anderen Achsen rationale Teile oder Vielfache der Einheitslängen dieser Achsen ab. (Fig. 10.)

In Fig. 10 ist D die Einheitsfläche $a : b' : c$, die anderen als Beispiel gezeichneten Flächen schneiden das Achsenkreuz a, b, c in $a : {}^2/_3\, b : {}^1/_2\, c$; $a : b : c$; $a : 2\, b : c$.

In Fig. 9 würde E ergeben $a : {}^4/_3\, b : 2\, c$; beim Kupfervitriol wären also diese Längenschnitte 0,5721 . . : $^4/_3$: 2 · 0,5554 . .

Die Rationalität der Achsenschnitte bleibt natürlich erhalten, wenn man die so gewonnenen Koeffizienten mit ganzen Zahlen multipliziert oder dividiert, geometrisch ausgedrückt: wenn man die Flächen parallel sich selbst entsprechend verschiebt.

Allgemeiner Fall: Wenn das Achsenverhältnis $a : b : c$ ist, so schneiden die Flächen E, F usw. auf dem Achsenkreuz Längen $m\,a : n\,b : p\,c$ ab, wobei die Koeffizienten m, n, p mit den verschiedenen Flächen wechselnde, aber rationale, meist einfache Zahlen sind etwa in der Folge 0 . . . $^1/_4$, $^1/_3$, $^1/_2$, $^2/_3$, $^3/_4$, 1, $^4/_3$, $^3/_2$, 2, $^5/_2$, 3, 4 . . . ∞.

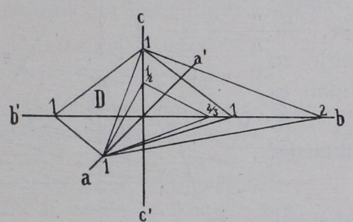

Fig. 10. Einfache Rationalität der Achsenschnitte.

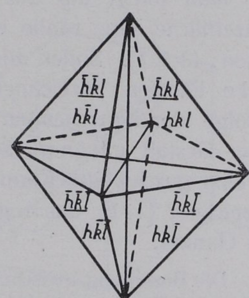

Fig. 11. Flächenlagen hkl.

Bemerkungen: Der Zonenverband und die Koeffizienten der Achsenabschnitte abgeleiteter Flächen bleiben bei Änderung der Temperatur der Kristalle erhalten.

Zonenverbandsgesetz und Parametergesetz sind der Ausdruck der nämlichen Regelmäßigkeit im Kristallbau.

5. Flächen- und Zonensymbole.

a) Flächensymbole von Weiß. Sie werden nach den Schnitten der Kristallflächen auf a, b, c gebildet, wobei man die Arme des Achsenkreuzes, die hinten, links und unten liegen, durch a', b' und c' bezeichnet.

$\infty\, a : b : {}^1/_2\, c$ würde somit eine Fläche sein, die der a-Achse parallel geht, die b-Achse in $1\, b$ und die c-Achse in $^1/_2\, c$ trifft.

b) Flächensymbole nach Miller (Indizesbezeichnung). Man bringt die Quotienten $1/m$, $1/n$, $1/p$ auf ganze Zahlen. Beispiel: Die Fläche $\infty\, a : {}^1/_2\, b : c$ mit den Koeffizienten ∞, $^1/_2$, 1 ergibt $1/\infty$, $1/{}^1/_2$, $1/1 = 021$; $a : 3\,2\,b : 3\,c$ liefert $^1/_1$, $^2/_3$, $^1/_3 = 321$, Das allgemeine Millersche Symbol ist $h\,k\,l$.

Die Flächenlage in den verschiedenen Oktanten des Achsenkreuzes wird durch Minusbezeichnung der Achsenarme hinten, links und unten gekennzeichnet und durch Minusstriche über den betreffenden Indizes versinnbildlicht. $\bar{3}\ 2\ 1$ liegt also hinten rechts oben entsprechend $^1/_3\, a' : {}^1/_2\, b : c = a' : 3/2\, b : 3\,c$. In Fig. 10 sind gezeichnet $1\bar{1}1$; 234; 111; 212.

Die drei Zahlen des Symbols werden einzeln hintereinander gesprochen, z. B. heißt $1\bar{1}0$: eins, minus eins, null; ebenso z. B. $h\,o\,l : h$, null, l.

Man pflegt um das Symbol einer Einzelfläche eine runde Klammer ( ) zu setzen: $(\bar{3}\ 2\ 1)$. Sollen durch das Symbol alle Flächen bezeichnet werden, die zufolge der herrschenden Symmetrie zu einer Gestalt gehören, so setzt man es in eine geschweifte Klammer $\{\ \}$; z. B. bezeichnet $\{111\}$ das reguläre Oktaeder als Ganzes.

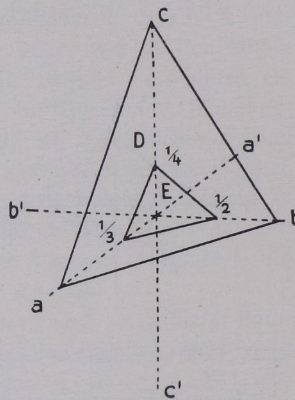

Fig. 12. Herleitung der Indizes.

Die Beziehung zwischen Weißscher und Millerscher Bezeichnung führt Fig. 12 vor. In ihr bedeutet D die Einheitsfläche $a : b : c$ und E eine in einfache rationale Achsenschnitte $\frac{1}{h}\,a$, $\frac{1}{k}\,b$, $\frac{1}{l}\,c$ gerückte Fläche, zum Beispiel $^1/_3\, a : {}^1/_2\, b : {}^1/_4\, c$. $h\,k\,l$ (also hier 324) sind die Millerschen Indizes. Sie besagen also, daß die zu ihnen gehörende Fläche den $h$ten, $k$ten und $l$ten Teli (im vorliegenden Falle den dritten, halben und vierten Teil) vom Grundmaß der drei Achsen a, b, c abschneidet. Man gewinnt somit auch aus den Millerschen Zeichen die unmittelbare Anschauung über die Flächenlage am Achsenkreuz, z. B. besagt 120, daß die Fläche die Einheit der Achse a, rechts die Hälfte der Achse b trifft, sowie Nichts (0) auf der Achse c abschneidet, da sie letzterer parallel ist.

Besonderheiten in der symbolischen Bezeichnung bei bestimmten Kristallgruppen sind bei deren Besprechung angegeben.

Zonensymbole. Man kennzeichnet die Richtung einer Zonenachse (Kristallkante), indem man diese durch den Anfangspunkt des Achsenkreuzes geführt denkt und für einen auf ihr gelegenen Punkt das (stets rationale) Koordinatenverhältnis $u\,v\,w$ zu den drei Achsen

a, b, c festlegt (Fig. 13). Im allgemeinen Falle sind die Koordinaten $u\,v\,w$ schiefwinklig. Das Zonensymbol wird in eine eckige Klammer gesetzt.

6. Zonenverband und Indizes.

Aus den Indizes zweier Flächen ($h\,k\,l$) und ($h'\,k'\,l'$) erhält ma ihr Zonensymbol [$u\,v\,w$] durch folgendes Schema:

$$\begin{array}{c|ccccc|c} h & k & l & h & k & & l \\ h' & k' & l' & h' & k' & & l' \end{array}$$

$$u = k\,l' - l\,k', \quad v = l\,h' - h\,l', \quad w = h\,k' - k\,h'.$$

Beweis. Die Gleichungen zweier durch den Nullpunkt des Achsenkreuzes gelegter Ebenen $h\,k\,l$ und $h'\,k'\,l'$ lauten $x\,h + y\,k + z\,l = 0$ bzw. $x\,h' + y\,k' + z\,l' = 0$, wobei x, y, z die Koordinaten eines Punktes ihrer Schnittlinie vorstellen. Für die Zonengerade [$u\,v\,w$] als Schnittlinie der Ebenen gilt somit

1) $u\,h + v\,k + w\,l = 0$,
2) $u\,h' + v\,k' + w\,l' = 0$.

Um das Zonensymbol [$u\,v\,w$] aus den Indizes beider Ebenen zu berechnen, dividiere man beide Gleichungen durch w, multipliziere 1) mit k' bzw. h', 2) mit k bzw. h und subtrahiere jedesmal beide Gleichungen. Man erhält

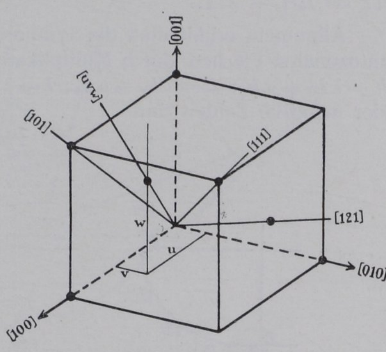

Fig. 13. Zonensymbole.

$$\frac{u}{w} = \frac{k\,l' - l\,k'}{h\,k' - k\,h'} \quad \text{und} \quad \frac{v}{w} = \frac{l\,h' - h\,l'}{h\,k' - k\,h'},$$

somit $u : v : w = (k\,l' - l\,k') : (l\,h' - h\,l') : (h\,k' - k\,h')$.

In Fig. 9 ist Zonenachse a als Kante B(010) : C(001) = [100]; b als Kante A(100) : C(001) = [010]; c als Kante A(100) : B(010) = [001]; Kante D(111) : A(100) = [$0\bar{1}\bar{1}$]; Kante D(111) : B(010) = [$10\bar{1}$]; Kante D(111) : C(001) = [$\bar{1}10$]; Kante E(432) : A(100) = [$02\bar{3}$]; Kante E(432) : B(010) = [$10\bar{2}$]; Kante E(432) : D(111) = [$\bar{1}2\bar{1}$[.

Liegt eine Fläche in zwei Zonen [$u\,v\,w$] und [$u'\,v'\,w'$], so leiten sich ihre Indizes $h\,k\,l$ ab aus

$$\begin{array}{c|ccccc|c} u & v & w & u & v & & w \\ u' & v' & w' & u' & v' & & w' \end{array}$$

$$h = v\,w' - w\,v', \quad k = w\,u' - u\,w', \quad l = u\,v' - v\,u'.$$

Beweis. Da jeder Punkt der Zonenachse [$u\,v\,w$] der durch sie gelegten Ebene angehört, so gilt $u\,h + v\,k + w\,l = 0$ und entsprechend für