a, b, c festlegt (Fig. 13). Im allgemeinen Falle sind die Koordinaten $u\,v\,w$ schiefwinklig. Das Zonensymbol wird in eine eckige Klammer gesetzt.

6. Zonenverband und Indizes.

Aus den Indizes zweier Flächen $(h\,k\,l)$ und $(h'\,k'\,l')$ erhält ma ihr Zonensymbol $[u\,v\,w]$ durch folgendes Schema:

$$\begin{array}{c|ccccc|c} h & k & l & h & k & l \\ h' & k' & l' & h' & k' & l' \end{array}$$

$$u = k\,l' - l\,k', \quad v = l\,h' - h\,l', \quad w = h\,k' - k\,h'.$$

Beweis. Die Gleichungen zweier durch den Nullpunkt des Achsenkreuzes gelegter Ebenen $h\,k\,l$ und $h'\,k'\,l'$ lauten $x\,h + y\,k + z\,l = 0$ bzw. $x\,h' + y\,k' + z\,l' = 0$, wobei x, y, z die Koordinaten eines Punktes ihrer Schnittlinie vorstellen. Für die Zonengerade $[u\,v\,w]$ als Schnittlinie der Ebenen gilt somit

1) $u\,h + v\,k + w\,l = 0$,
2) $u\,h' + v\,k' + w\,l' = 0$.

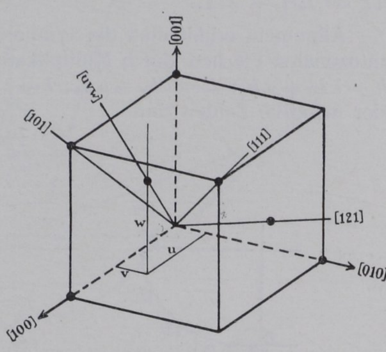

Fig. 13. Zonensymbole.

Um das Zonensymbol $[u\,v\,w]$ aus den Indizes beider Ebenen zu berechnen, dividiere man beide Gleichungen durch w, multipliziere 1) mit k' bzw. h', 2) mit k bzw. h und subtrahiere jedesmal beide Gleichungen. Man erhält

$$\frac{u}{w} = \frac{k\,l' - l\,k'}{h\,k' - k\,h'} \quad \text{und} \quad \frac{v}{w} = \frac{l\,h' - h\,l'}{h\,k' - k\,h'},$$

somit $u : v : w = (k\,l' - l\,k') : (l\,h' - h\,l') : (h\,k' - k\,h')$.

In Fig. 9 ist Zonenachse a als Kante $B\,(010) : C\,(001) = [100]$; b als Kante $A\,(100) : C\,(001) = [010]$; c als Kante $A\,(100) : B\,(010) = [001]$; Kante $D\,(111) : A\,(100) = [0\bar{1}1]$; Kante $D\,(111) : B\,(010) = [10\bar{1}]$; Kante $D\,(111) : C\,(001) = [\bar{1}10]$; Kante $E\,(432) : A\,(100) = [02\bar{3}]$; Kante $E\,(432) : B\,(010) = [10\bar{2}]$; Kante $E\,(432) : D\,(111) = [\bar{1}2\bar{1}[$.

Liegt eine Fläche in zwei Zonen $[u\,v\,w]$ und $[u'\,v'\,w']$, so leiten sich ihre Indizes $h\,k\,l$ ab aus

$$\begin{array}{c|ccccc|c} u & v & w & u & v & w \\ u' & v' & w' & u' & v' & w' \end{array}$$

$$h = v\,w' - w\,v', \quad k = w\,u' - u\,w', \quad l = u\,v' - v\,u'.$$

Beweis. Da jeder Punkt der Zonenachse $[u\,v\,w]$ der durch sie gelegten Ebene angehört, so gilt $u\,h + v\,k + w\,l = 0$ und entsprechend für eine zweite Zonenachse $[u'\,v'\,w']$ in derselben Ebene die Beziehung $u'h + v'k + w'l = 0$. Dem Verfahren S. 7 entsprechend ergibt sich $h : k : l = v\,w' - w\,v' : w\,u' - u\,w' : u\,v' - v\,u'$.

Liegt eine Fläche $(h\,k\,l)$ in einer Zone $[u\,v\,w]$, so ist

$$hu + kv + lw = 0.$$

Zählt man die entsprechenden Indizes zweier Flächen $(h\,k\,l)$ und $(h'\,k'\,l')$ zusammen, so erhält man eine Fläche $(h''\,k''\,l'')$, welche die Kante zwischen $(h\,k\,l)$ und $(h'\,k'\,l')$ abstumpft, d. h. eine tautozonale Fläche. $h'' = h + h'$; $k'' = k + k'$; $l'' = l + l'$; z. B. 101 und 001 liefern 102. Auf diese Weise kann man durch »Komplikation« Zonenreihen entwickeln.

Auch ein Zerlegen der Indizes einer Fläche gibt Aufschluß über ihren Zonenverband. Beispiele: 211 = 100 + 111; 211 = 101 + 110; 312 = 101 + 211.

Allgemein erhält man die Symbole $(h\,k\,l)$ der mit $(h_1\,k_1\,l_1)$ und $(h_2\,k_2\,l_2)$ tautozonalen Flächen durch Multiplikation und Addition nach dem Schema ($h = \lambda h_1 + \mu h_2$; $k = \lambda k_1 + \mu k_2$; $l = \lambda l_1 + \mu l_2$, wo λ und μ ganze positive oder negative Zahlen sind.

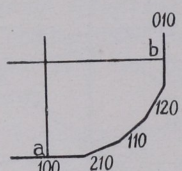

Fig. 14. Zonenfolge. 100 + 110 = 210; 210 + 120 = 330 = 110; 110 + 010 = 120.

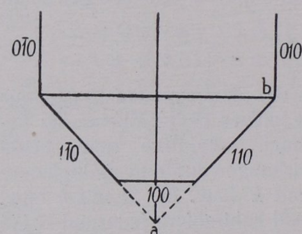

Fig. 15. Gerade Abstumpfung und Winkelhalbierung zweier gleichwertiger Flächen. $\bar{1}10 + 110 = 200 = 100$; $110 - \bar{1}10 = 020 = 010$.

Die entsprechende Addition der Indizes zweier g l e i c h a r t i g[1]) an einem Achsenkreuz gelegenen Flächen, z. B. der Flächen (111) und $(1\bar{1}1)$ eines Oktaeders, ergibt die Indizes der Fläche, die die Kante der gegebenen Flächen g e r a d e abstumpft, d. h. die gleiche Winkel mit den beiden Flächen bildet. 111 und $1\bar{1}1$ liefern 202 = 101. Zieht man die entsprechenden Indizes zweier gleichartiger Flächen voneinander ab, so erhält man die Indizes der Fläche, welche den Winkel der beiden Flächen halbiert, d. h. senkrecht auf der gerade abstumpfenden Fläche steht; z. B. 111 und $1\bar{1}1$ ergeben 010 (Fig. 14/15).

A n m e r k u n g. Obige Regeln sind also sind anwendbar z. B. bei den in einem schiefwinkligen Achsenkreuz ungleich gelegenen Flächen (111) und $(1\bar{1}1)$, (111) und $(11\bar{1})$ usw.

---

[1]) Gleichartige Flächen liegen einer S.E. oder S.A. an.