkreises der stereographischen Projektion.