

Einführung in die kristallographische Formenlehre.

1. Symmetrieelemente.

a) Symmetrieebenen (Spiegelungsebenen). Eine Symmetrieebene (S. E.) teilt einen Körper in Hälften, die sich wie Gegenstand zu Spiegelbild verhalten. (Beispiel Fig. 1.)

In der Kristallwelt gibt es Gestalten mit 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 oder 9 S. E.

b) Symmetrieachsen (Deckbewegungsachsen, Gyralen, S. A. oder G.).

α. Achsen einfacher Symmetrie (Gyren). Um eine Gyre kann man einen Körper um $360^\circ/n$ drehen mit dem Erfolg, daß Anfangs- und Endstellung sich decken. $n =$ Zahl oder Periode der Gyre. Bei den Kristallen ist $n = 2, 3, 4$ oder 6 , d. h. die Drehwinkel sind $180^\circ, 120^\circ, 90^\circ$ oder 60° . Entsprechend heißen die Gyren: Digyren, Trigyren, Tetragyren und Hexagyren. Abgekürzte Schreibweise $G_2; G_3; G_4; G_6$. Sinnbilder in den Figuren:

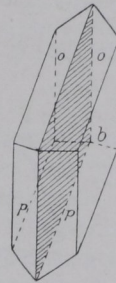


Fig. 1. Kristall mit Spiegelungsebene.

Digyre ●, Trigyre ▼, Tetragyre ■, Hexagyre ◆.

β. Achsen zusammengesetzter Symmetrie (Drehspiegelungsachsen, Gyroiden). Eine Drehspiegelung besteht in der Drehung um eine Achse um $360^\circ/n$ und einer Spiegelung nach einer zur Drehachse senkrechten Ebene. Der Erfolg ist wie bei den Gyren Gleichheit der Anfangs- und Endstellung,

$n = 2, 3, 4$ oder 6 . Sinnbilder: Dignyroide ○, Trignyroide △, Tetragyroide ◆, Hexagyroide ◆.

Abgekürzte Schreibweise: $G_2; G_3; G_4; G_6$.

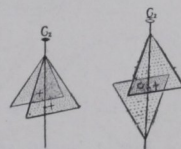


Fig. 2a und b. Wirkung einer Digyre und einer Dignyroide.

Fig. 2a stellt den Effekt einer Digyre vor. Die mit + bezeichneten Flächen decken sich bei einer 180° -Drehung (Umklappung) um G_2 . Fig. 2b veranschaulicht das digyroidische Ergebnis. Durch Umklappung um G_2 und Spiegelung an einer zu G_2 senkrechten Ebene gelangt die mit + bezeichnete Fläche in die Lage der mit o versehenen.

Die Vertikalachse eines Rhomboeders (Fig. 3a) ist eine Trigyre; zugleich ist sie eine Hexagyroide. Durch Drehung um 60° kommt Fig. 3a in die Stellung 3b, sodann durch Spiegelung nach einer horizontalen Ebene in die von 3c = 3a.

c) Symmetriezentrum (S.Z.). Jede Linie durch ein S.Z. verbindet Gleichartiges an der Kristalloberfläche. Man nennt solche Linien Tensoren. Kristalle mit S.Z. weisen zu jeder Fläche eine parallele gleichberechtigte Gegenfläche auf. Linien durch den Mittelpunkt eines Kristalls ohne Symmetriezentrum, die Ungleichartiges an der Kristalloberfläche treffen, bei denen also Richtung und Gegenrichtung verschieden sind, heißen Vektoren.

Anmerkungen. Monogyrische Symmetrie (Drehwinkel 360° , Drehlinie beliebig) hat jeder Körper. Zentrosymmetrie läßt sich digyroidisch ableiten (Fig. 2b). Die Reihenfolge gyroidischer Bewegungen ist beliebig.

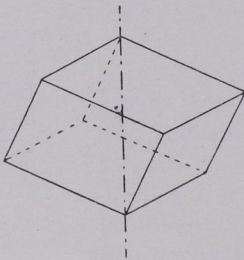


Fig. 3a.

Drehspiegelung bei einem Rhomboeder.

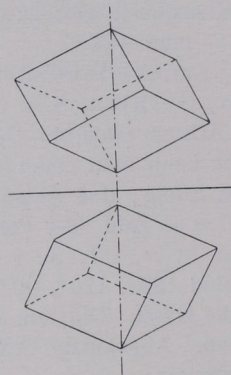


Fig. 3b und c.

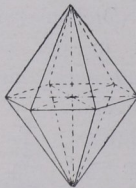


Fig. 4. Hexagonale Bipyramide.

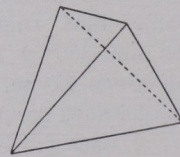


Fig. 5. Tetraeder.

Fig. 4 besitzt sechs vertikale und eine horizontale S.E., eine vertikale Hexagyre (in Fig. 4 vermerkt) und 3 + 3 horizontale Digyren (davon drei ausgezogen) sowie ein S.Z. Ohne S.Z. ist Fig. 5.

Enantiomorphie. Zwei Körper, die sich wie Gegenstand und Spiegelbild verhalten, aber durch Drehung und Parallelverschiebung sich nicht zur Deckung bringen lassen, heißen gewendet oder

enantiomorph. Jeder für sich besitzt nur Drehungssymmetrie, (ev. monogryische) aber keine Symmetrieebene. Vgl. Fig. 6 a u. 6 b.

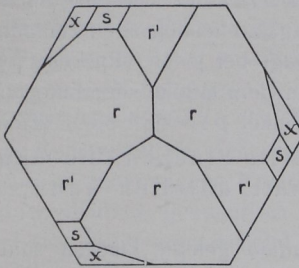


Fig. 6 a.

Enantiomorphie.

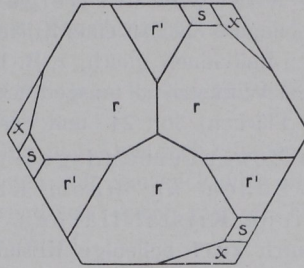


Fig. 6 b.

Bemerkung. Die Grundzüge der Symmetrieverhältnisse des Feinbaus der Kristalle sind im Abschnitt über Röntgenogrammetrie (S. 207) dargelegt.

2. Winkel.

Die Neigung der Flächen eines Kristalls zueinander kennzeichnet man durch Angabe der Winkelgrade zwischen ihnen. Man unterscheidet den inneren (Euklidischen) Neigungswinkel (bezüglich der Flächen a und b Winkel α in Fig. 7) und den äußeren Neigungswinkel (in Fig. 7 $\beta' = [180^\circ - \alpha]$). Den Richtungssinn der Flächen geben am unmittelbarsten die Lote (Normalen) auf ihnen an (in Fig. 7 N_a und N_b ; sie bilden den Normalenwinkel $\beta = \beta' = [180^\circ - \alpha]$ miteinander.

3. Zonen.

Von drei oder mehr Flächen, die sich in parallelen Kanten schneiden, sagt man, sie liegen in einer Zone; sie sind tautozonal. Die gemeinsame Richtung (Richtung der Durchschnittskanten) heißt Zonenachse.

Jede Kristallkante kann Zonenachse sein.

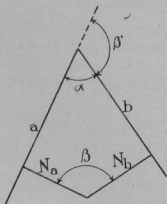


Fig. 7. Innenwinkel α , Außenwinkel β' und Normalenwinkel β zweier Flächen a u. b .

Die Flächen p und p' der Fig. 8 liegen mit ihren parallelen Gegenflächen in einer Zone, ebenso die Flächen o s p' sowie o s p und ihre Gegenflächen.

Eine Fläche kann in mehreren Zonen liegen. In Fig. 8 gehört Fläche s den Zonen $o'p$ und $o'p'$ an.

Die Normalen tautozonaler Flächen gehen der Ebene senkrecht zur Zonenachse parallel.

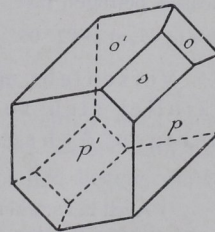


Fig. 8. Zonen.

4. Grundgesetze der kristallographischen Formenlehre.

a) Konstanz der Neigungswinkel. Die Neigungswinkel entsprechender Flächen einer Kristallart sind bei derselben Temperatur ¹⁾ an allen Individuen gleich, z. B. beträgt bei jedem Gipskristall (Fig. 1 S. 1) der Winkel $o:o$ (ausgedrückt in dem Winkel der Lote auf den beiden Flächen) $36^\circ 24'$ und der Winkel $p:p$ $68^\circ 30'$. (Zimmert.)

b) Zonenverbandsgesetz. Alle Flächen, die man aus zwei Zonen an einem Kristall ableiten kann, sind mögliche Kristallflächen.

Durch zwei beliebige Kristallkanten gelegte Flächen sind also kristallonomisch möglich.

c) Parametergesetz. Drei ein Eck bildende Kristallflächen A, B, C (Fig. 9) geben in ihren Durchschnittslinien drei Achsenrichtungen a, b, c und in den Mittelpunkt des Kristalls parallel verschoben ein Achsenkreuz. Im allgemeinen Fall, der in Fig. 9 dargestellt ist, bildet keine der drei Achsen mit einer anderen einen rechten Winkel.

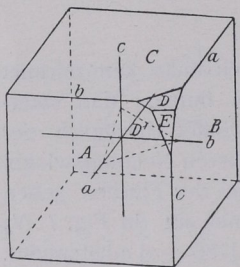


Fig. 9. Achsenschnitte.

Eine keiner Achse parallele, vierte Kristallfläche D (Einheitsfläche) schneidet, verbreitert gedacht, bestimmte Strecken (Parameter) auf dem Achsenkreuz abc ab.

Das Längenverhältnis dieser Parameter, das natürlich bei Parallelverschiebung von D nach D' dasselbe bleibt, heißt das Achsenverhältnis. Dieses Achsenverhältnis $a:b:c$ ist im allgemeinen Falle irrational. Man mißt die Längen von a, b, c vom Nullpunkt des Achsenkreuzes aus und setzt die Länge der Achse $b = 1$.

Das z. B. dem Kupfervitriol eigene, d. h. für jeden seiner Kristalle gültige Achsenverhältnis ist $a:b:c = 0,5721 \dots : 1 : 0,5554 \dots$. Die Winkel der Achsen betragen hier

$$\sphericalangle \alpha (\sphericalangle b:c) = 82^\circ 05'; \quad \sphericalangle \beta (\sphericalangle c:a) = 107^\circ 08'; \quad \sphericalangle \gamma (\sphericalangle a:b) = 102^\circ 41'.$$

Verschiebt man die anderen Flächen eines Kristalls parallel sich selbst bis zum Einheitspunkt einer beliebigen Achse, so schneiden sie sämtlich auf den

¹⁾ Auch bei starkem Temperaturwechsel beläuft sich die Winkeländerung meist auf nur wenige Minuten.

anderen Achsen rationale Teile oder Vielfache der Einheitslängen dieser Achsen ab. (Fig. 10.)

In Fig. 10 ist D die Einheitsfläche $a : b' : c$, die anderen als Beispiel gezeichneten Flächen schneiden das Achsenkreuz a, b, c in $a : \frac{2}{3} b : \frac{1}{2} c$; $a : b : c$; $a : 2 b : c$.

In Fig. 9 würde E ergeben $a : \frac{4}{3} b : 2 c$; beim Kupfervitriol wären also diese Längenschnitte $0,5721\dots : \frac{4}{3} : 2 \cdot 0,5554\dots$.

Die Rationalität der Achsenschnitte bleibt natürlich erhalten, wenn man die so gewonnenen Koeffizienten mit ganzen Zahlen multipliziert oder dividiert, geometrisch ausgedrückt: wenn man die Flächen parallel sich selbst entsprechend verschiebt.

Allgemeiner Fall: Wenn das Achsenverhältnis $a : b : c$ ist, so schneiden die Flächen E, F usw. auf dem Achsenkreuz Längen $ma : nb : pc$ ab, wobei die Koeffizienten m, n, p mit den ver-

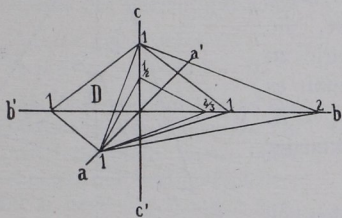


Fig. 10. Einfache Rationalität der Achsenschnitte.

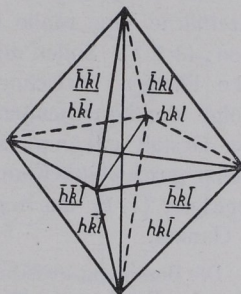


Fig. 11. Flächenlagen hkl .

schiedenen Flächen wechselnde, aber rationale, meist einfache Zahlen sind etwa in der Folge $0\dots 1, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, 1, \frac{4}{3}, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, 4\dots \infty$.

Bemerkungen: Der Zonenverband und die Koeffizienten der Achsenschnitte abgeleiteter Flächen bleiben bei Änderung der Temperatur der Kristalle erhalten.

Zonenverbandsgesetz und Parametergesetz sind der Ausdruck der nämlichen Regelmäßigkeit im Kristallbau.

5. Flächen- und Zonensymbole.

a) Flächensymbole von Weiß. Sie werden nach den Schnitten der Kristallflächen auf a, b, c gebildet, wobei man die Arme des Achsenkreuzes, die hinten, links und unten liegen, durch a', b' und c' bezeichnet.

$\infty a : b : \frac{1}{2} c$ würde somit eine Fläche sein, die der a -Achse parallel geht, die b -Achse in $1 b$ und die c -Achse in $\frac{1}{2} c$ trifft.

b) Flächensymbole nach Miller (Indizesbezeichnung). Man bringt die Quotienten $1/m, 1/n, 1/p$ auf ganze Zahlen. Beispiel: Die Fläche $\infty a : \frac{1}{2} b : c$ mit den Koeffizienten $\infty, \frac{1}{2}, 1$ ergibt $1/\infty, 1 \cdot \frac{1}{2}, 1/1 = 021$; $a : 3/2 b : 3c$ liefert $\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3} = 321$. Das allgemeine Millersche Symbol ist hkl .

Die Flächenlage in den verschiedenen Oktanten des Achsenkreuzes wird durch Minusbezeichnung der Achsenarme hinten, links und unten gekennzeichnet und durch Minusstriche über den betreffenden Indizes versinnbildlicht. $\bar{3}21$ liegt also hinten rechts oben entsprechend $\frac{1}{3} a' : \frac{1}{2} b : c = a' : 3/2 b : 3c$. In Fig. 10 sind gezeichnet $1\bar{1}1$; 234 ; 111 ; 212 .

Die drei Zahlen des Symbols werden einzeln hintereinander gesprochen, z. B. heißt $1\bar{1}0$: eins, minus eins, null; ebenso z. B. $h0l$: h , null, l .

Man pflegt um das Symbol einer Einzelfläche eine runde Klammer $()$ zu setzen: $(\bar{3}21)$. Sollen durch das Symbol alle Flächen bezeichnet werden, die zufolge der herrschenden Symmetrie zu einer Gestalt gehören, so setzt man es in eine geschweifte Klammer $\{\}$; z. B. bezeichnet $\{111\}$ das reguläre Oktaeder als Ganzes.

Die Beziehung zwischen Weißscher und Millerscher Bezeichnung führt Fig. 12 vor. In ihr bedeutet D die Einheitsfläche $a : b : c$ und E eine in einfache rationale Achsenschnitte $\frac{1}{h} a, \frac{1}{k} b, \frac{1}{l} c$ gerückte Fläche, zum Beispiel

$\frac{1}{3} a : \frac{1}{2} b : \frac{1}{4} c$. hkl (also hier 324) sind die Millerschen Indizes. Sie besagen also, daß die zu ihnen gehörende Fläche den h ten, k ten und l ten Teil (im vorliegenden Falle den dritten, halben und vierten Teil) vom Grundmaß der drei Achsen a, b, c abschneidet. Man gewinnt somit auch aus den Millerschen Zeichen die unmittelbare Anschauung über die Flächenlage am Achsenkreuz, z. B. besagt 120, daß die Fläche die Einheit der Achse a , rechts die Hälfte der Achse b trifft, sowie Nichts (0) auf der Achse c abschneidet, da sie letzterer parallel ist.

Besonderheiten in der symbolischen Bezeichnung bei bestimmten Kristallgruppen sind bei deren Besprechung angegeben.

Zonensymbole. Man kennzeichnet die Richtung einer Zonenachse (Kristallkante), indem man diese durch den Anfangspunkt des Achsenkreuzes geführt denkt und für einen auf ihr gelegenen Punkt das (stets rationale) Koordinatenverhältnis uvw zu den drei Achsen

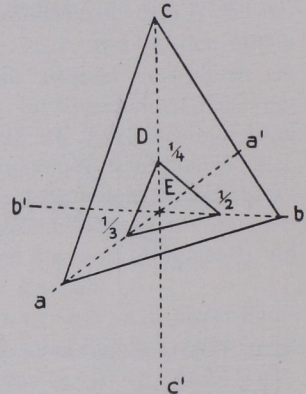


Fig. 12. Herleitung der Indizes.

a, b, c festlegt (Fig. 13). Im allgemeinen Falle sind die Koordinaten uvw schiefwinklig. Das Zonensymbol wird in eine eckige Klammer gesetzt.

6. Zonenverband und Indizes.

Aus den Indizes zweier Flächen (hkl) und ($h'k'l'$) erhält man ihr Zonensymbol $[uvw]$ durch folgendes Schema:

$$\begin{array}{c} h \quad k \quad l \quad h \quad k \quad | \quad l \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ h' \quad k' \quad l' \quad h' \quad k' \quad | \quad l' \end{array}$$

$$u = kl' - lk', \quad v = lh' - hl', \quad w = hk' - kh'.$$

Beweis. Die Gleichungen zweier durch den Nullpunkt des Achsenkreuzes gelegter Ebenen hkl und $h'k'l'$ lauten $xh + yk + zl = 0$ bzw. $xh' + yk' + zl' = 0$, wobei x, y, z die Koordinaten eines Punktes ihrer Schnittlinie vorstellen. Für die Zonenachse $[uvw]$ als Schnittlinie der Ebenen gilt somit

- 1) $uh + vk + wl = 0$,
- 2) $uh' + vk' + wl' = 0$.

Um das Zonensymbol $[uvw]$ aus den Indizes beider Ebenen zu berechnen, dividiere man beide Gleichungen durch w , multipliziere 1) mit k' bzw. h' , 2) mit k bzw. h und subtrahiere jedesmal beide Gleichungen. Man erhält

$$\frac{u}{w} = \frac{kl' - lk'}{hk' - kh'} \quad \text{und} \quad \frac{v}{w} = \frac{lh' - hl'}{hk' - kh'}$$

somit $u : v : w = (kl' - lk') : (lh' - hl') : (hk' - kh')$.

In Fig. 9 ist Zonenachse a als Kante $B(010) : C(001) = [100]$; b als Kante $A(100) : C(001) = [010]$; c als Kante $A(100) : B(010) = [001]$; Kante $D(111) : A(100) = [0\bar{1}1]$; Kante $D(111) : B(010) = [10\bar{1}]$; Kante $D(111) : C(001) = [\bar{1}10]$; Kante $E(432) : A(100) = [02\bar{3}]$; Kante $E(432) : B(010) = [10\bar{2}]$; Kante $E(432) : D(111) = [\bar{1}2\bar{1}]$.

Liegt eine Fläche in zwei Zonen $[uvw]$ und $[u'v'w']$, so leiten sich ihre Indizes hkl ab aus

$$\begin{array}{c} u \quad v \quad w \quad u \quad v \quad | \quad w \\ \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \quad \diagup \quad \diagdown \\ u' \quad v' \quad w' \quad u' \quad v' \quad | \quad w' \end{array}$$

$$h = vw' - wv', \quad k = wu' - uw', \quad l = uv' - vu'.$$

Beweis. Da jeder Punkt der Zonenachse $[uvw]$ der durch sie gelegten Ebene angehört, so gilt $uh + vk + wl = 0$ und entsprechend für

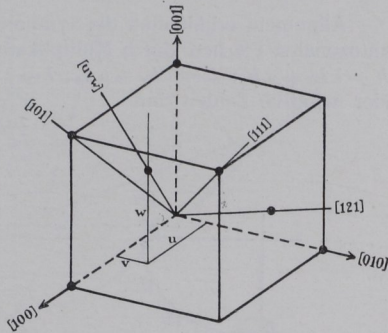


Fig. 13. Zonensymbole.

eine zweite Zonenachse $[u' v' w']$ in derselben Ebene die Beziehung $u'h + v'k + w'l = 0$. Dem Verfahren S. 7 entsprechend ergibt sich $h : k : l = v w' - w v' : w u' - u w' : u v' - v u'$.

Liegt eine Fläche (hkl) in einer Zone $[uvw]$, so ist

$$hu + kv + lw = 0.$$

Zählt man die entsprechenden Indizes zweier Flächen (hkl) und $(h'k'l')$ zusammen, so erhält man eine Fläche $(h''k''l'')$, welche die Kante zwischen (hkl) und $(h'k'l')$ abstumpft, d. h. eine tautozonale Fläche. $h'' = h + h'$; $k'' = k + k'$; $l'' = l + l'$; z. B. 101 und 001 liefern 102. Auf diese Weise kann man durch »Komplikation« Zonenreihen entwickeln.

Auch ein Zerlegen der Indizes einer Fläche gibt Aufschluß über ihren Zonenverband. Beispiele: $211 = 100 + 111$; $211 = 101 + 110$; $312 = 101 + 211$.

Allgemein erhält man die Symbole (hkl) der mit $(h_1k_1l_1)$ und $(h_2k_2l_2)$ tautozonalen Flächen durch Multiplikation und Addition nach dem Schema ($h = \lambda h_1 + \mu h_2$; $k = \lambda k_1 + \mu k_2$; $l = \lambda l_1 + \mu l_2$, wo λ und μ ganze positive oder negative Zahlen sind).

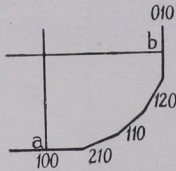


Fig. 14. Zonenfolge. $100 + 110 = 210$;
 $210 + 120 = 330 = 110$; $110 + 010 = 120$.

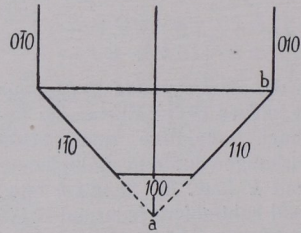


Fig. 15. Gerade Abstumpfung und Winkelhalbierung zweier gleichwertiger Flächen.
 $110 + 110 = 200 = 100$; $110 - 110 = 020 = 010$.

Die entsprechende Addition der Indizes zweier gleichartig¹⁾ an einem Achsenkreuz gelegenen Flächen, z. B. der Flächen (111) und $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$ eines Oktaeders, ergibt die Indizes der Fläche, die die Kante der gegebenen Flächen gerade abstumpft, d. h. die gleiche Winkel mit den beiden Flächen bildet. 111 und $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ liefern $202 = 101$. Zieht man die entsprechenden Indizes zweier gleichartiger Flächen voneinander ab, so erhält man die Indizes der Fläche, welche den Winkel der beiden Flächen halbiert, d. h. senkrecht auf der gerade abstumpfenden Fläche steht; z. B. 111 und $\bar{1}\bar{1}\bar{1}$ ergeben 010 (Fig. 14/15).

Anmerkung. Obige Regeln sind also sind anwendbar z. B. bei den in einem schiefwinkligen Achsenkreuz ungleich gelegenen Flächen (111) und $(\bar{1}\bar{1}\bar{1})$, (111) und (111) usw.

¹⁾ Gleichartige Flächen liegen einer S.E. oder S.A. an,

7. Kristallprojektion.

Zur Übersicht der beobachteten Kristallformen und ihrer Beziehungen zueinander, zur Kristallzeichnung und Kristallberechnung, weiter auch zur Kennzeichnung optischer Verhältnisse bedient man sich mit großem Nutzen der stereographischen sowie der gnomonischen Projektion. Bei diesen Projektionsarten stellt man die Kristallflächen durch Projektionspunkte dar.

1. Stereographische Projektion.

Man denke sich den Kristall von einer konzentrischen Kugel umgeben und seine Flächen, so auch F in Fig. 16, parallel nach

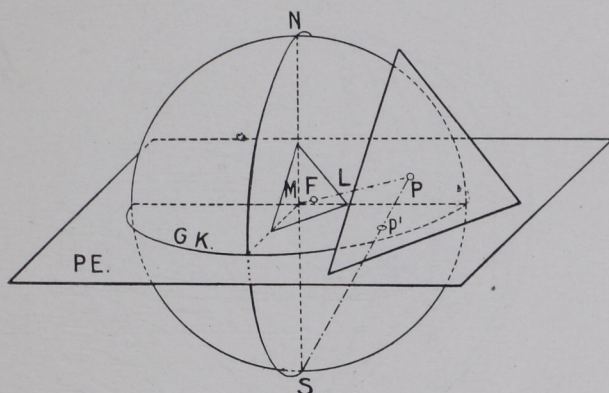


Fig. 16. Schema zur stereographischen Projektion.

außen verschoben, bis sie Tangentialebenen an der Kugel sind. Sie berühren dann letztere jeweils in einem Punkte P . Man erhält natürlich den nämlichen Punkt P , wenn man vom Kristallmittelpunkte M aus Lote (L) auf die Kristallflächen fällt und bis zum Eintrittspunkte (P) mit der Kugel verlängert. Die Kugelpunkte (gleich Sternen auf dem Himmelsgewölbe) heißen Flächenpole; ihre Gesamtheit nennt man die Flächenpolfigur.

Die Flächenpole kennzeichnen somit Richtungen von Kugelradien. Wie Flächenlote kann man auch Kristallkanten oder andere, z. B. optische Richtungen, die man durch M gelegt denkt, durch einen Pol auf der Kugel festlegen.

Als Projektionsebene (PE) dient die Ebene eines größten Kreises. Stellen wir diese Ebene (GK) wagerecht, so lassen sich die Projektionspunkte der Flächenpole kennzeichnen als Schnittpunkte (p'), die man auf der Projektionsebene

(GK) erhält durch Einstechen der Verbindungslinien (PS) zwischen den Flächenpolen (P) und dem unteren Pol (S) der Kugel. Ersichtlich liegen die Projektionspunkte der Pole der oberen Halbkugel innerhalb des Grundkreises (GK), die Projektionspunkte der unteren Halbkugel außerhalb. Die Projektionspunkte der Flächen senkrecht zur Projektionsebene befinden sich auf der Linie des Grundkreises. Bei ihnen fallen Flächenpole und Projektionspunkte in eins zusammen.

Gewöhnlich gibt man in der Projektion nur die Flächenpole der oberen Halbkugel wieder. Die etwaigen Projektionen der Flächen

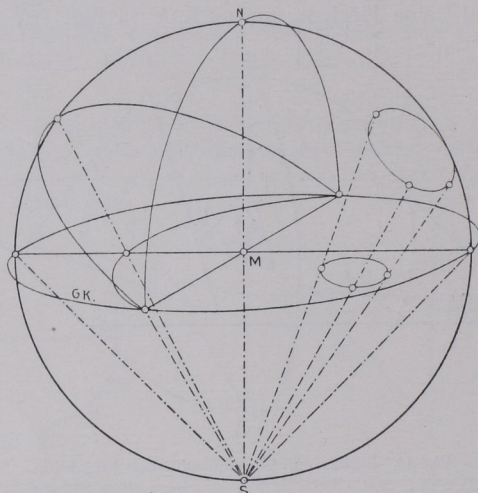


Fig. 17. Projektion von Kreisen in stereographischer Projektion.

unterhalb des Grundkreises stellt man statt außerhalb des letzteren innerhalb dar, indem man die Flächenpole der unteren Halbkugel mit dem oberen Kugelpol (N) verbindet (Gadolinsche Projektion). Die Projektionspunkte der oberen und unteren Halbkugel erhalten eine verschiedene Markierung, etwa $+$ und \circ .

Das Zeichen \oplus bedeutet, daß die Kugelpole zweier Flächen senkrecht übereinanderliegen; die Kante zwischen letzteren verläuft horizontal, und die Äquatorebene der Kugel halbiert den Winkel der beiden Flächen. Fläche und parallele Gegenfläche stellen sich in der Gadolinschen Projektion durch $+$ und \circ dar, die auf einer Linie durch den Projektionsmittelpunkt gleichweit von ihm liegen.

Die Zone der zum Grundkreise senkrechten Flächen hat ihren Zonenpol im oberen Kugelpol (N). Die Projektion dieses Zonen-

pols ist der Mittelpunkt (M) des Grundkreises. Wie nun die Flächenpole dieser Zone auf dem Grundkreise liegen, so befinden sich die Flächenpole jeder Zone auf einem größten Kreise¹⁾ der Kugel, von dem der zugehörige Zonenpol 90° absteht.

Man erkennt dies, wie manche sonstigen Eigenschaften der stereographischen Projektion, am einfachsten mit Hilfe einer schwarzen Kugel, auf der man mit Kreide zeichnen und die man auf einen passenden napfförmigen Untersatz in beliebige Lage bringen kann.

Die ausgezeichnetesten Eigenschaften der stereographischen Projektion sind:

1. Alle Kreise auf der Kugel geben in der Projektion Kreise,

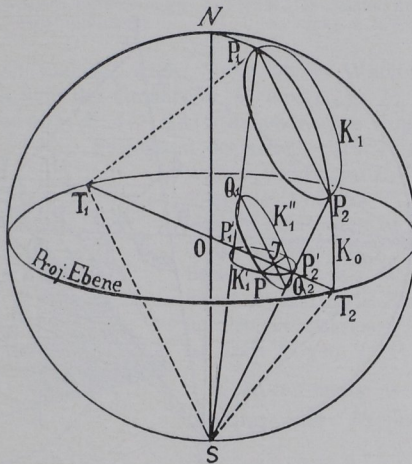


Fig. 18. Erläuterung zur Projektion von Kreisen in stereographischer Projektion.

m Grenzfall gerade Linien (vgl. Fig. 17). Ein einfacher Beweis läßt sich an der Hand der Fig. 18 und 19 geben.

Auf der Kugel Fig. 18 ist K_1 ein Kleinkreis, K'_1 seine Projektion. Es entsprechen sich die Durchmesser P_1P_2 und $P'_1P'_2$. Ein beliebiger Punkt P auf K_1 liefert PJ als Lot auf $P'_1P'_2$. Daß im schiefen Kegel der Projektionsstrahlen, in welchem K_1 den „ersten Kreisschnitt“ bedeutet, K'_1 der „zweite Kreisschnitt“ ist, ergibt der Nachweis von $PJ^2 = P'_1J \cdot P'_2J$. Da die Dreiecke JP'_1Q_1 und JP'_2Q_2 ähnlich sind (gleiche Winkel, s. Fig. 19), so ist $\frac{P'_1J}{Q_1J} = \frac{Q_2J}{P'_2J}$ oder $P'_1J \cdot P'_2J = Q_1J \cdot Q_2J$. Da $Q_1J \cdot Q_2J = PJ^2$, so ist $P'_1J \cdot P'_2J = PJ^2$, der Kegelschnitt K'_1 also ein Kreis.

¹⁾ Die Ebene eines größten Kreises geht durch den Kugelmittelpunkt; sie halbiert also die Kugel.

Die Ebene eines Kleinkreises geht nicht durch den Kugelmittelpunkt.

Größte Kreise der Kugel (Zonenkreise) projizieren sich als Kreisstücke, deren Durchschnittspunkte auf dem Grundkreise sich diametral gegenüberliegen. Alle größten Kreise, die durch S gehen, erscheinen in der Projektion als Gerade.

2. In einem sphärischen Dreieck auf der Kugel stellen die Seiten die Normalenwinkel (d. h. die Winkel der Lote) der zugehörigen Flächen dar, z. B. in Fig. 20

die Seite ab den Normalenwinkel zwischen den Flächen A und B ,
 „ „ bc „ „ „ „ „ B „ C ,
 „ „ ca „ „ „ „ „ C „ A .

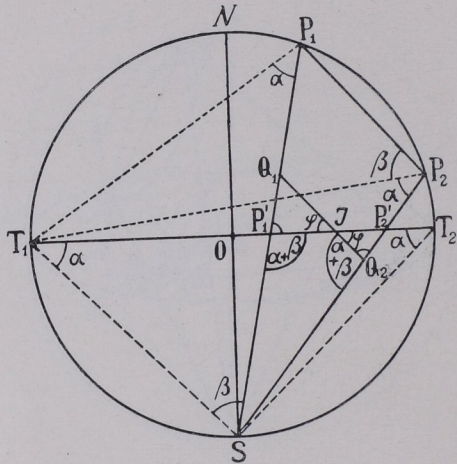


Fig. 19. Schnitt durch Fig. 18.

Die Winkel des sphärischen Dreiecks sind die Supplemente der ebenen Kantenwinkel; a ergänzt α , b ergänzt β und c ergänzt γ zu 180° . In der Projektion (Fig. 21) werden die Winkel a, b, c zwischen den Seiten und die Winkelgrößen ac, cb, ba der Seiten des sphärischen Dreiecks auf der Kugel winkeltreu wiedergegeben. α, β, γ lassen sich durch (alsbald zu erläuterndes) Ausmessen in der Projektion ablesen.

1. Treue bezüglich der Winkel sphärischer Dreiecke in der Projektion. Beweis (Fig. 22, 23): $K_1 K_2 K_0$ = Großkreise durch P ; K_0 steht senkrecht zur Tangentialebene $PB_1 B_2$ an P . K'_1, K'_2 und OB = Projektionen von K_1, K_2 und K_0 ; P' = Projektion von P . Winkel der Großkreise in P = Winkel der Tangenten PB_1 und PB_2 ; $B_1 B_2$ = Schnittgerade der Tangentialebene mit der Projektionsebene. Da die Strecken BP und BP' (Fig. 23)

gleich sind, so gehen B_1P und B_2P durch Umklappen der Tangentialebene B_1PB_2 um das Scharnier B_1B_2 in B_1P' und B_2P' als Tangenten an die

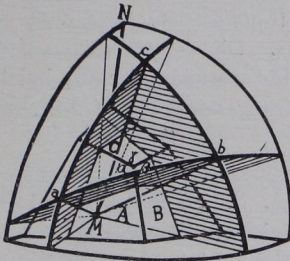


Fig. 20. Beziehung zwischen Zonenkreisen auf der Kugel und Kristallwinkeln.

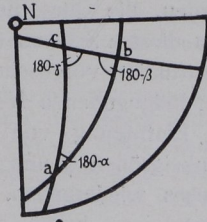


Fig. 21. Projektion des sphärischen Dreiecks a, b, c der Fig. 20.

Projektionskreise K'_1 und K'_2 über. Somit ist der Winkel der Projektionskreise in P' gleich dem der Großkreise K_1 und K_2 in P .

2. Treue bezüglich der Seiten sphärischer Dreiecke in der Projektion (Fig. 24). $P'_1P'_2$ = Projektion des Großkreises P_1P_2 . Es ist zu beweisen, daß Bogen P_1P_2 = Bogen $P'_1P'_2$.

Z sei der Pol von P_1P_2 , mithin φ das Maß für den Bogen P_1P_2 . Entsprechend ist φ' das Maß für $P'_1P'_2$. Nach obigem Beweis ist φ als Winkel der Zonenkreise E_1 und E_2 in Z = dem Winkel φ' der Projektionskreise E'_1, E'_2 in Z' , somit ist auch Bogen $P'_1P'_2$ = Bogen P_1P_2 .

Andererseits werden die Herstellung der Projektion und die

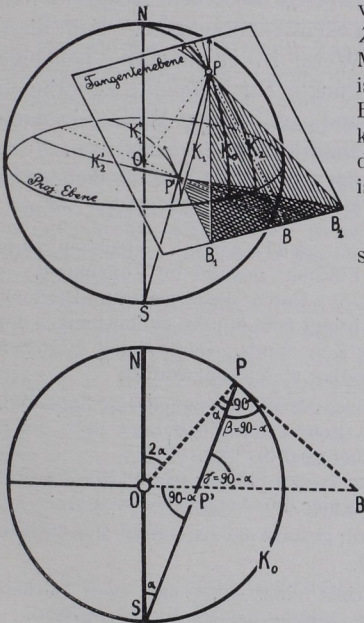
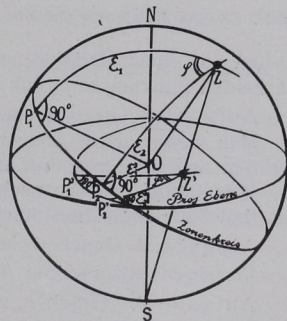


Fig. 22-24. Winkeltreue der stereographischen Projektion.



Schlußfolgerungen aus ihr außerordentlich leicht gemacht durch Anwendung eines »Wulffschen Netzes« (Fig. 25).

Es stellt gewissermaßen die stereographische Projektion von Meridianen und Breitenkreisen auf eine horizontal gedachte Meridianebene dar. Die Nordsüdpollinie (Längsachse) läuft von vorn nach hinten, die Querachse links rechts. Die ausgezogenen Kreise stehen in diesem Schema (Fig. 25) um 15° voneinander ab; bei dem zur Konstruktion vorgesehenen, dem vorliegenden Buche am Schluß als Tafel beigegebenen Netze um 2° .

Die Eintragung von stereographischen Projektionspunkten aus den Winkelgrößen φ und ρ (vgl. Fig. 27, S. 16) läßt sich mit Hilfe eines Netzes wiedergeben. In ihm bezeichnen konzentrische Kreise die Werte $\rho = \text{konst.}$, während radiale Linien die Bedeutung $\varphi = \text{konst.}$ haben.

Man zeichnet auf über das Wulffsche Netz gelegtem Pauspapier und kann nach dem Ausziehen des Grundkreises und Festlegung des Mittelpunktes nun leicht konzentrische Drehungen des Pauspapiers über dem Netz (oder umgekehrt) vornehmen. Auf diese Weise ist es möglich, beliebige Punkte auf Meridiane zu bringen und auf diesen Winkelabstände abzustechen oder abzulesen. Auch der Grundkreis und die Querachse können als Winkelmesser dienen.

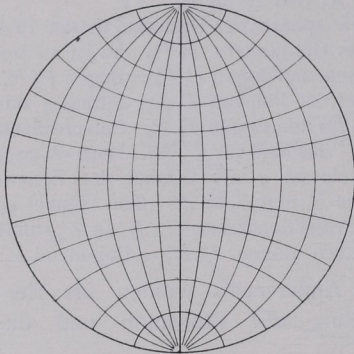


Fig. 25. Schema des stereographischen Netzes.

Flächen auf einen Meridian; er ist der Zonenkreis. Der Winkel zwischen den beiden Punkten kann auf dem Meridian abgelesen werden.

Aufgabe 2. Gegeben ein Zonenkreis; gesucht der zugehörige Zonenpol. Man bringt durch konzentrisches Drehen den Zonenkreis über einen Meridian und zählt von ihm auf der Querachse 90° ab.

Bemerkung. Die Durchschnittskante zweier Flächen ist ihre Zonenachse. Man findet die Projektion durch Vereinigung der Aufgaben 1 und 2.

Aufgabe 3. Gegeben ein Zonenpol; gesucht der zugehörige Zonenkreis. Verfahren entsprechend Aufgabe 2.

Aufgabe 4. Gegeben zwei Flächen einer Zone und zwei Flächen einer zweiten Zone; gesucht die Fläche, welche beiden Zonen angehört.

Man zieht die beiden Zonenkreise. Der Schnittpunkt ist der Projektionspunkt der gesuchten Fläche.

Aufgabe 5. Gegeben eine Fläche, gesucht alle Flächen mit dem Winkelabstand α von ihr.

Aufgabe 1. Gegeben zwei Flächen; gesucht ihr Zonenkreis.

Durch konzentrische Drehung bringt man die Projektionspunkte der

Der Ort der Pole dieser Flächen auf der Kugel ist ein Kreis, also auch ihre Projektion ein solcher. Zur Auffindung der Kreislinie bringt man den Projektionspunkt auf einen Meridian und steckt den Winkel α beiderseits ab. Durch Weiterdrehen kommt der Punkt auf einen anderen Meridian, auf dem man diesen Winkel abmißt usw. Durch Anpassung der gewonnenen Punkte an einen Breitenkreis und durch exzentrisches Drehen kann man den vollständigen Kreis ziehen.

Liegt der Ausgangspunkt auf dem Grundkreis, so dreht man den Punkt bis zur Deckung mit einem Ende der Längsachse des Netzes und benützt zur Konstruktion des gesuchten Kreises ohne weiteres einen Breitenkreis.

Aufgabe 6. Gegeben zwei Flächen. Gesucht eine dritte Fläche, die mit den gegebenen in einer Zone liegen und mit der einen von ihnen in einer bestimmten Richtung den Winkel α bilden soll.

Man ziehe den Zonenkreis und trage in gewünschter Richtung α auf ihm ab.

Aufgabe 7. Gegeben zwei Flächen. Gesucht eine dritte Fläche mit dem Winkelabstand α von der einen und β von der anderen Fläche.

Man ziehe entsprechende Kreise um die Projektionspunkte nach 5. Ein Schnittpunkt der beiden Kreise ist die gesuchte Projektion.

Aufgabe 8. Gegeben zwei Zonenkreise; gesucht ihr Winkelabstand.

Man denke den Durchschnittspunkt der beiden Zonenkreise als Kugelpol; 90° von ihm ab auf jedem Zonenkreise gemessen hat man ihre Durchschnittspunkte mit dem zugehörigen Äquator. Auf ihm kann man den Winkelabstand ausmessen. Auch kann man die Pole der Zonenkreise aufsuchen und deren Winkelabstand bestimmen.

Aufgabe 9. Gegeben zwei Zonenkreise, gesucht der den Winkel dieser Zonenkreise halbierende Kreis.

Man suche nach dem Verfahren 8 den Äquator und halbiere den auf ihm gegebenen Winkel. Der gesuchte Kreis geht durch den gefundenen Halbierungspunkt und durch den Durchschnittspunkt der beiden gegebenen Zonenkreise.

Natürlich kann man so auch Kreise mit beliebigem Abstand von einem der gegebenen Zonenkreise einzeichnen.

Aufgabe 10. Gegeben drei ein Eck bildende Flächen. Gesucht die Winkel der Kanten zwischen den Flächen.

Man bedenke, daß die Seiten des betreffenden sphärischen Dreiecks die zu den Kanten des Ecks senkrechten Zonenkreise darstellen (Fig. 20). Man messe ihre Winkel zueinander. Es sind die Supplemente der Kantewinkel. Oder man konstruiere die Pole der die Dreieckseiten bildenden Zonenkreise und messe die Winkel zwischen diesen Polen. Es sind die Winkel der Kanten.

2. Zyklographische Projektion.

Man schiebe die Kristallfläche parallel sich selbst bis zum Mittelpunkt der Kugel in Fig. 16, S. 9; sie schneidet auf ihr in einem größten Kreise ein, dessen Pol mit dem Kugelpol der Fläche bei stereographischer Projektion zusammenfällt. Die nach stereographischer Art gedachte Projektion des größten Kreises ist die zyklographische Projektion der Fläche. Es stellen

sich also die Kristallflächen als größte Kreise dar, deren Pole die Projektionspunkte derselben Flächen in stereographischer Projektion sind. Aus letzterer ist die zyklographische Projektion mithin leicht abzuleiten.

3. Gnomonische Projektion.

Man fällt vom Kristallmittelpunkte Lote auf die Kristallflächen und bestimmt ihre Durchstichpunkte mit der Ebene, welche eine um den Kristall konzentrisch beschriebene Kugel im oberen Pol N tangiert.

Die Projektion der Flächen setzt sich aus solchen Durchstichpunkten p'' zusammen (Fig. 26).

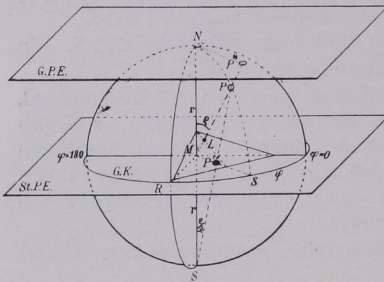


Fig. 26. Schema zur stereographischen und gnomonischen Projektion.

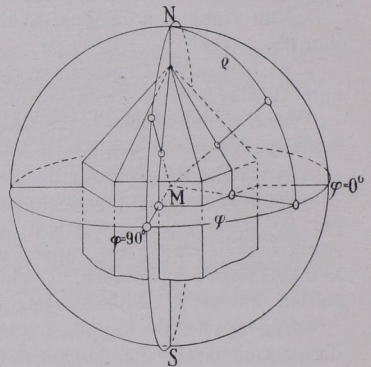


Fig. 27. Länge φ und Polardistanz ρ von Kristallflächen.

Die Projektionspunkte sind durch die Winkel φ (Länge) und ρ (Polardistanz) gekennzeichnet (Fig. 26). $Np'' = r \operatorname{tang} \rho$ (wo $r =$ Kugelradius).

Ist $\rho = 0^\circ$ (horizontale Flächen), so liegt p'' im Mittelpunkte N der Projektion. Mit wachsendem ρ fällt p'' immer weiter nach außen; bei $r = 5$ cm ist für den Fall einer Polardistanz $\rho = 75^\circ$ p'' schon 18,66 cm von N entfernt. Diese weite Ausdehnung des Projektionsfeldes bei steil zur Projektionsebene geneigten Flächen ist ein ungünstiger Umstand der sonst so vorteilhaften gnomonischen Projektionsart¹⁾.

Ist $\rho = 90^\circ$ (vertikale Flächen), so fällt p'' in die Unendlichkeit. Man deutet das durch eine Richtungslinie unter dem betreffenden Winkel φ an.

Zonen. Die Projektionspunkte tautozonaler Flächen (Fig. 28) liegen auf einer Geraden; z. B. liefern a, b, c, d, e den Kugelzonenkreis KZK ; seine Zonenachse sticht in ZP aus. Die verbreiterte

¹⁾ Man hilft sich in solchen Fällen durch Projizieren auf noch eine (vertikale) Ebene.

Ebene KZK schneidet die Ebene der gnomonischen Projektion in der Zonengeraden Z .

Die Projektion einer Fläche in zwei Zonen ist der Durchschnittspunkt der beiden Zonengeraden.

Ausführung der Projektion. Bei bekanntem φ und ρ (entsprechend z. B. den Fig. 26/27) trägt man p'' unter Benutzung eines Millimeterlängenmaßes ein, und zwar φ durch Abschlagen

der Kreissehne $s = 2 \cdot \sin \frac{\varphi}{2}$

auf dem Grundkreis von Nullpunkt für φ aus und ρ durch $Np'' = r \cdot \tan \rho$ auf dem zugehörigen Radius. V. Goldschmidt hat dafür zur Sparrung der Rechnung eine Sehnen- und Tangententabelle aufgestellt.

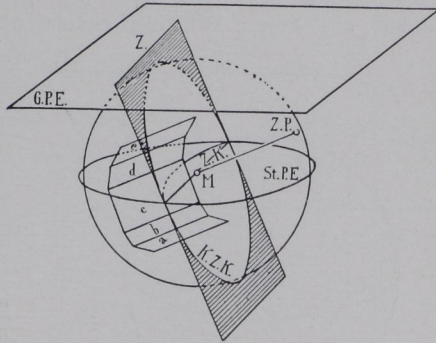


Fig. 28. Gnomonische Zonengrade Z der Flächen a, b, c, d, e .

Wie das Wulffsche Netz bei der stereographischen Projektion Verwendung findet, so dient das Hiltonsche Netz für die gnomonische Projektion. In ihm stellen sich die Großkreise (Zonenkreise) der Kugel als Gerade, die Parallelkreise als Hyperbeln dar. Man kann es zur Lösung der Aufgaben 1–10 Seite 14/15 wie das stereographische Netz benutzen.

Beim Auftragen vieler Punkte bedient man sich mit besonderem Vorteil eines von V. Goldschmidt und Wright angegebenen Projektionstransporteurs;

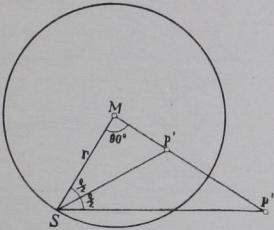


Fig. 29. Stereographischer Punkt p' , gnomonischer p'' .

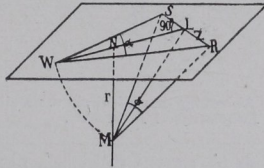


Fig. 30. Winkelpunkt der gnomonischen Projektion.

er ist auch für die stereographische Projektion eingerichtet¹⁾. In Ermanglung eines solchen Apparates läßt sich ein Netz verwenden, das man sich leicht hinsichtlich φ und ρ konstruieren kann; in ihm bedeuten Kreise $\rho = \text{konst.}$, radiale Linien $\varphi = \text{konst.}$

¹⁾ Bezugsquelle: Mechaniker P. Stoß, Heidelberg.

Beziehungen zwischen stereographischer und gnomonischer Projektion. Aus der stereographischen Projektion läßt sich die gnomonische leicht in Ansehung der Beziehung herleiten, daß Mp' (Fig. 26 u. 29) $= r \cdot \tan \rho/2$ und $Np'' = r \cdot \tan \rho$ sind. Durch Umklappung des Dreiecks $Mp'S$ um Mp' als Scharnierlinie in die Ebene der stereographischen Projektion und durch Verdoppelung des Winkels $MSp' = \rho/2$ findet man im Durchschnittspunkte des freien Winkelschenkels mit der über p' verlängerten

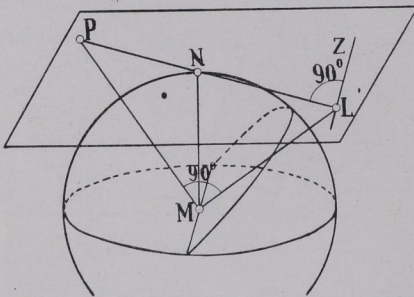


Fig. 31.

Zonengrade Z und Zonenpol P .

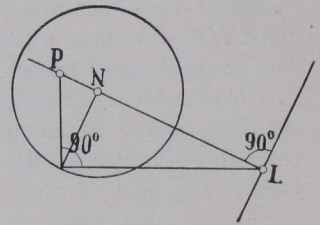


Fig. 32.

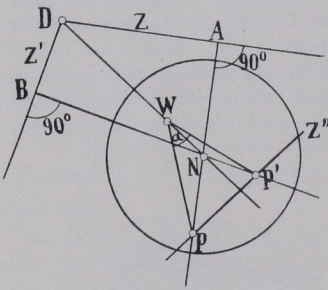


Fig. 33. Ablesung des Winkels α zweier Zonenachsen P und P' .

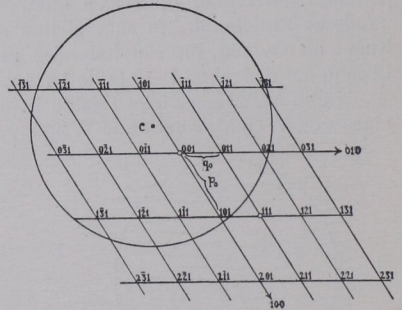


Fig. 34. Ablesung der Indizes aus der gnomonischen Projektion.

Linie Mp' den Punkt p'' als gnomonische Projektion. (Man denke sich in Fig. 26 die Ebene der gnomonischen Projektion in die der stereographischen hinabgesenkt.)

Ablesen des Winkels zweier Flächen aus ihrer Projektion. Er ist durch die Neigung α , der vom Kugelmittelpunkte M auf die Flächen gefällten Lote MR und MS gegeben (Fig. 30). Man klappt diesen Winkel um die Zonengrade Z als Scharnier in die Ebene der Projektion und mißt ihn aus. Dabei wird das rechtwinklige Dreieck MNL benutzt, in welcher $MN = r$ bekannt ist und NL eine Normale von N auf Z vorstellt; man

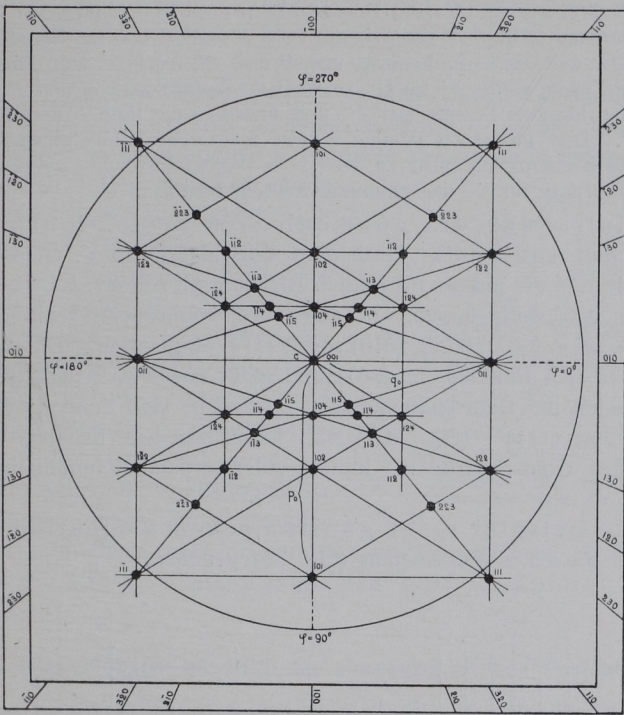


Fig. 35. Gnomonische Projektion des Schwerspats der Fig. 36.

findet leicht ML . Die Hochklappung um das Scharnier Z führt M nach W (den Winkelpunkt) in der Projektionsebene. Er ist der Scheitelpunkt des Winkels $RWS = \alpha$. Von W aus werden nicht nur R und S , sondern alle Punkte der Zonengerade Z in ihren Winkeln zueinander festgestellt. Die Ableseung von α kann man mit Hilfe des stereographischen Netzes oder mit Hilfe der Goldschmidtschen Sehnentabelle vornehmen. Geht Z durch N , so liegt W auf dem Grundkreise (mit Radius = r). Für vertikale Flächen (Z im Unendlichen) ist $W = N$.

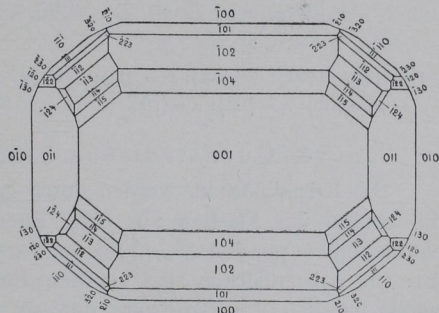


Fig. 36. Koptbild eines Schwerspatkristalles (vgl. Projektion Fig. 35).

Den Pol P einer Zonengeraden Z findet man auf der Zentralen von Z durch Aufklappen des Dreiecks PML entsprechend Fig. 31 und 32.

Winkel zweier Kristallkanten (Zonenachsen). (Fig. 33.) Zu den Zonengeraden Z und Z' gehören die Pole P und P' und zur Geraden PP' gehört D , der Durchschnittspunkt von Z und Z' , als Pol. Man konstruiert also die Zonengerade Z'' zu D , zeichnet die Zentralen AN und BN über N hinaus bis zum Schnitt mit Z'' und findet so die Pole P und P' zu Z und Z' . Den gesuchten Winkel α liest man vom Winkelpunkte W ab. Falls die Konstruktion nicht zu weit vom Projektionspunkte entfernt liegt, kann man auch für sie das gnomonische Netz benutzen.

Eintragung der gnomonischen Projektionspunkte nach den Indizes¹⁾. Nach dem Vorschlage von V. Goldschmidt wandelt man die Indizes hkl durch Division mit l in $h/l, k/l, 1 = pq/1$ um; 1 wird fortgelassen. In einer Projektionsebene senkrecht zur Achse c seien (001) , (100) , (010) sowie (111) eingetragen. Die Geraden zwischen den Punkten für (001) und (010) sowie zwischen (001) und (100) seien die Koordinatenachsen; p_0 und q_0 sind dann die Koordinaten von (111) ²⁾ (Fig. 34). Man kann nun jede beliebige Fläche nach den Goldschmidtschen Indizes als Koordinaten unmittelbar eintragen.

Als Beispiel einer gnomonischen Projektion sei in Fig. 35 die eines Schwerspats (Fig. 36) gegeben.

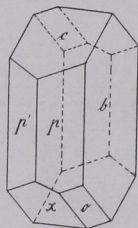


Fig. 37a. $b = \{010\}$; $c = \{001\}$; $p = \{110\}$;
 $p' = \{1\bar{1}0\}$; $x = \{10\bar{1}\}$; $o = \{11\bar{1}\}$.

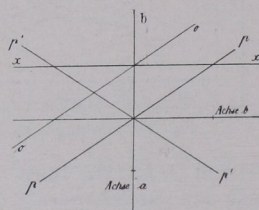


Fig. 37b. Linearprojektion von $b p p' x o$ (obere Flächen) der Fig. 37a auf c .

4. Quenstedtsche Linearprojektion.

Die Kristallflächen werden durch Linien dargestellt, die sich als Einschnitte der Flächen auf einer Ebene ergeben. In der Fig. 37 wurde letztere parallel $c = \{001\}$ der Fig. 37a gelegt. Projektionsregel ist: Die Kristallflächen sind vor dem Einschneidenlassen so weit sich selbst parallel zu verschieben, daß sie durch den Einheitsschnitt auf Achse c gehen. Z. B. ist $a : 2b : 3c$ nach $1/3a : 2/3b : c$ zu schieben. Die betreffende Projektionslinie geht also von $1/3a$ nach $2/3b$. Eine

¹⁾ Für das Eintragen ist die Benutzung von Millimeterpapier mit randlicher Gradeinteilung nützlich (Bezugsquelle: P. Stoë, Heidelberg).

²⁾ Sprich p -Null, q -Null.

Fläche $a:b:12c$ wird zu $2a:2b:c$; ihre Projektionslinie verläuft von $2a:2b$. Eine Form $a:2b:c$ kommt natürlich ohne Verschiebung zum Einschnitt. Im Falle des Parallismus zu c (z. B. bei $a:b \infty c$) ist die Fläche sich selbst parallel in den Durchschnittspunkt von a und b zu schieben, aus dem sich ja Achse c erhebt. Die allgemeine Regel ist dann erfüllt, da nunmehr die ganze Achse c in der Fläche liegt, letztere also auch durch den Einheitspunkt auf c geht. Man erkennt, daß alle Flächen parallel c sich im Projektionsmittelpunkte schneiden. Es ist das ein spezieller Fall hinsichtlich der Eigenschaft der Linearprojektion, bei der die Projektionslinien tautozonaler Flächen sich in einem Punkte (dem Zonenpunkte) treffen. Eventuell gehen die Projektionslinien der Flächen einer Zone einander parallel (Zonenpunkt als Schnittpunkt im Unendlichen). Flächen in zwei Zonen sind durch die beiden Zonenpunkte bestimmt.

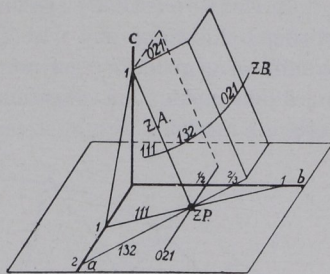


Fig. 38. Zonenachse ZA einer Zone und ihr Zonenpunkt ZP .

8. Kristallzeichnen mit Hilfe der stereographischen Projektion.

Bei Kristallzeichnungen wendet man, um den Parallelismus der Kanten zu wahren, die sogenannte Parallelprojektion an, bei der man sich das Auge in unendlicher Entfernung vom Objekt denkt.

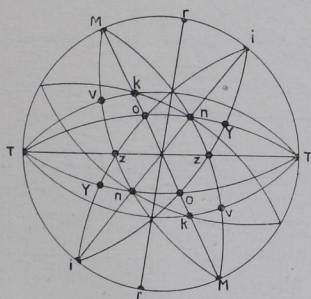


Fig. 39. Stereographische Projektion von Epidot auf $\{010\}$.

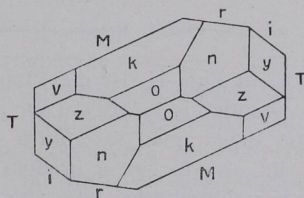


Fig. 40. Kopfbild von Epidot.

1. Die gerade Projektion (das Kopfbild) nimmt als Bildebene die Ebene des Grundkreises der stereographischen Projektion.

Um die Richtung der Kanten zu finden, erinnere man sich daran, daß die Zonenachse die gemeinsame Kantenrichtung aller in einer Zone liegenden Flächen ist. Man erhält also die Kantenrichtung zweier Flächen in der Zeichnung als die Senkrechte auf dem Durchmesser des Zonenkreises der beiden Flächen¹⁾. Fig. 40 ist in der angegebenen Weise gezeichnet nach der Projektionsfigur 39.

2. Die schiefe Projektion betrachtet den Kristall von einer beliebigen Richtung aus. Ist die Projektion eines Kristalls auf dem Grundkreis gegeben, so ist nun die Aufgabe zu lösen, die Lage der Projektionspunkte auf einer anderen Ebene, der Zeichenebene, ausfindig zu machen.

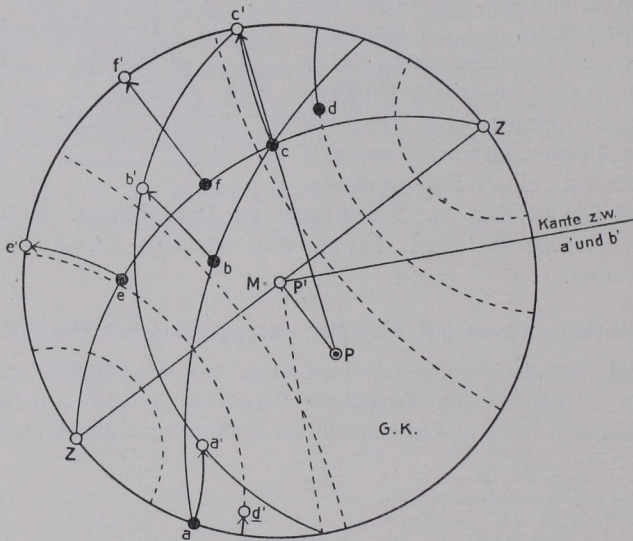


Fig. 41. Drehung der stereographischen Projektionsebene.

a) In Fig. 41 ist die Projektion einiger Flächen (a, b, c, d) auf den Grundkreis in schwarzen Punkten vermerkt. Die neue Zeichenebene denke man sich durch den Mittelpunkt der Kugel gelegt, auf der sie also in einem größten Kreise einschneidet; ihr Pol liegt auf der Kugeloberfläche 90° vom Kreise ab. In der Projektion sei der Zeichenkreis in ZZ und sein Pol in P vermerkt. Um nun die

¹⁾ Bemerkung. In gnomonischer Projektion geht die Zonenachse diesem Durchmesser parallel. Man findet also die Kantenrichtung in der Senkrechten zu dieser Geraden.

Lage der Projektionspunkte auf der neuen Zeichenebene zu ermitteln, denke man sich die Zeichenebene und den Kristall fest verbunden und um ZZ als Achse beweglich. Durch eine Drehung von der Winkelgröße, daß P nach M gelangt, kommt die Zeichenebene in die Lage des Grundkreises. Alle Projektionspunkte vollziehen dabei eine Bewegung von der nämlichen Winkelgröße PM . Um ihre neuen Lagen festzustellen, benutzt man das Wulffsche Neß und bringt dessen Längsachse (mittleren Meridian) mit der erwähnten Drehachse zur Deckung. Die Projektionspunkte wandern dann bei der Drehung auf den Breitenkreisen des Wulffschen Netzes, z. B. a nach a' , b nach b' usw. Alle Punkte des Zeichenkreises kommen auf den Grundkreis.

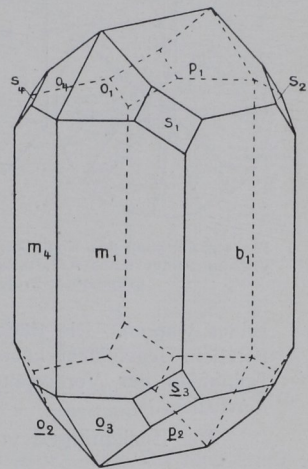
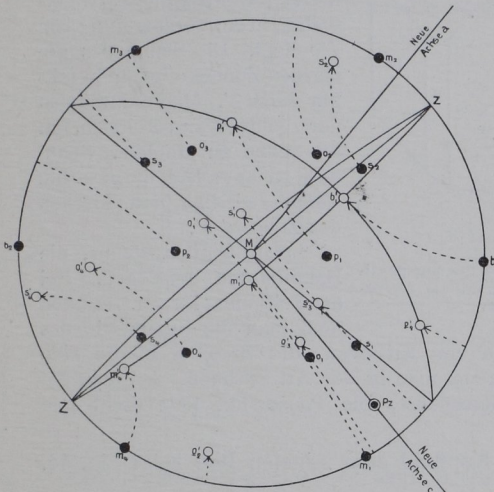


Fig. 42. Drehung der stereographischen Projektion von Aragonit.

Fig. 43. Aragonit.

Zeichnerisch wichtig ist dabei, daß man diese Punkte, z. B. e' , f' oder c' , in einfacher Weise auch dadurch finden kann, daß man die Verbindungslinien Pe , Pf , Pc bis zum Grundkreis verlängert. Die unter die Ebene des Grundkreises tauchenden Projektionspunkte werden ersetzt durch auf der anderen Seite diametral gegenüberliegende Gegenpunkte, z. B. d durch d' . Durch Beachtung des Drehwinkels sind diese Gegenpunkte leicht zu finden. Hat man alle Projektionspunkte neu eingezeichnet, so wird die Zeichnung wie unter 1 S. 21 vermerkt angefertigt.

In Fig. 42 ist die Projektion eines Aragonitkristalls in schwarzen Punkten gegeben. Durch Drehung um ZZ ist die neue Lage der Punkte (weiß gehalten) gewonnen und dann die Fig. 43 entworfen.

b) Eine zeichnerisch vereinfachte Lösung besteht darin, daß man (Fig. 41) lediglich den Schnittpunkt c zwischen dem gegebenen Zonenkreise ab und der Projektion des Zeichenkreises verbindet mit dem Pol P des Zeichenkreises und die Linie verlängert bis zum Schnittpunkt c' mit dem Grundkreis.

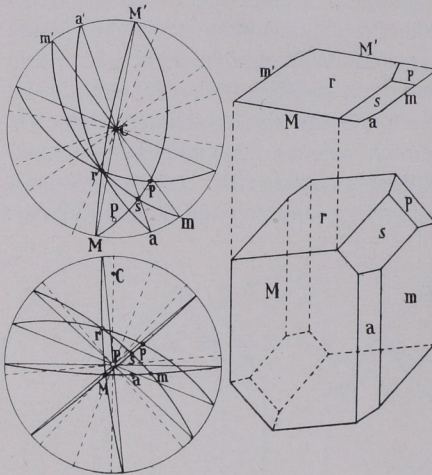


Fig. 44. Zeichnen des Kopfbildes und des perspektivischen Bildes eines Axinitkristalls mittels stereographischer Projektion.

Diesen Schnittpunkt verbindet man mit dem Mittelpunkt des Grundkreises; die Senkrechte auf dieser Linie ist die gesuchte Kante.

Erklärung. Der Schnittpunkt c von Zeichenkreis ZZ und Zonenkreis ab wandert bei der in Rede stehenden Drehung nach c' , welcher Punkt, wie erwähnt, in der Verlängerung von Pc liegt. Die Sehne des gedachten Zonenkreises geht mit hin durch c' . Man braucht also nur c' mit M zu verbinden, um die Sehne zu erhalten. Senkrecht zu ihr verläuft die gesuchte Kante zwischen den Flächen der Zone $a'b'$.

Man beginnt damit, die Hauptformen anzulegen. Bei der Zeichnung idealer Gestalten muß man die Symmetrie des Bildes wahren. Die Rückseite von Kristallen, die zu jeder Fläche eine parallele Gegenfläche haben, kann man in der Art zeichnen, daß man die Eckpunkte der Vorderseite durchpaust, die Pause um 180° dreht und durchsticht.

Die Beziehungen vom Kopfbild zum schiefen Bild zeigt Fig. 44.

9. Bestimmung des Achsenkreuzes und des Achsenverhältnisses sowie der Flächenindizes.

Aus Fig. 45 ersieht man, daß Achse a die Zonenachse der Flächen C und B ist, in der Projektion Fig. 46 sich daher als Pol a' des Zonenkreises CB darstellt, ebenso b' als Pol der Zone AC und $c = M$ als Pol der Zone AB . Die Winkel zwischen den Achsen a , b und c lassen sich mit Hilfe des Wulffischen Netzes durch Ablesen auf Meridianen der Projektion entnehmen.

Zwecks Ermittlung der Achsenlängen, welche eine Fläche D auf a , b und c abschneidet, berücksichtigt man die drei rechtwinkligen Dreiecke, welche sich in Fig. 45 mit Hilfe des Lotes MP auf Fläche D ergeben. Im Dreieck MPc ist Mc die gesuchte Länge c , MP

das Lot und Pc die dritte (in der Fläche D bzw. ihrer Verlängerung gelegene) Seite. Man ermittle in der Projektion Fig. 46 den Winkel zwischen P und dem Durchstich M von Achse c und konstruiere mittels dieses Winkels und $Md = 1$ das rechtwinklige Dreieck Mdi . Die Hypotenuse Mi des Dreiecks ist die gesuchte Achsenlänge c . Entsprechend verfährt man bezüglich der Achsenlängen a und b . Man erhält so $a:b:c$ durch Vergleich der Hypotenusenlängen Mh , Mk , Mi in den Dreiecken über Md . Da es nur auf das Verhältnis von $a:b:c$ ankommt, so kann man Md beliebig reduzieren, z. B. statt Md die Länge Md' zur Konstruktion der Dreiecke benutzen. Ermittelt man das Achsenverhältnis für

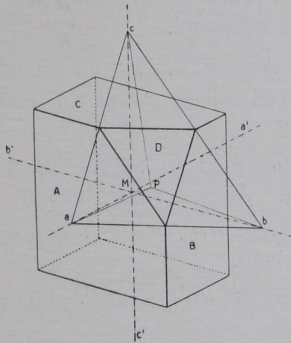


Fig. 45. Achsenschnitte.

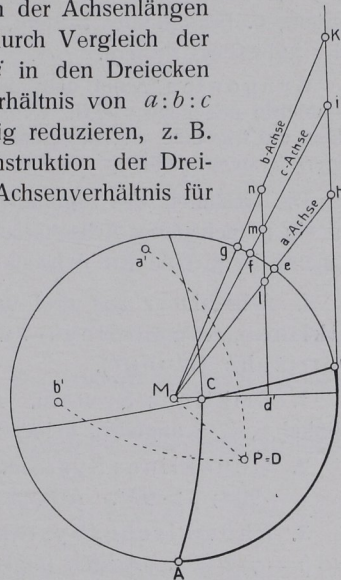


Fig. 46. Graphische Bestimmung von Achsenschnitten.

eine weitere Fläche E , so sind durch Vergleich der Achsenschnitte von D (als Einheitsfläche) und mit denen von E die Koeffizienten im Weißschen Zeichen bzw. die Indizes für E leicht zu finden.

Auf die einfache Indizesbestimmung mittels gnomonischer Projektion (wie sie S. 20 auseinandergesetzt ist) sei hier besonders verwiesen.

Die Berechnung kann sich obigem Gedankengange anschließen.

Für höher symmetrische Systeme vereinfachen sich graphische und rechnerische Bestimmung¹⁾.

¹⁾ Zur näheren Kenntnisnahme einschlägiger kristallographisch wichtiger Verhältnisse der stereographischen Projektion sei hier besonders empfohlen: H. E. Boeke, Die Anwendung der stereographischen Projektion bei kristallographischen Untersuchungen. Berlin, Verlag Gebr. Bornträger. 1911; ferner bezüglich der gnomonischen Projektion ein entsprechendes kleines Werk H. E. Boekes. 1913. Auch sei auf das Buch von B. Gossner, Kristallberechnung und Kristallzeichnung, Leipzig, W. Engelmann, 1914, hingewiesen.

10. Kristallsysteme, Achsenkreuze und Winkel.

Man ordnet die Kristalle in zunächst sieben Hauptabteilungen, Kristallsysteme genannt: 1. triklines System, 2. monoklines System, 3. rhombisches System, 4. trigonales System, 5. tetragonales System, 6. hexagonales System, 7. isometrisches (reguläres, tesserales oder kubisches) System.

Syngonien nennt man die Hauptabteilungen, die jeweils durch Symmetrie gegebene gleiche Winkelabmessungen zeigen. In der Hinsicht bilden das trigonale und hexagonale System zusammen ein Syngonie; die andern Systeme stellen je eine Syngonie vor.

Die Gestalten des trigonalen und hexagonalen Systems können auf ein gemeinsames Achsenkreuz bezogen werden. Für die übrigen Systeme ist je eine Art Achsenkreuz kennzeichnend.

I. Achsenkreuz aus drei ungleichen Achsen a , b , c bestehend: triklines, monoklines und rhombisches System (trimetrische Gruppe).

1. Triklines System. Achsenkreuz aa' ; bb' ; cc' . Fig. 47. Winkel α , β , γ ungleich, keiner 90-gradig. Achsen ungleich lang.

2. Monoklines System. Achsenkreuz aa' ; bb' ; cc' . Fig. 48. $\alpha = \gamma = 90^\circ$; $\beta > 90^\circ$. Achsen ungleich lang.

3. Rhombisches System. Achsenkreuz aa' ; bb' ; cc' . Fig. 49. $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$. Achsen ungleich lang.

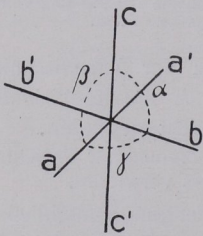


Fig. 47. Triklin.

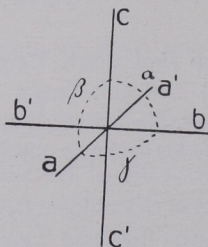


Fig. 48. Monoklin.

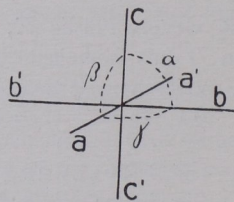


Fig. 49. Rhombisch.

In den erwähnten drei Systemen kennzeichnet man die Indizes bezüglich a' , b' , c' als negativ, z. B. $(\bar{h} \bar{k} \bar{l})$.

II. Achsenkreuz wirtelig, aus zweierlei Achsen bestehend: trigonales, tetragonales und hexagonales System (wirtelige, dimetrische Gruppe).

4. Trigonales System. Achsenkreuz ad' ; ad' ; ad' ; cc' .

Fig. 50. $\alpha = \beta = 90^\circ$; $\gamma = 120^\circ$. $ad' = ad' = ad' \geq cc'$. Die +- und -Seiten der Achsen gibt Fig. 50a an.

5. Tetragonales System. Achsenkreuz ad' ; ad' ; cc' .

Fig. 51. $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$. $ad' = ad' \geq cc'$. Indizes bezüglich a' und c' negativ.

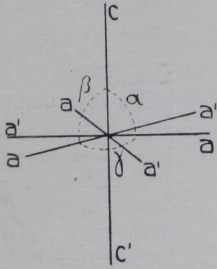


Fig. 50. Trigonal.

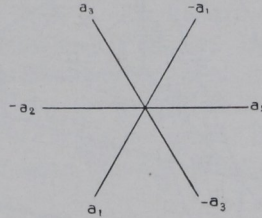


Fig. 50a. a -Achsen des trigonalen Systems.

6. Hexagonales System. Achsenkreuz wie beim trigonalen System, indes $\gamma = 60^\circ$ (Fig. 52).

III. Achsenkreuz aus einerlei senkrecht aufeinanderstehenden Achsen:

7. Isometrisches (reguläres, tesserales oder kubisches) System. Achsenkreuz ad' ; ad' ; ad' . Fig. 53. $\alpha = \beta = \gamma = 90^\circ$. Achsen gleich lang. Indizes bezüglich a' negativ.

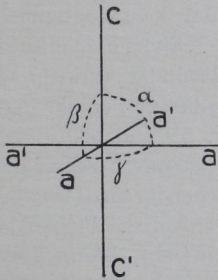


Fig. 51. Tetragonal.

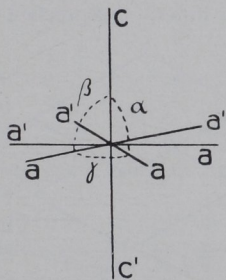


Fig. 52. Hexagonal.

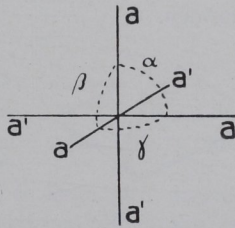


Fig. 53. Isometrisch.

Die Anlage von Flächen an den Achsenkreuzen liefert eine für die Kristallsysteme kennzeichnende Gruppierung von Winkeln zwischen Flächen und Kanten, die sich durch sphärische und ebene Dreiecke im Kristall erörtern läßt. Zugleich öffnet sich ein besonders anschaulicher Weg, das Achsenverhältnis der Grundform und

die Achsenschnitte sonstiger Flächen zu berechnen¹⁾. Fig. 54 stellt ein allgemeines (triklines) Beispiel dar.

Sind, wie hier nötig, 5 voneinander unabhängige Winkel gemessen, etwa $100 : 010$; $010 : 001$; $001 : 100$; $001 : 011$; $100 : 110$, so sind im Dreieck 1

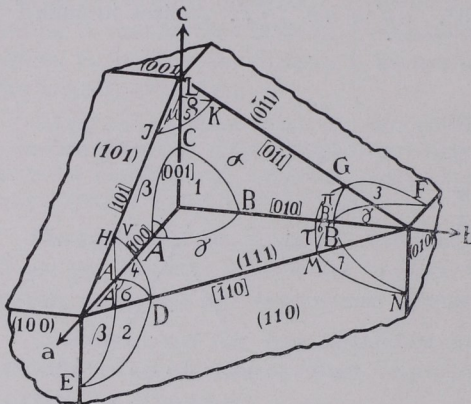


Fig. 54. Sphärische und ebene Dreiecke im Kristallbau.

bekannt A, B, C . Nach üblichen Gleichungen der Trigonometrie lassen sich α, β, γ berechnen. Im Dreieck 2 sind jetzt zur Verfügung E, A' und β ; berechnet man σ , so findet man τ aus $\sigma + \gamma + \tau = 180^\circ$. Da $b = 1$ gesetzt wird, so ist a aus dem ebenen Dreieck mit σ, γ, τ zu finden. Im Dreieck 3 sind bekannt, B', F, γ . Man berechnet π , findet ρ und da $b = 1$ schließlich c .

Im monoklinen System genügen 3, im rhombischen 2; im trigonalen, tetragonalen und hexagonalen System reicht eine nicht durch allgemeine Symmetrieverhältnisse gegebene Messung zur Kennzeichnung aus; im isometrischen System ist kein solcher Wert anzugeben nötig.

Im monoklinen System genügen 3, im rhombischen 2; im trigonalen, tetragonalen und hexagonalen System reicht eine nicht durch allgemeine Symmetrieverhältnisse gegebene Messung zur Kennzeichnung aus; im isometrischen System ist kein solcher Wert anzugeben nötig.

11. Übersicht der Kristallklassen.

Mit Tschermak seien hier fünf grundlegende Arten der Flächenanlage gekennzeichnet. Ihnen entsprechen fünf kristallographische Urformen.

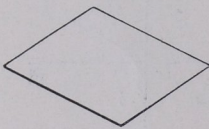


Fig. 55. Pedion.

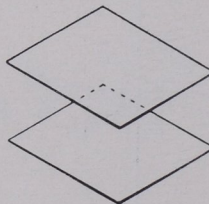


Fig. 56. Pinakoid.

1. Stufe. Fläche für sich selbständig (Prinzip der Identität). Pediale Form. Fig. 55 und 60.

2. Stufe. Zwei parallele Flächen für sich (Prinzip der Inversion²⁾). Pinakoidale Form (zentrosymmetrisch). Fig. 56 und 61.

3. Stufe. Zwei Flächen mit Digyre zwischen sich (Prinzip der Umklappung). Sphenoidische Form (achsensymmetrisch). Fig. 57 u. 62.

¹⁾ Bezüglich Kristallberechnung vergleiche Verzeichnis der Lehrbücher am Schluß des Buches.

²⁾ Eine beliebig gezogene Digyroide ergibt zu einer Fläche ihre parallele Gegenfläche (vgl. Fig. 2, S. 1).

4. Stufe. Zwei Flächen mit Symmetrieebene zwischen sich (Prinzip der Spiegelung). Domatische Form (spiegelungssymmetrisch). Fig. 58 u. 63.

5. Stufe. Zwei spiegelungssymmetrische Flächen mit parallelen Gegenflächen) Vereinigung der Symmetrie nach Stufe 4 und 2, 3 und 2 oder 4 und 3). Prismatische Form. Fig. 59 und 64.

Als Buchstabenkürzungen werden im folgenden gebraucht: p = Pedion, pi = Pinakoid, s = Sphenoid, d = Doma, m = Prisma.

Das triklin System umfaßt als Klassen die Stufen 1 und 2, das monokline System die Stufen 3, 4, 5. Die übrigen Kristallsysteme können als rhythmische Wiederholungen der fünf Urformen angesehen werden, und zwar das rhombische System als digyrale, das trigonale System als trigyrale, das tetragonale System als tetragyrale, das hexagonale System als hexagyrale und das isometrische System als oktantenweise trigyrale Wiederholung der Urformen.

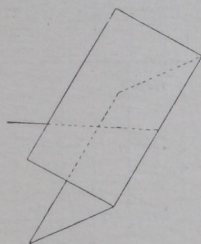


Fig. 57. Sphenoid.

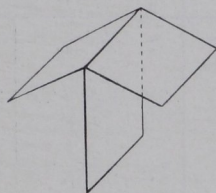


Fig. 58. Doma.

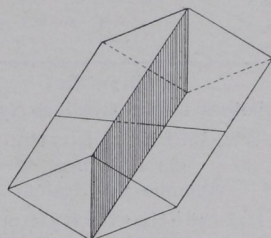


Fig. 59. Prisma.

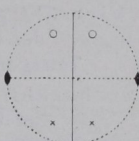
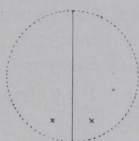
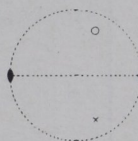
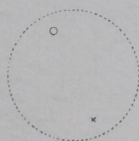


Fig. 60. Pedion.

Fig. 61. Pinakoid.

Fig. 62. Sphenoid.

Fig. 63. Doma.

Fig. 64. Prisma.

Rhombisches System. 3., 4. und 5. Stufe sich digyrisch wiederholend. (Die Anwendung des digyrischen Rhythmus auf Stufen 1 und 2 liefert die schon im monoklinen System untergebrachten Urformen 3 und 5.)

Trigonales System. a) 1., 2., 3., 4. und 5. Stufe sich am Kristall trigyrisch wiederholend. Die fünf Klassen besitzen keine S. E. senkrecht zur Trigyre. b) Zwei weitere Stufen ergeben sich durch doppelten Umlauf einer Trigyroide; sie weisen eine S. E. senkrecht zur Drehachse auf.

Tetragonales System. a) 1., 2., 3., 4. und 5. Stufe sich

am Kristall tetragyrisch wiederholend. b) Dazu kommen zwei weitere Stufen bei tetragyröidem Bau.

Hexagonales System. 1., 2., 3., 4. und 5. Stufe sich am Kristall hexagyrisch wiederholend.

Isometrisches (reguläres, tesserales, kubisches) System. 1., 2., 3., 4. und 5. Stufe sich um vier Trigyrten oktantenweise wiederholend.

Summe der Klassen: $2 + 3 + 3 + 7 + 7 + 5 + 5 = 32$, somit ergibt sich das folgende sehr einfache Schema für die 32 Kristallklassen:

Plan der 32 Kristallklassen.

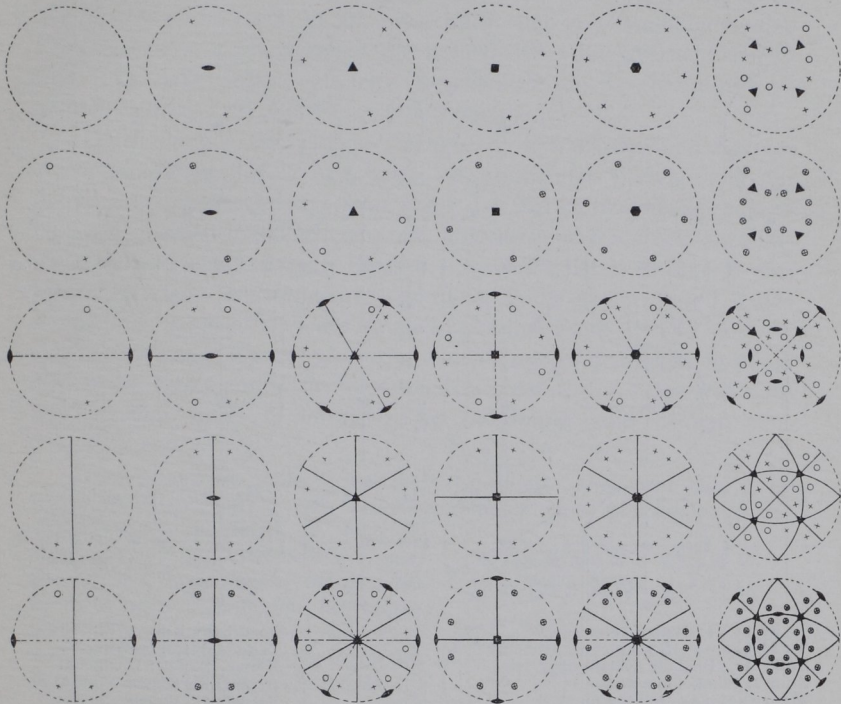
Baustufen →	I. Gyrische Herleitung					II. Gyroidische Herleitung	
	1. Pediale Stufe	2. Pinakoidale Stufe	3. Sphenoidische Stufe	4. Domatische Stufe	5. Prismatische Stufe	1 a Pediale Stufe	4 a Sphenoidische Stufe
Urformen	p	pi	s	d	m		
Triklines und monoklines System							
Zweizähliger Rhythmus der Urformen	$2p$	$2pi$	$2s$	$2d$	$2m$		
Rhombisches System							
Dreizähliger Rhythmus der Urformen	$3p$	$3pi$	$3s$	$3d$	$3m$	$3p$	$3s$
Trigonales System							
Vierzähliger Rhythmus der Urformen	$4p$	$4pi$	$4s$	$4d$	$4m$	$4p$	$4s$
Tetragonales System							
Sechszähliger Rhythmus der Urformen	$6p$	$6pi$	$6s$	$6d$	$6m$		
Hexagonales System							
Oktantenweise dreizähliger Rhythmus der Urformen	ip	ipi	is	id	im		
Isometrisches System							

Die Horizontalen sind Reihen gleichen Rhythmus, die Vertikalen solche gleicher Urformen. $2p$ und $2pi$ sind wegen ihrer Identität mit s und m eingerahmt und nur der Ableitungsvollständigkeit wegen in der Tabelle vermerkt; i bedeutet den oktantenweise dreizähligen Rhythmus des isometrischen Systems.

Die abkürzenden Bezeichnungen der Klassen wären z. B. zu lesen als drei p , drei pi usw., 3 Strich p , 3 Strich s bzw. in beschreibender Form, z. B. ebenfalls in der dreizähligen Reihe trigyrisch pedial, trigyrisch pinakoidal, trigyrisch sphenoidisch, trigyrisch domatisch, trigyrisch prismatisch. Es

schließen sich an triglyroidisch pedial, triglyroidisch sphenoidisch. Beim isometrischen Rhythmus läßt sich die Herleitung als isometrisch pedial usw. kennzeichnen.

Fig. 65. Erzeugende Symmetrien der Kristallklassen.



Erste Vertikalreihe.
 Triklinen System.
 Stufe 1: Pediale Klasse.
 Stufe 2: Pinakoidale Klasse.
 Monoklines System.
 Stufe 3: Sphenoidische Kl.
 Stufe 4: Domatische Klasse.
 Stufe 5: Prismatische Klasse.

Zweite Vertikalreihe.
 Rhombisches System.
 Stufe 3: Bisphenoidische Kl.
 Stufe 4: Pyramidale Klasse.
 Stufe 5: Bipyramidale Klasse.

Dritte Vertikalreihe.
 Trigonaies System.
 Stufe 1: Trigonal-pyramidale Klasse.
 Stufe 2: Rhomboedrische Klasse.
 Stufe 3: Trigonal-trapezoedrische

Fünfte Vertikalreihe.
 Hexagonales System.
 Stufe 1: Hexagonal-pyramidale Klasse.
 Stufe 2: Hexagonal-bipyramidale Klasse.
 Stufe 3: Hexagonal-trapezoedrische Klasse.
 Stufe 4: Dihexagonal-pyramidale Klasse.
 Stufe 5: Dihexagonal-bipyramidale Klasse.

Sechste Vertikalreihe. Isometrisches System.
 Stufe 1: Tetraedrisch-pentagondodekaedrische Klasse.
 Stufe 2: Dyakisdodekaedrische Klasse.
 Stufe 3: Pentagonekositetraedrische Klasse.
 Stufe 4: Hexakis tetraedrische Klasse.
 Stufe 5: Hexakisoktaedrische Klasse.

Bemerkung. Stufe 1 und 2 der digyralen Reihe wiederholen die Urformen 3 und 5.

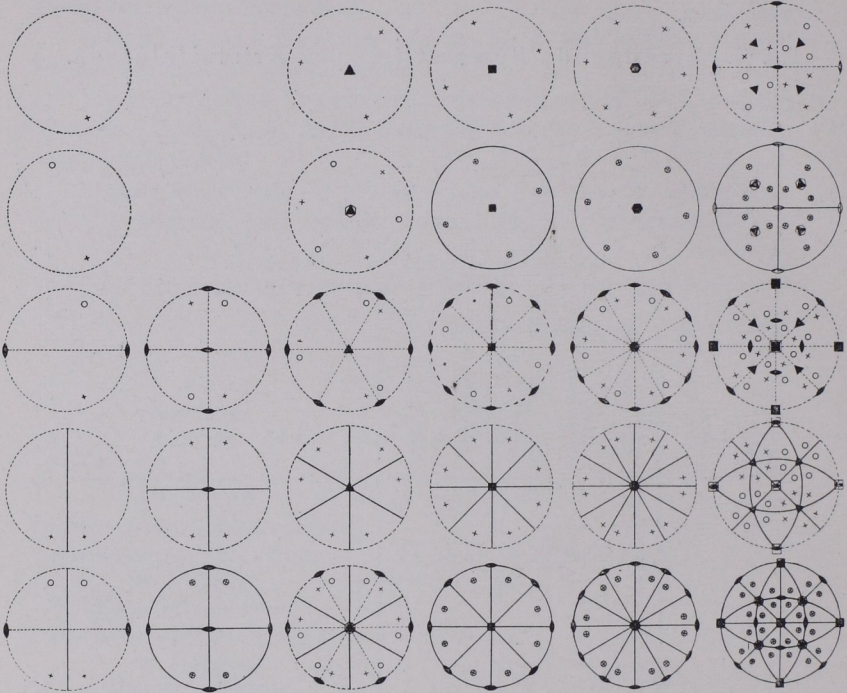
Klasse. Stufe : Ditrigonal-pyramidale Klasse. Stufe 5: Ditrigonal-skalenoeedrische Klasse. Stufe 1a: Trigonal-bipyramidale Kl. Stufe 3a: Ditrigonal-bipyramidale Kl.

Vierte Vertikalreihe.
 Tetragonales System.

Stufe 1: Tetragonal-pyramidale Klasse.
 Stufe 2: Tetragonal-bipyramidale Klasse.
 Stufe 3: Tetragonal-trapezoedrische Kl.
 Stufe 4: Ditetragonal-pyramidale Kl.
 Stufe 5: Ditetragonal-bipyramidale Klasse.

Stufe 1a: Tetragonal-bisphenoidische Klasse.
 Stufe 3a: Tetragonal-skalenoeedrische Kl.

Fig. 66. Volle Symmetrien der 32 Kristallklassen.

**Erste Vertikalreihe.**

Triklines System.
 Stufe 1: Pediale Klasse.
 Stufe 2: Pinakoidale Klasse.
Monoklines System.
 Stufe 3: Sphenoidische Kl.
 Stufe 4: Domatische Klasse.
 Stufe 5: Prismatische Klasse.

Zweite Vertikalreihe.

Rhombisches System.
 Stufe 3: Bisphenoidische Kl.
 Stufe 4: Pyramidale Klasse.
 Stufe 5: Bipyramidale Klasse.

Dritte Vertikalreihe.

Trigonales System.
 Stufe 1: Trigonal-pyramidale Klasse. Stufe 2: Rhomoidale Klasse. Stufe 1a: Tetragonal-bisphenoidische Klasse. Stufe 3a: Tetragonal-skalenoedrische Klasse.

Fünfte Vertikalreihe. **Hexagonales System.** Stufe 1: Hexagonal-pyramidale Klasse. Stufe 2: Hexagonal-bipyramidale Klasse. Stufe 3: Hexagonal-trapezoedrische Klasse. Stufe 4: Dihexagonal-pyramidale Klasse. Stufe 5: Dihexagonal-bipyramidale Klasse.

Sechste Vertikalreihe. **Isometrisches System.** Stufe 1: Tetraedrisch-pentagondodekaedrische Klasse. Stufe 2: Dyakisdodekaedrische Klasse. Stufe 3: Pentagon-ikositetraedrische Klasse. Stufe 4: Hexakistetraedrische Klasse. Stufe 5: Hexakisoktaedrische Klasse.

Bemerkung. Bezüglich des Ausfalls der Stufen 1 und 2 der zweiten Vertikalreihe vgl. Bemerkung zur Tabelle S. 30 sowie S. 29.

boedrische Klasse. Stufe 3: Trigonal-trapezoedrische Klasse. Stufe 4: Ditrigonal-pyramidale Klasse. Stufe 5: Ditrigonal-skalenoedrische Klasse. Stufe 1a: Trigonal-bipyramidale Kl. Stufe 3a: Ditrigonal-bipyramidale Kl.

Vierte Vertikalreihe.

Tetragonales System.
 Stufe 1: Tetragonal-pyramidale Klasse. Stufe 2: Tetragonal-bipyramidale Klasse. Stufe 3: Tetragonal-trapezoedrische Kl. Stufe 4: Ditetragonal-pyramidale Kl. Stufe 5: Ditetragonal-bipyramidale Klasse. Stufe 3a: Tetragonal-

Holoedrien und Meroedrien.

Die höchstsymmetrische Gruppe eines jeden Kristallsystems nennt man ihre holoedrische (vollflächige) Klasse. Sie stellt sich in Stufe 2 des triklinen Systems und den Stufen 5 der übrigen Systeme dar (vgl. S. 29 sowie S. 30/32). Ersichtlich hat von den allgemeinen Kristallgestalten eines Systems die holoedrische die höchste Flächenzahl. Es zeigt letztere zugleich anschaulich die im Kristallsystem höchstmögliche Zahl von Symmetrieelementen.

Durch Fortfall der halben Flächenzahl des allgemeinen Körpers nach bestimmten Regeln und damit entsprechender Verringerung der Symmetrieelemente gelangt man unter den Meroedrien (Teilgestalten) zu hemiedrischen (halbflächigen) und fortschreitend eventuell zu tetartoedrischen (viertelflächigen) Klassen. Ersichtlich ist z. B. Stufe 1 des triklinen Systems die Hemiedrie von Stufe 2; die Stufen 4 und 3 des monoklinen Systems sind die Hemiedrien seiner Stufe 5. Die Stufen 1 des trigonalen, tetragonalen, hexagonalen und isometrischen Systems stellen die Tetartoedrien der betreffenden Stufen 5 vor. Das trigonale System kann man in meroedrische Beziehung zum hexagonalen System setzen.

Zahlenschemata verdeutlichen diese Umstände. Numeriert man z. B. in Fig. 67 die 12 oberen und 12 unteren Flächen einer dihexagonalen Bipyramide jeweils durch die Bezeichnungen 1—12 und durchstreicht (zum Zeichen des Fortfalls der betreffenden Flächen) nach bestimmten Schematen die Hälfte der Zahlen und den Rest wiederum nach einer anderen Regel des hemiedrischen Ausfalls, so verbleibt ein

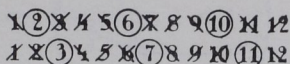


Fig. 67. Ableitungsschemata der trigonaltrapezoedrischen Klasse als Tetartoedrie der hexagonalen Holoedrie.

tetartoedrischer Restbestand. Erläuterung: Holoedrie $\frac{1-12}{1-12}$; Hemiedrie zufolge Durchstreichens (\backslash) der ungeraden Zahlen oben, der geraden unten; Tetartoedrie zufolge weiteren Streichens (\sphericalangle) von abwechselnden Paaren 3,

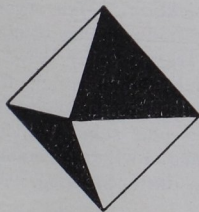


Fig. 68. Oktaeder als holoedrische Gestalt, zerfällt hemiedrisch in zwei Tetraeder.

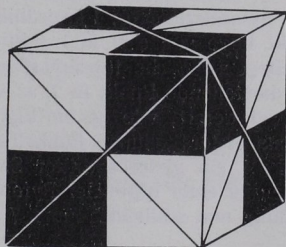


Fig. 69. Würfel als holoedrische Gestalt bleibt bei oktantenweiser Hemiedrie gestaltlich erhalten.

4 usw. oben, von 1, 2 usw. unten. Rest 2, 6 10 oben, 3, 7, 11 unten. Die Symmetrie des entstandenen trigonalen Trapezoeders tritt deutlich heraus: trigonische Vertikalachse, 3 Digyren (zwischen 2/3; 6/7; 10/12).

Nicht immer macht sich die durch Meroedrie gegenüber der Holoedrie verringerte Symmetrie an den Kristallgestalten durch Flächenreduktion merklich. Während z. B. eine oktantenweise Ausgliederung am Oktaeder (Fig. 68) Tetraeder liefert, macht sich die entsprechende Maßnahme am Würfel nicht merklich; bei ihm überdeckt das Bleibende das Wegfallende (Fig. 69).

12. Ableitung der Kristallformen aus Symmetrieforderungen.

Aus den mit den Zeichen der vollen Symmetrie¹⁾ versehenen Projektionen der 32 Kristallklassen (S. 32) lassen sich die Gestalten jeder Gruppe sehr leicht ableiten durch Wandernlassen eines darstellenden Punktes in der Projektion eines sphärischen Dreiecks, das einen Urbauteil des Projektionsfeldes vorstellt (Fig. 70). Es sind stets sieben Lagen möglich (in den drei Ecken, auf den drei Seiten und im

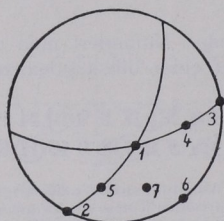


Fig. 70. 7 Lagen eines figurativen Punktes in einem Urbauteil.

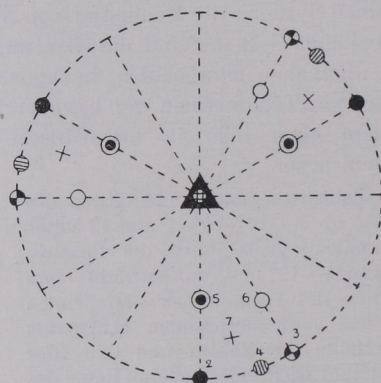


Fig. 71. Entwickeln der Kristallformen eines trigonalen Kristalls der 1. Stufe.

Innern des Dreiecks). Entsprechend der jeweiligen Klassensymmetrie ist die Punktlage zu wiederholen. Fig. 71 gibt ein Beispiel hierfür.

Symmetrieregeln: 1 dreizählige Symmetrieachse (Trigyre). Der figurative Punkt liege zunächst in 1 (Mittelpunkt der Projektion). Man erkennt, daß bereits eine Fläche für sich (Pedion) die Symmetrieforderung erfüllt. Liegt der darstellende Punkt in 2, so wird durch die Trigyre seine Wiederholung bedingt derart, wie es die Fig. 71 zeigt. Das Ergebnis ist ein trigonales Prisma erster Stellung. Punkt 3 liefert ein trigonales Prisma zweiter Stellung, Punkt 4 ein gleiches dritter Stellung. Punkt 5 und seine Wiederholung führen zu einer trigonalen Pyramide erster Stellung, Punkt 6 zu einer zweiter Stellung und schließlich Punkt 7 zu einer solchen dritter Stellung. Wie viele

¹⁾ In den Projektionsfiguren der Kristallklassen sind S. E. durch ausgezogene Kreise bzw. Gerade vermerkt, S. A. wie S. 1 angegeben.

dieser Gestalten der allgemeinen Lage nach möglich sind, ist leicht ersichtlich, so z. B. bezüglich 1, daß ein oberes und unteres Pedion unabhängig voneinander auftreten können.

Entsprechendes gilt für alle Klassen.

Positive und negative, rechte und linke Formen. Um die Gestalten in den Oktanten des Achsenkreuzes rhombischer, tetragonaler und isometrischer Kristalle unterscheiden zu können, heißt man diese Winkelräume abwechselnd positiv und negativ. Der Oktant vorn, rechts, oben ist positiv. Entsprechend gliedert man die Dodekantanten des Achsenkreuzes trigonaler und hexagonaler Kristalle.

Positiv ist der Dodekantant vorn, oben. Danach spricht man von positiven und negativen Kristallformen, wenn ihre Flächen über den betreffenden Achsenräumen liegen. Bei etwaiger Selbstständigkeit von Flächen innerhalb dieser Winkelräume unterscheidet man des weiteren noch positiv rechts sowie links oben bzw. unten und negativ rechts sowie links oben bzw. unten, entsprechend dem Griff mit rechter oder linker Hand, bei gerader Einsicht in den betreffenden Achsenkreuzraum (vgl. Fig. 72). Zuweilen muß man auch die Bezeichnung vorn, hinten zu Hilfe nehmen. Am einfachsten dient zur Kennzeichnung der Flächenlage solcher korrelaten Formen das Indizessymbol.

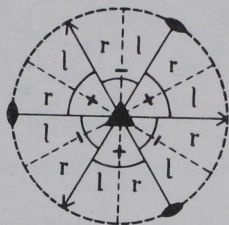


Fig. 72. Vier korrelate Formen beim Quarz (trigonal-trapezoedrisch).

13. Übersicht der Kristallformen.

Erfahrungsgemäß sind die höchst symmetrischen Kristallklassen der sieben Systeme am häufigsten und daher die für die kristallographische Praxis wichtigsten. Entsprechend sind die ihnen zugehörigen Kristallformen im folgenden jeweils vorangestellt¹⁾.

Triklines, monoklines und rhombisches System.

Trimetrische Gruppe.

Achsenkreuz aus drei ungleichen Achsen a , b , c bestehend.

An Gestalten kommen der allgemeinen Lage der Flächen nach in Betracht solche mit

¹⁾ Bezüglich eingehender Darlegungen vgl. E. A. Wülfing, Die 32 kristallographischen Symmetrieklassen und ihre einfachen Formen.

1. Flächen zwei Achsen parallel: a) $a : \infty b : \infty c$; b) $\infty a : b : \infty c$; c) $\infty a : \infty b : c$, entsprechend A, B, C in Fig. 75 = I, II, III in Fig. 73. Sie schneiden eine Achse und werden I., II., III. Pinakoid bzw. (falls jeweils eine Fläche für sich selbständig ist) I., II., III. Pedion genannt.

2. Flächen einer Achse parallel: a) $\infty a : b : mc$; b) $a : \infty b : mc$; c) $a : nb : \infty c$ entsprechend 1, 2, 3 in Fig. 73. Sie schneiden zwei Achsen und werden a) 1., b) 2., c) 3. Art genannt, und zwar je nach der durch die Symmetrie geforderten Anzahl und Lage der Flächen Pedion, Pinakoid, Sphenoid, Doma oder Prisma (vgl. S. 28/29).

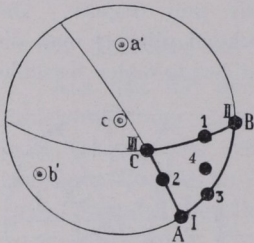


Fig. 73. Urbauteil des triklinen Systems.

3. Flächen keiner Achse parallel: $a : nb : mc$ entsprechend 4 in Fig. 73. Sie schneiden drei Achsen (tritome Formen). Es können pediale, pinakoidale, sphenoidische, domatische, prismatische Formen sein, sie werden dann 4. Art genannt. Bei höheren

Symmetrien stellen sich pyramidale und bipyramidale Formen mit entsprechender Flächenlage 4 ein. Pyramiden setzen sich aus mehr als zwei zusammengehörigen tritomen Flächen zusammen, Bipyramiden sind Doppelpyramiden mit gemeinsamer Grundfläche.

Triklines System.

Fig. 73 gibt den Urbauteil, die Ausstiche der Achsen a, b, c und die Hauptzonen wieder. $A = (100)$; $B = (010)$; $C = (001)$; Aus-

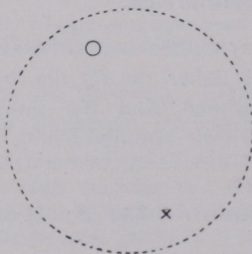


Fig. 74. Allgemeines triklin-pinakoidales Bauschema.

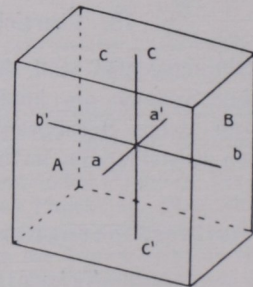


Fig. 75. I., II. und III. Pinakoid.

stich von a in a' , von b in b' , von c in c . Fläche 1 in Zone der Achse a , 2 in Zone der Achse b , 3 in Zone der Achse c gelegen; 4 beliebig.

I. Pinakoidale Klasse. 2. Stufe der Urformen. Erzeugende = volle Symmetrie pi . Symmetriezentrum. Entsprechend Fig. 74

sind die sieben Gestaltstypen aus den sieben Punktlagen $A, B, C, 1, 2, 3, 4$ des Urbauteils der Fig. 73 abzuleiten. Alle Gestalten stellen Pinakoide dar (Fläche und parallele Gegenfläche).

α . Flächen zwei Achsen parallel.

- A. Erstes Pinakoid $\{100\}$. Fig. 76 und Flächenpaar A in Fig. 75.
- B. Zweites Pinakoid $\{010\}$. Fig. 77 und Flächenpaar B in Fig. 75.
- C. Drittes Pinakoid $\{001\}$. Fig. 78 und Flächenpaar C in Fig. 75.

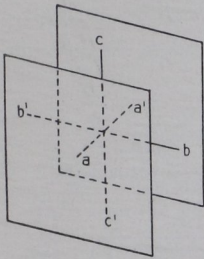


Fig. 76. I. Pinakoid.

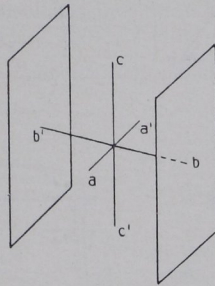


Fig. 77. II. Pinakoid.

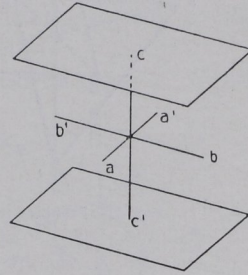


Fig. 78. III. Pinakoid.

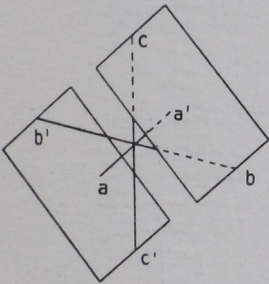


Fig. 79. Pinakoid 1. Art.

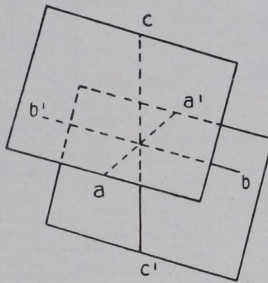


Fig. 80. Pinakoid 2. Art.

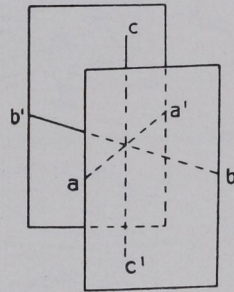


Fig. 81. Pinakoid 3. Art.

β . Flächen einer Achse parallel.

1. Pinakoide erster Art $\{okl\}$ bzw. $\{o\bar{k}l\}$. Fig. 79.
2. Pinakoide zweiter Art $\{hol\}$ bzw. $\{h\bar{o}l\}$. Fig. 80.
3. Pinakoide dritter Art $\{hko\}$ bzw. $\{h\bar{k}o\}$. Fig. 81.

γ . Flächen keiner Achse parallel.

4. Pinakoide vierter Art $\{hkl\}$ bzw. $\{h\bar{k}l\}$; $\{hk\bar{l}\}$; $\{h\bar{k}\bar{l}\}$. Fig. 82.

II. Pediale (asymmetrische) Klasse. 1. Stufe der Urformen p . Ohne Symmetrie. Entsprechend Fig. 83 sind die sieben Gestaltstypen aus den sieben Punktlagen $A, B, C, 1, 2, 3, 4$ des Urbauteils der Fig. 73 abzuleiten. Alle Gestalten stellen Pedien dar (Fläche für sich selbständig). Jede Form der pinakoidalen Klasse (Fig. 76—82) teilt sich mithin in zwei unabhängige Flächen auf,

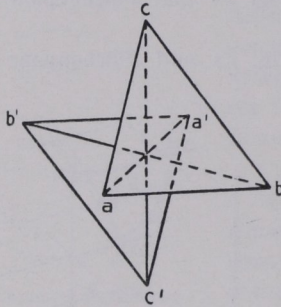


Fig. 82. Pinakoid 4. Art.

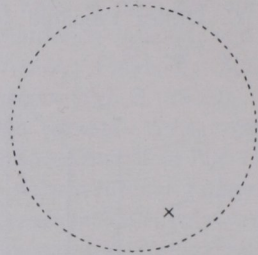


Fig. 83. Allgemeines triklin-pedia Bauschema.

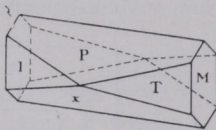


Fig. 84. Periklin.

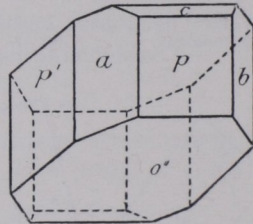


Fig. 85. Kupfervitriol.

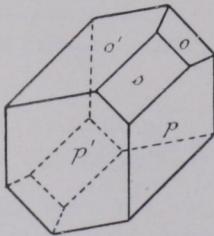


Fig. 86. Axinit.

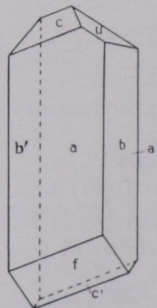


Fig. 87. Saures rechtsweinsaures Strontium.

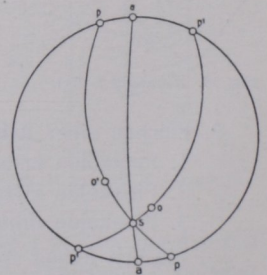


Fig. 86a. Stereographische Projektion des Axinit der Fig. 86.

$M \{010\}$; $P \{001\}$; $r \{061\}$; $e \{021\}$; $B \{0\bar{1}3\}$; $n \{0\bar{2}1\}$; $c \{0\bar{6}1\}$; $t \{201\}$;
 $y \{20\bar{1}\}$; $x \{10\bar{1}\}$; $q \{20\bar{3}\}$; $f \{130\}$; $l \{110\}$; $T \{110\}$; $\varepsilon \{1\bar{3}0\}$; $m \{111\}$;
 $a \{1\bar{1}1\}$; $b \{241\}$; $w \{24\bar{1}\}$; $p \{1\bar{1}\bar{1}\}$; $\mu \{421\}$; $s \{423\}$; $i \{4\bar{2}3\}$; $u \{22\bar{1}\}$;
 $o \{11\bar{1}\}$; $v \{24\bar{1}\}$; $\pi \{13\bar{1}\}$.

Fig. 88a. Stereographische Projektion von Fig. 88.

Fig. 88b. Gnomonische Projektion von Fig. 88.

Fig. 88c. Linearprojektion von Fig. 88.

Monoklines System.

Fig. 89 gibt den Urbauteil, die Achsenausstiche und die Hauptzonen wieder. $A (100)$; $B (010)$; $C (001)$; Ausstich von a in a' , von b in b' , c in c' ; Fläche 1 in Zone der Achse a , 2 in Zone der Achse b , 3 in Zone der Achse c , 4 beliebig.

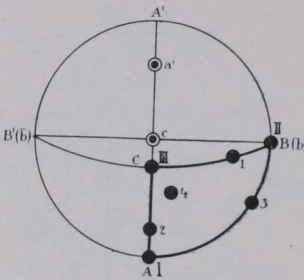


Fig. 89. Urbauteil des monoklinen Systems.

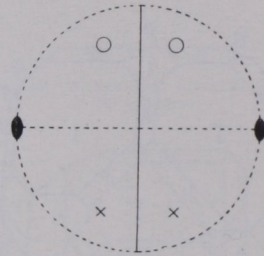


Fig. 90. Allgemeines monoklin-prismatisches Bauschema.

I. Prismatische Klasse. 5. Stufe der Urformen. Erzeugende = volle Symmetrie m : eine Symmetrieebene, eine Digyre. Entsprechend Fig. 90 sind die sieben Gestaltstypen aus den sieben Punkt-lagen $A, B, C, 1, 2, 3, 4$ des Urbauteils der Fig. 89 abzuleiten. Die Symmetrieebene wird auf den Beobachter zu gerichtet.

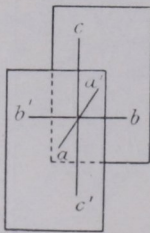


Fig. 91. I. Pinakoid.

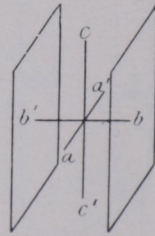


Fig. 92. II. Pinakoid.

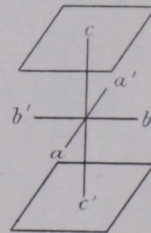


Fig. 93. III. Pinakoid.

α) Flächen zwei Achsen parallel.

- A. Erstes Pinakoid $\{100\}$. Fig. 91.
 B. Zweites Pinakoid $\{010\}$. Fig. 92.
 C. Drittes Pinakoid $\{001\}$. Fig. 93.

β) Flächen einer Achse parallel.

1. Prismen erster Art $\{okl\}$. Fig. 94.
 2. Pinakoide zweiter Art $\{hol\}$ bzw. $\{\bar{h}ol\}$. Fig. 95.
 3. Prismen dritter Art $\{hko\}$. Fig. 96.

γ) Flächen keiner Achse parallel.

4. Prismen vierter Art $\{hkl\}$ bzw. $\{\bar{h}kl\}$. Fig. 97.

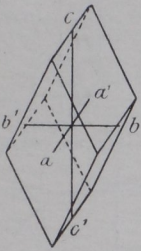


Fig. 94.

Ein Prisma 1. Art.

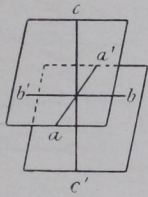


Fig. 95.

Ein Pinakoid 2. Art.

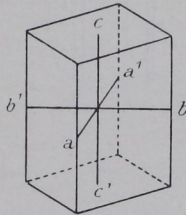


Fig. 96.

Ein Prisma 3. Art.

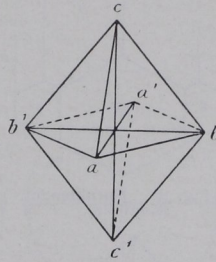


Fig. 97.

Ein Prisma 4. Art.

II. Domatische Klasse. 4. Stufe der Urformen. Erzeugende = volle Symmetrie d : eine Symmetrieebene. Entsprechend Fig. 98 sind die sieben Gestaltstypen aus den sieben Punktlagen $A, B, C, 1, 2, 3, 4$ des Urbauteils der Fig. 89 abzuleiten.

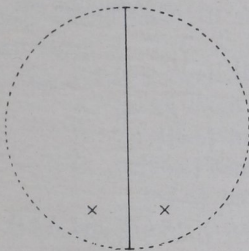


Fig. 98. Allgemeines monoklin-domatisches Bauschema.

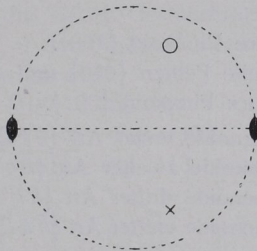


Fig. 99. Allgemeines monoklin-sphenoidisches Bauschema.

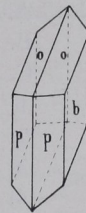


Fig. 100. Gips.

- A. Erste Pedien $\{100\}$ und $\{\bar{1}00\}$.
 B. Zweites Pinakoid $\{010\}$.
 C. Dritte Pedien $\{001\}$ und $\{00\bar{1}\}$.

1. Domen erster Art $\{okl\}$ und $\{ok\bar{l}\}$.
2. Pedien zweiter Art $\{hol\}$, $\{ho\bar{l}\}$, $\{\bar{h}ol\}$ und $\{\bar{h}o\bar{l}\}$.
3. Domen dritter Art $\{hko\}$ und $\{\bar{h}ko\}$.
4. Domen vierter Art $\{hkl\}$, $\{hk\bar{l}\}$, $\{\bar{h}kl\}$ und $\{\bar{h}k\bar{l}\}$.

III. Sphenoidische Klasse. 3. Stufe der Urformen. Erzeugende = volle Symmetrie s : eine Digyre. Richtung der Achse b heteropolar (Hemimorphismus). Entsprechend Fig. 99 sind die sieben Gestaltstypen aus den sieben Punktlagen $A, B, C, 1, 2, 3, 4$ des Urbauteils der Fig. 89 abzuleiten.

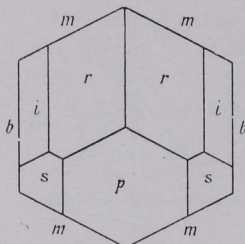


Fig. 101. Hornblende (Kopfbild).

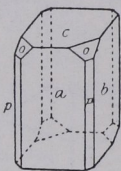


Fig. 102. Augit.

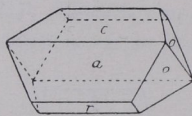


Fig. 103. Epidot.

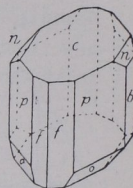


Fig. 104. Realgar.

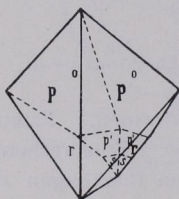


Fig. 105. Kupfersulfat-3-hydrat.

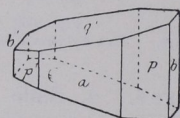


Fig. 106. Milchzucker.

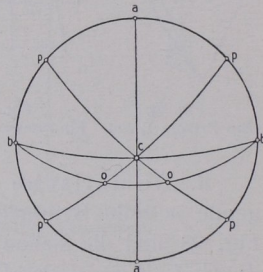


Fig. 107. Stereograph. Projektion von Augit (Fig. 102).

- A. Erstes Pinakoid $\{100\}$.
 - B. Zweite Pedien $\{010\}$ und $\{0\bar{1}0\}$.
 - C. Drittes Pinakoid $\{001\}$.
1. Sphenoide erster Art $\{okl\}$ und $\{ok\bar{l}\}$.
 2. Pinakoide zweiter Art $\{hol\}$ und $\{ho\bar{l}\}$.
 3. Sphenoide dritter Art $\{hko\}$ und $\{\bar{h}ko\}$.
 4. Sphenoide vierter Art $\{hkl\}$, $\{hk\bar{l}\}$, $\{\bar{h}kl\}$ und $\{\bar{h}k\bar{l}\}$.

Beispiele für das monokline System.

Fig. 100. Gips. Prismatisch. $p \{110\}$; $b \{010\}$; $o \{111\}$.

Fig. 101. Hornblende (Kopfbild). Prismatisch. $b \{010\}$; $m \{110\}$; $p \{001\}$; $w \{111\}$; $i \{1\bar{3}1\}$; $s \{021\}$.

Fig. 102. Augit. Prismatisch. $a \{100\}$; $b \{010\}$; $c \{001\}$; $o \{111\}$; $p \{110\}$.

Fig. 103. Epidot. Prismatisch. $a \{100\}$; $c \{001\}$; $o \{111\}$; $r \{101\}$.

Fig. 104. Realgar. Prismatisch. $b \{010\}$; $c \{001\}$; $o \{111\}$; $p \{110\}$; $f \{210\}$; $n \{011\}$.

Fig. 105. Kupfersulfattrihydrat. Domatisch. $p \{110\}$; $p' \{1\bar{1}0\}$; $o \{111\}$; $s \{111\}$; $r \{02\bar{1}\}$.

Fig. 106. Milzhucker. Sphenoidisch. $a \{100\}$; $b \{010\}$; $b' \{0\bar{1}0\}$; $p \{110\}$; $p' \{1\bar{1}0\}$; $q' \{0\bar{1}1\}$. p , p' und q' sind Sphenoide.

Fig. 107. Stereographische Projektion der Fig. 102.

Rhombisches System.

Fig. 108 gibt den Urbauteil, die Achsenausstiche und die Hauptzonen wieder. A (100), B (010), C (001). Ausstich von a in a , von b in b , von c in c ; 1 in Zone der Achse a , 2 in Zone der Achse b , 3 in Zone der Achse c , 4 beliebig.

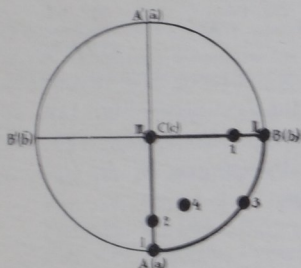


Fig. 108. Urbauteil des rhombischen Systems.

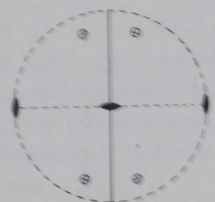


Fig. 109. Erzeugende Symmetrie der rhombisch-bipyramidalen Klasse ($2m$).

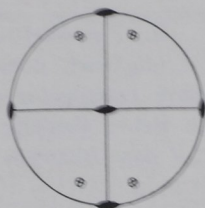


Fig. 110. Allgemeines rhombisch-bipyramidales Bauschema.

I. Bipyramidale Klasse. 5. Stufe. Erzeugende Symmetrie $2m$ (digyrisch prismatisch) Fig. 109. Volle Symmetrie Fig. 110. Entsprechend Fig. 110 sind die sieben Gestaltstypen aus den sieben Punktlagen A , B , C , 1 , 2 , 3 , 4 des Urbauteils der Fig. 108 abzuleiten.

a) Flächen zwei Achsen parallel.

A. Erstes Pinakoid $\{100\}$. Fig. 111.

B. Zweites Pinakoid $\{010\}$. Fig. 112.

C. Drittes Pinakoid $\{001\}$. Fig. 113.

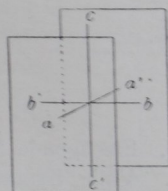


Fig. 111. I. Pinakoid.

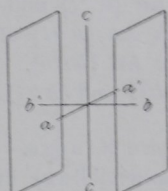


Fig. 112. II. Pinakoid.

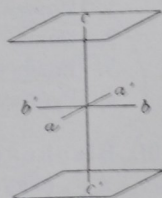


Fig. 113. III. Pinakoid.

- β. Flächen einer Achse parallel.
1. Prismen erster Art $\{okl\}$. Fig. 114.
 2. Prismen zweiter Art $\{hol\}$. Fig. 115.
 3. Prismen dritter Art $\{hko\}$. Fig. 116.
- γ. Flächen keiner Achse parallel.
4. Bipyramiden $\{hkl\}$. Fig. 117.

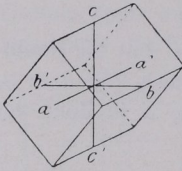


Fig. 114.
Ein Prisma 1. Art.

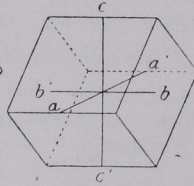


Fig. 115.
Ein Prisma 2. Art.

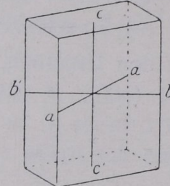


Fig. 116.
Ein Prisma 3. Art.

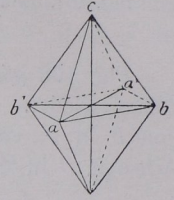


Fig. 117.
Eine rhombische Bipyramide.

II. Pyramidale Klasse. 4. Stufe. Erzeugende Symmetrie $2d$ (digyrisch domatisch) Fig. 118. Volle Symmetrie Fig. 119. c -Achse heteropolar; Hemimorphismus. Entsprechend Fig. 119 sind die sieben Gestaltstypen aus den sieben Punktlagen $A, B, C, 1, 2, 3, 4$ des Urbauteils der Fig. 108 abzuleiten.

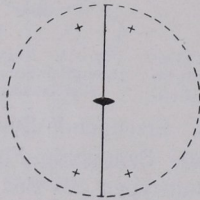


Fig. 118. Erzeugende Symmetrie der rhombisch-pyramidalen Klasse ($2d$).

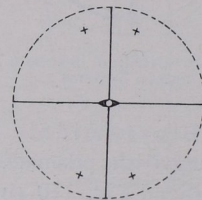


Fig. 119. Allgemeines rhombisch-pyramidales Bauschema.

- A. Erstes Pinakoid $\{100\}$.
 - B. Zweites Pinakoid $\{010\}$.
 - C. Dritte Pedien $\{001\}$ und $\{00\bar{1}\}$.
1. Domen erster Art $\{okl\}$ und $\{ok\bar{l}\}$.
 2. Domen zweiter Art $\{hol\}$ und $\{ho\bar{l}\}$.
 3. Prismen dritter Art $\{hko\}$.
 4. Pyramiden $\{hkl\}$ und $\{hk\bar{l}\}$.

III. Bisphenoidische Klasse. 3. Stufe. Erzeugende Symmetrie. $2s$ (digyrisch sphenoidisch) Fig. 120. Volle Symmetrie Fig. 121. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 121 und 108.

- A. Erstes Pinakoid $\{100\}$.
 B. Zweites Pinakoid $\{010\}$.
 C. Drittes Pinakoid $\{001\}$.
 1. Prismen erster Art $\{okl\}$.
 2. Prismen zweiter Art $\{hol\}$.
 3. Prismen dritter Art $\{hko\}$.
 4. Bisphenoide $\{hkl\}$ und $\{hkl\bar{}$.

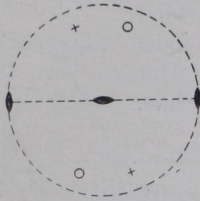


Fig. 120. Erzeugende Symmetrie der rhombisch-bisphenoidischen Klasse (2s).

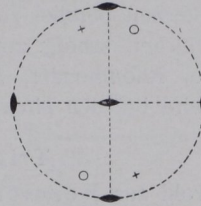


Fig. 121. Allgemeines rhombisch-bisphenoidisches Bauschema.

Beispiele für das rhombische System.

- Fig. 122. Staurolith. Bipyramidal $b\{010\}$; $c\{001\}$; $m\{110\}$; $r\{101\}$.
 Fig. 123. Topas. Bipyramidal $M\{110\}$; $l\{120\}$; $o\{111\}$.
 Fig. 124. Schwespat. Bipyramidal. $c\{001\}$; $q\{011\}$; $r\{102\}$.
 Fig. 125. Schwefel. Bipyramidal. $c\{001\}$; $o\{111\}$; $s\{113\}$; $q\{011\}$.
 Fig. 126. Resorzin. Pyramidal. $p\{110\}$; $r\{101\}$; $r'\{101\}$; $o'\{111\}$.
 Fig. 127. Bittersalz. Bisphenoidisch. $p\{110\}$; $o\{111\}$.
 Fig. 128. Stereographische Projektion der Fig. 125.

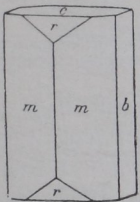


Fig. 122. Staurolith.

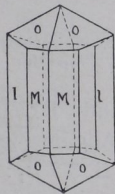


Fig. 123. Topas.

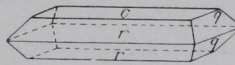


Fig. 124. Schwespat.

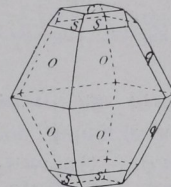


Fig. 125. Schwefel.

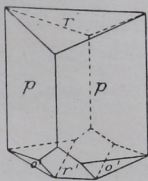
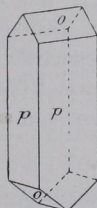
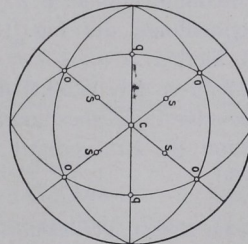


Fig. 126. Resorzin.

Fig. 127.
Bittersalz.Fig. 128. Stereographische Projektion
des Schwefels (Fig. 125).

Trigonales, tetragonales und hexagonales System.

Wirtelige (dimetrische) Gruppe.

Achsenkreuz aus Hauptachse c (Vertikalachse¹⁾, Wirtelachse) und auf c senkrechten unter sich gleichen Nebenachsen a bestehend.

An Gestalten kommen der allgemeinen Lage der Flächen nach in Betracht solche mit

α . Flächen senkrecht zur Achse c : Endflächen.

β . Flächen parallel zur Achse c : Prismen.

γ . Flächen schräg zur Achse c : Pyramiden, Bipyramiden, Bispheenoide, Rhomboeder, Skalenoeder und Trapezoeder. Über ihr Wesen wird bei den einzelnen Klassen berichtet.

Trigonales System.

Obwohl zur Bezeichnung der Flächenlage die Schnitte auf der Hauptachse c und auf zwei Achsen a genügen würden,

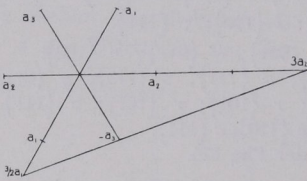


Fig. 129. Trigonale Horizontalachsen.

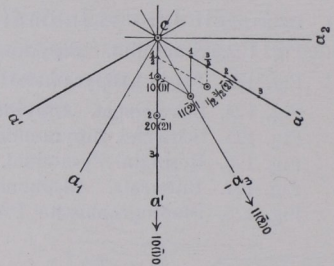


Fig. 130. Indizesbestimmung mittels gnomonischer Projektion im trigonalen System.

sieht die Weißsche Koeffizienten- und Bravais'sche Indizesbezeichnung doch vier Schnitte vor. Allgemeiner Fall (Fig. 129) $n/(n-1)a_1 : na_2 : \bar{a}_3 : mc$ bzw. $h\bar{i}k\bar{l}$, z. B. $3/2 a_1 : 3 a_2 : \bar{a}_3 : 3c$ bzw. $1/2 a_1 : 1 a_2 : 1/3 \bar{a}_3 : 1c = 2\bar{1}\bar{3}1$, wobei ersichtlich sich die Weißschen Achsenschnitte und auch $h\bar{i}k\bar{l}$ auf die Nebenachsen a_1, a_2, a_3 in der Reihenfolge der Fig. 129 und l auf die Hauptachse beziehen. Es ist hierbei $h+i+k=0$. Man nehme $h > i$. Zwischenachsen (a') halbieren den Winkel der Nebenachsen (Fig. 130).

Bei der Indizesbestimmung mittels Koordinaten in gnomonischer Projektion (S. 20) verfährt man am einfachsten nach dem Schema Fig. 130.

¹⁾ Im Namen Vertikalachse liegt der Begriff der Drehachse (verto, ich drehe).

Fig. 131 gibt den Urbauteil, die Achsenausstiche und die Hauptzonen wieder. A $(10\bar{1}0)$, B $(11\bar{2}0)$, C (0001) , Ausstiche von a_1 , a_2 , a_3 und c ; Fläche 1 in Zone der Achse c , 2 in Zone der Nebenachsen, 3 in Zone der Zwischenachsen, 4 beliebig.

Bei den Millerschen Symbolen verwendet man ein Achsensystem, das durch die drei Polkanten einer trigonalen Pyramide bzw. eines Rhomboeders $\{a : a : \infty a : c\}$ (s. Fig. 132) gegeben ist. Den mit der Substanz wechselnden Winkel zwischen den Achsen nennt man α . Die Wirtelachse wird also im

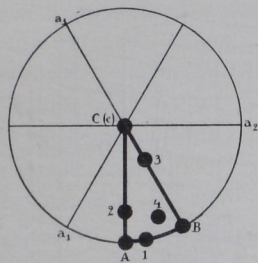


Fig. 131. Urbauteil des trigonalen Systems.

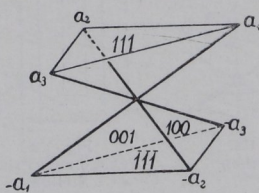


Fig. 132. Millersches trigonales Achsenschema.

Achsenkreuze nicht dargestellt. Es entsprechen sich Bravais'sche $\{h\bar{i}k\bar{l}\}$ und Millersche $\{pqr\}$ Bezeichnung wie folgt: $p = h - k + l$; $q = i - h + l$; $r = k - i + l$ und $h = p - q$; $i = q - r$; $k = r - p$; $l = p + q + r$.

Bemerkung. Die erhaltenen Werte für $h\bar{i}k\bar{l}$ sind eventuell durch Division mit 3 primitiv zu machen.

Beispiele: $\{0001\} = \{111\}$; $\{10\bar{1}0\} = \{2\bar{1}\bar{1}\}$; $\{11\bar{2}0\} = \{10\bar{1}\}$; $\{10\bar{1}1\} = \{100\}$.

Bemerkung. Gestalten erster Stellung gehen mit ihren Flächen je einer Nebenachse, solche zweiter Stellung einer Zwischenachse parallel, solche dritter Stellung durchschneiden diese beiden Arten von Achsen. Allgemeine Symbole daher: 1. $h\bar{o}h\bar{l}$, 2. $hh\bar{2}h\bar{l}$, 3. $h\bar{i}k\bar{l}$.

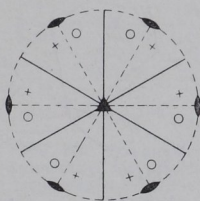


Fig. 133. Erzeugende Symmetrie der ditrigonal-skalenoedrischen Klasse $3m$.

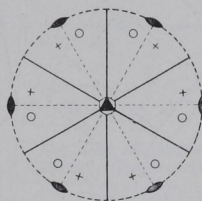


Fig. 134. Allgemeines ditrigonal-skalenoedrisches Bauschema.

I. Ditrighonal-skalenoedrische Klasse. 5. Stufe. Erzeugende Symmetrie $3m$ (trigyrisch prismatisch) Fig. 133. Volle Symmetrie Fig. 134. Entsprechend Fig. 134 sind die sieben Ge-

staltstypen aus den sieben Punktlagen $A, B, C, 1, 2, 3, 4$, des Urbauteils in Fig. 131 abzuleiten.

α . Flächen senkrecht zur Hauptachse.

C. Pinakoid $\{0001\}$. Endflächen. Fig. 135.

β . Flächen parallel zur Hauptachse.

A. Hexagonales Prisma erster Stellung $\{10\bar{1}0\}$. Fig. 136.

B. Hexagonales Prisma zweiter Stellung $\{11\bar{2}0\}$. Fig. 137.

1. Dihexagonale Prismen $\{hiko\}$. Fig. 138.

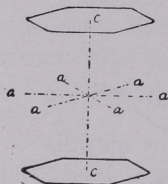


Fig. 135.
Endflächen.

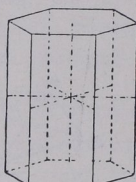


Fig. 136.
Hexagonales Prisma
I. Stellung.

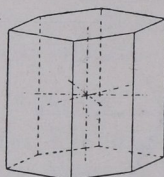


Fig. 137.
Hexagonales Prisma
II. Stellung.

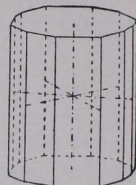


Fig. 138.
Dihexagonales
Prisma.

γ . Flächen schräg zur Hauptachse.

2. Rhomboeder: a) positive Rhomboeder $\{h\ o\ \bar{h}\ l\}$. Fig. 139;

b) negative Rhomboeder $\{o\ h\ \bar{h}\ l\}$. Fig. 140.

3. Hexagonale Bipyramiden zweiter Stellung $\{h\ h\ 2\ \bar{h}\ l\}$.
Fig. 141.

4. Skalenoeder: a) positive Skalenoeder $\{h\ i\ \bar{k}\ l\}$. Fig. 142;
b) negative Skalenoeder $\{i\ h\ \bar{k}\ l\}$.

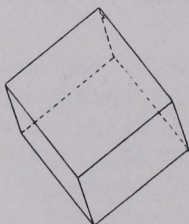


Fig. 139.
Ein positives
Rhomboeder.

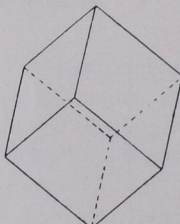


Fig. 140.
Ein negatives
Rhomboeder.

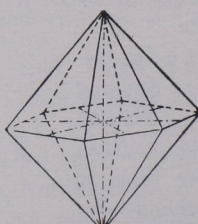


Fig. 141. Eine hexa-
gonale Bipyramide,
2. Stellung.

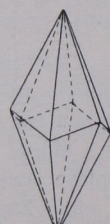


Fig. 142.
Ein positives
Skalenoeder.

II. Ditrigonal-pyramidale Klasse. 4. Stufe. Erzeugende Symmetrie $3\ d$ (trigyrisch domatisch) Fig. 143. Volle Symmetrie Fig. 144. c -Achse heteropolar.; Hemimorphismus. Entsprechend Fig. 144 sind die sieben Gestaltstypen aus den sieben Punktlagen $A, B, C, 1, 2, 3, 4$ des Urbauteils in Fig. 131 abzuleiten.

- A. Trigonale Prismen erster Stellung, + und —.
- B. Hexagonales Prisma zweiter Stellung.
- C. Pedien, oben und unten.
 - 1. Ditrigonale Prismen, + und —.
 - 2. Trigonale Pyramiden erster Stellung, + und —, oben und unten.
 - 3. Hexagonale Pyramiden zweiter Stellung, oben und unten.
 - 4. Ditrigonale Pyramiden, + und —, oben und unten.

III. Trigonal-trapezoedrische Klasse. 3. Stufe. Erzeugende Symmetrie $3s$ (trigyrisch sphenoidisch) Fig. 145. Volle Symmetrie Fig. 146. Sieben Gestaltstypen entsprechen Fig. 146 und 126.

- A. Hexagonales Prisma erster Stellung.
- B. Trigonale Prismen zweiter Stellung, rechts und links.
- C. Pinakoid.

- 1. Ditrigonale Prismen, rechts und links.
- 2. Rhomboeder erster Stellung, + und —.
- 3. Trigonale Bipyramiden zweiter Stellung, rechts und links.
- 4. Trigonale Trapezoeder, + und —, rechts und links.

Fig. 147 gibt diese sieben Formtypen in Gadolinscher Projektion, und zwar stellen hier vor: 1. $\{0001\}$; 2. $\{10\bar{1}0\}$; 3. $\{11\bar{2}0\}$; 4. $\{h\bar{k}o\}$; 5. $\{ho\bar{h}l\}$; 6. $\{hh2\bar{h}l\}$; 7. $\{h\bar{k}l\}$.

IV. Rhomboedrische Klasse. 2. Stufe. Erzeugende Symmetrie 3π (trigyrisch pinakoidal) Fig. 148.

Volle Symmetrie Fig. 149. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 149 und 131.

- A. Hexagonales Prisma erster Stellung.
- B. Hexagonales Prisma zweiter Stellung.
- C. Pinakoid.

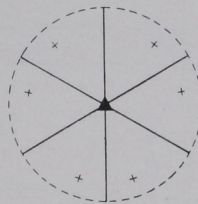


Fig. 143. Erzeugende Symmetrie der ditrigonal-pyramidalen Klasse ($3d$).

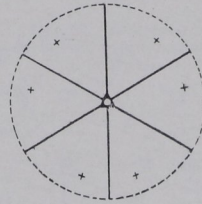


Fig. 144. Allgemeines ditrigonal-pyramidales Bauschema.

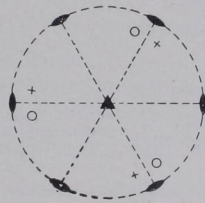


Fig. 145. Erzeugende Symmetrie der trigonal-trapezoedrischen Klasse ($3s$).

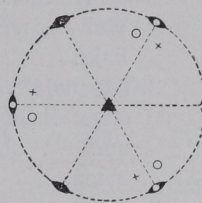


Fig. 146. Allgemeines trigonal-trapezoedrisches Bauschema.

1. Hexagonale Prismen dritter Stellung, rechts und links.
2. Rhomboeder erster Stellung, + und —.
3. Rhomboeder zweiter Stellung, rechts und links.
4. Rhomboeder dritter Stellung, + und —, rechts und links.

V. Trigonal-pyramidale Klasse. 1. Stufe. Erzeugende Symmetrie $3p$ (trigyrisch pedial) Fig. 150. Volle Symmetrie Fig. 151. c -Achse heteropolar. (Hemimorphismus). Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 151 und 131.

- A. Trigonale Prismen erster Stellung, + und —.
- B. Trigonale Prismen zweiter Stellung, rechts und links.
- C. Pedien, oben und unten.

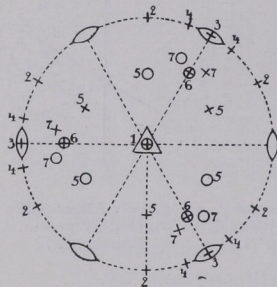


Fig. 147. Die sieben Formentypen der trigonal-trapezoedrischen Klasse.

1. Trigonale Prismen dritter Stellung, + und —, rechts und links.
2. Trigonale Pyramiden erster Stellung, + und —, oben und unten.
3. Trigonale Pyramiden zweiter Stellung, rechts und links, oben und unten.
4. Trigonale Pyramiden dritter Stellung, + und —, rechts und links, oben und unten.

VI. Ditrigonal-bipyramidale Klasse. Erzeugende Symmetrie $3s$ (trigyröidisch-sphenoidisch) Fig. 152. Volle Symmetrie Fig. 153. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 153 und 131.

- A. Hexagonales Prisma erster Stellung.
- B. Trigonale Prismen zweiter Stellung, rechts und links.
- C. Pinakoid.

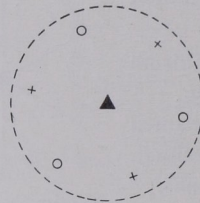


Fig. 148. Erzeugende Symmetrie der trigonal-rhomboedrischen Klasse ($3p_1$).

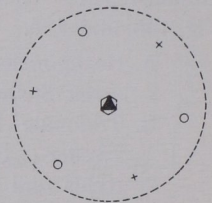


Fig. 149. Allgemeines trigonal-rhomboedrisches Bauschema.

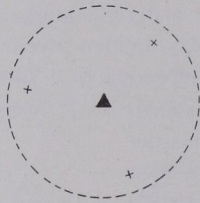


Fig. 150. Erzeugende Symmetrie der trigonal-pyramidalen Klasse ($3p$).

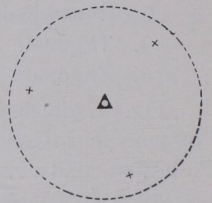


Fig. 151. Allgemeines trigonal-pyramidales Bauschema.

1. Ditrigonale Prismen, rechts und links.
2. Hexagonale Bipyramiden erster Stellung.
3. Trigonale Bipyramiden zweiter Stellung, rechts und links.
4. Ditrigonale Bipyramiden, rechts und links.

VII. Trigonal-bipyramidale Klasse. Erzeugende Symmetrie $\bar{3} \rho$ (trigonalisch-pedial) Fig. 154. Volle Symmetrie Fig. 155. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 155 und 131.

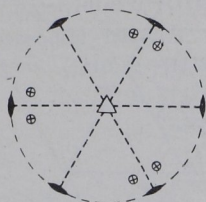


Fig. 152. Erzeugende Symmetrie der ditrigonal-bipyramidalen Klasse ($3s$).

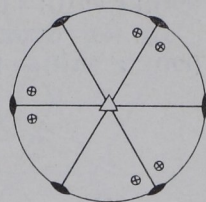


Fig. 153. Allgemeines ditrigonal-bipyramidales Bauschema.

- A. Trigonale Prismen erster Stellung, + und -.
- B. Trigonale Prismen zweiter Stellung, rechts und links.
- C. Pinakoid.

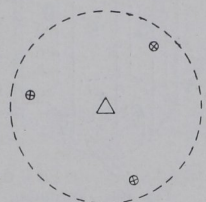


Fig. 154. Erzeugende Symmetrie der trigonal-bipyramidalen Klasse (3ρ).

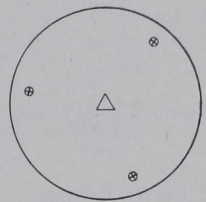


Fig. 155. Allgemeines trigonal-bipyramidales Bauschema.

1. Trigonale Prismen dritter Stellung, + u. -, rechts und links.
2. Trigonale Bipyramiden erster Stellung, + und -.
3. Trigonale Bipyramiden zweiter Stellung, rechts und links.
4. Trigonale Bipyramiden dritter Stellung, + und -, rechts u. links.

Beispiele für das trigonale System.

Fig. 156. Tellur. Ditrigonal-skalenoedrisch. $p \{10\bar{1}0\}$; $o \{10\bar{1}1\}$.

Fig. 157. Kalkspat. Ditrigonal-skalenoedrisch. $p \{1010\}$; $e \{0112\}$.

Fig. 158. Eisenglanz. Ditrigonal-skalenoedrisch. $r \{10\bar{1}1\}$; $e \{0112\}$

Von oben gesehen.

Fig. 159. Eisenglanz. Ditrigonal-skalenoedrisch. $\{10\bar{1}1\}$; $\{10\bar{1}4\}$; $\{2243\}$.

Von oben gesehen.

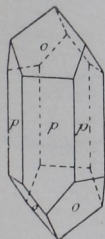


Fig. 155. Tellur.

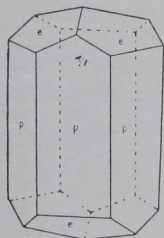


Fig. 157. Kalkspat.

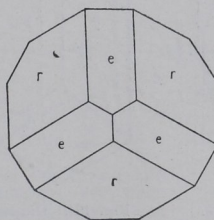


Fig. 158. Eisenglanz.

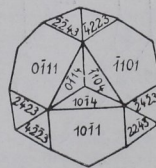


Fig. 159. Eisenglanz.

Fig. 160. Kalkspat. Ditrigonal-skalenoedrisch. $t \{2\bar{1}31\}$; $r \{10\bar{1}1\}$.

Fig. 161. Turmalin. Ditrigonal-pyramidal. $p \{01\bar{1}0\}$; $s \{11\bar{2}0\}$; $r \{10\bar{1}1\}$; $r' \{01\bar{1}1\}$; $o \{02\bar{2}1\}$; $e \{10\bar{1}2\}$. Nach Tschermak.

Fig. 162. Quarz. Trigonal-trapezoedrisch. Rechtsquarz. $m \{10\bar{1}1\}$; $r \{10\bar{1}1\}$; $r' \{01\bar{1}1\}$; $s \{11\bar{2}1\}$; $x \{5\bar{1}61\}$.

Fig. 163. Quarz. Trigonal-trapezoedrisch. Linksquarz. $m \{10\bar{1}0\}$; $r \{10\bar{1}1\}$; $r' \{01\bar{1}1\}$; $s \{2\bar{1}\bar{1}1\}$; $x \{6\bar{1}51\}$.

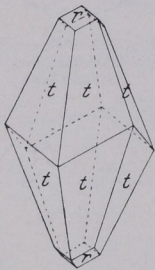


Fig. 160. Kalkspat.

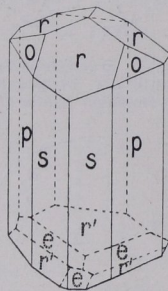


Fig. 161. Turmalin.

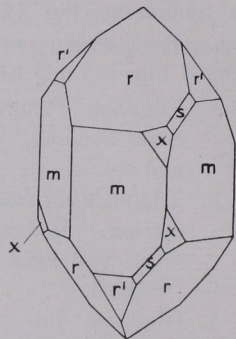


Fig. 162. Rechtsquarz.

Fig. 164. Dioptas. Trigonal-rhomboedrisch. $p \{11\bar{2}0\}$; $r \{02\bar{2}1\}$; $s \{14.13.1.6\}$.

Fig. 165. Natriumperjodat. Trigonal-pyramidal. $c \{000\bar{1}\}$; $r \{10\bar{1}1\}$; $e \{02\bar{2}1\}$; $s \{11\bar{2}3\}$.

Fig. 166. Benitoit. Ditrigonal-bipyramidal. $c \{0001\}$; $p \{10\bar{1}1\}$; $m \{10\bar{1}0\}$; $e \{01\bar{1}2\}$; $\pi \{01\bar{1}1\}$; $\mu \{01\bar{1}0\}$; $a \{11\bar{2}0\}$; $x \{2241\}$.

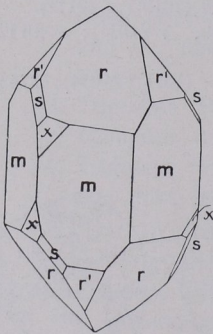


Fig. 163. Linksquarz.

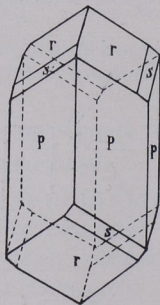


Fig. 164. Dioptas.

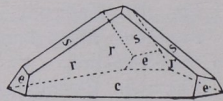


Fig. 165. Natriumperjodat.

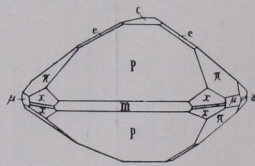


Fig. 166. Benitoit.

Fig. 167. Stereographische Projektion der Fig. 162.

Fig. 168. Linearprojektion sich in den Polkanten gerade abstumpfender trigonaler Pyramiden.

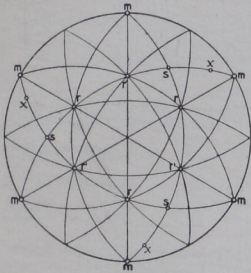


Fig. 167. Stereographische Projektion eines Rechtsquarzes.

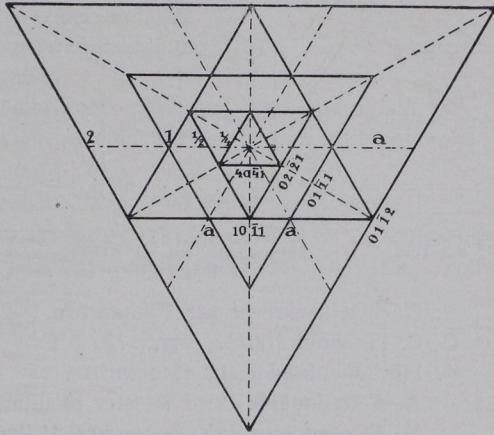


Fig. 168. Linearprojektion sich in den Polkanten gerade abstumpfender trigonaler Pyramiden.

Tetragonales System.

Fig. 169 gibt den Urbauteil, die Achsenausstiche und die Hauptzonen wieder. A (110), B (100), C (001). Ausstiche von a in a_1 und a_2 , von c in c ; Fläche 1 in Zone der Zwischenachsen, 2 in Zone der Nebenachsen, 3 in Zone der Hauptachse, 4 beliebig.

Bemerkung. Tetragonale Gestalten erster Stellung schneiden die Nebenachsen in $a:a$, Symbol $\{hhl\}$; solche zweiter Stellung in $a:\infty a$, Symbol $\{hol\}$; solche dritter Stellung in $a:na$, Symbol $\{hkl\}$. Zwischenachsen halbieren den Winkel der Nebenachsen.

I. Ditetragonal-bipyramidale Klasse. 5. Stufe. Erzeugende Symmetrie $4m$ (tetragyrisch-prismatisch) Fig. 170. Volle Symmetrie Fig. 171. Entsprechend Fig. 171 sind die sieben Ge-

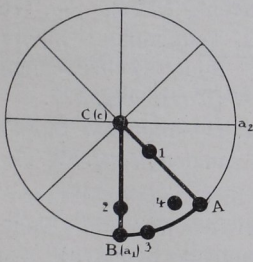


Fig. 169.

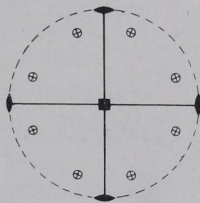


Fig. 170. Erzeugende Symmetrie der ditetragonal-bipyramidalen Klasse ($4m$).

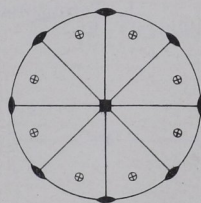


Fig. 171. Allgemeines ditetragonal-bipyramidales Bauschema.

staltstypen aus den sieben Punktlagen *A, B, C, 1, 2, 3, 4* des Urbauteils in Fig. 169 abzuleiten.

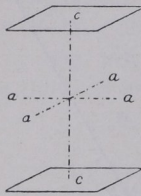


Fig. 172. Pinakoid.

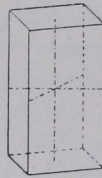


Fig. 173. Tetragonales Prisma 1. Stellung.

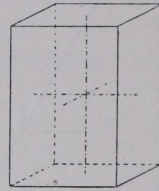


Fig. 174. Tetragonales Prisma 2. Stellung.

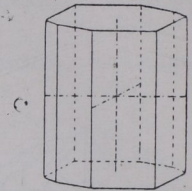


Fig. 175. Ein ditetragonales Prisma.

α . Flächen senkrecht zur Hauptachse.

C. Pinakoid $\{001\}$. Fig. 172.

β . Flächen parallel zur Hauptachse.

A. Tetragonales Prisma erster Stellung $\{110\}$. Fig. 173.

B. Tetragonales Prisma zweiter Stellung $\{100\}$. Fig. 174.

3. Ditetragonale Prismen $\{hko\}$. Fig. 175.

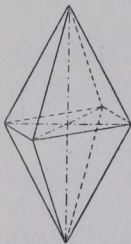


Fig. 176. Eine tetragonale Bipyramide, 1. Stellung.

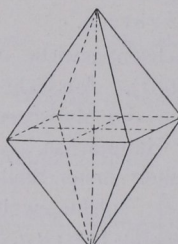


Fig. 177. Eine tetragonale Bipyramide, 2. Stellung.

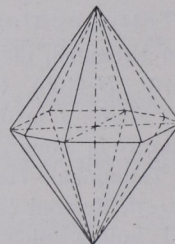


Fig. 178. Eine ditetragonale Bipyramide.

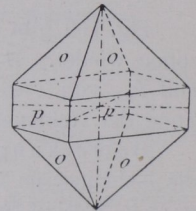


Fig. 179. Zirkon.

γ . Flächen schräg zur Hauptachse.

1. Tetragonale Bipyramiden erster Stellung $\{hhl\}$. Fig. 176.

2. Tetragonale Bipyramiden zweiter Stellung $\{hol\}$. Fig. 177.

4. Ditetragonale Bipyramiden $\{hkl\}$. Fig. 178.

II. Ditetragonal-pyramidale Klasse. 4. Stufe.

Erzeugende Symmetrie $4d$ (tetragyrisch domatisch)

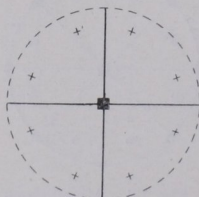


Fig. 180. Erzeugende Symmetrie der ditetragonal-pyramidalen Klasse ($4d$).

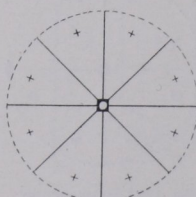


Fig. 181. Allgemeines ditetragonal-pyramidales Bauschema.

Fig. 180. Volle Symmetrie Fig. 181. Vertikalachse heteropolar (Hemimorphismus). Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 181 und 169.

- A. Tetragonales Prisma erster Stellung.
- B. Tetragonales Prisma zweiter Stellung.
- C. Pedien oben und unten.
 1. Tetragonale Pyramiden erster Stellung, oben und unten.
 2. Tetragonale Pyramiden zweiter Stellung, oben und unten.
 3. Ditetragonale Prismen.
 4. Ditetragonale Pyramiden, oben und unten.

III. Tetragonal-trapezoedrische Klasse. 3. Stufe. Erzeugende Symmetrie $4s$ (tetragyrisch-sphenoidisch) Fig. 182. Volle Symmetrie Fig. 183. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 183 und 169.

- A. Tetragonales Prisma erster Stellung.
- B. Tetragonales Prisma zweiter Stellung.
- C. Pinakoid.
 1. Tetragonale Bipyramide erster Stellung.
 2. Tetragonale Bipyramide zweiter Stellung.
 3. Ditetragonales Prisma.
 4. Tetragonale Trapezoeder, rechts und links.

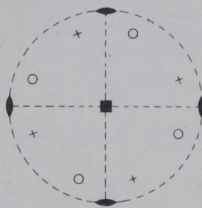


Fig. 182. Erzeugende Symmetrie der tetragonal-trapezoedrischen Klasse ($4s$).

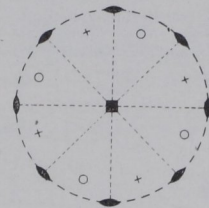


Fig. 183. Allgemeines tetragonal-trapezoedrisches Bauschema.

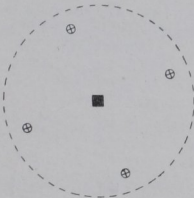


Fig. 184. Erzeugende Symmetrie der tetragonal-bipyramidalen Klasse (4π).

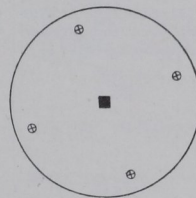


Fig. 185. Allgemeines tetragonal-bipyramidales Bauschema.

IV. Tetragonal-bipyramidale Klasse. 2. Stufe. Erzeugende Symmetrie 4π (tetragyrisch-pinakoidal) Fig. 184. Volle Symmetrie Fig. 185. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 185 und 169.

- A. Tetragonales Prisma erster Stellung.
- B. Tetragonales Prisma zweiter Stellung.
- C. Pinakoid.
 1. Tetragonale Bipyramide erster Stellung.
 2. Tetragonale Bipyramide zweiter Stellung.
 3. Tetragonale Prismen dritter Stellung, rechts und links.
 4. Tetragonale Bipyramiden dritter Stellung, rechts und links.

V. Tetragonal-pyramidale Klasse. 1. Stufe. Erzeugende Symmetrie $4p$ (tetragryrisch-pedial) Fig. 186. Volle Symmetrie Fig. 187. c -Achse heteropolar (Hemimorphismus). Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 187 und 169.

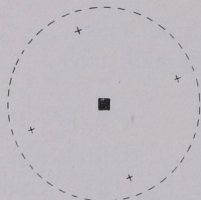


Fig. 186. Erzeugende Symmetrie der tetragonal-pyramidalen Klasse ($4p$).

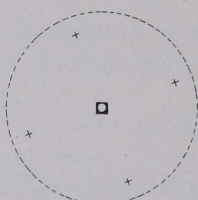


Fig. 187. Allgemeines tetragonal-pyramidales Bauschema.

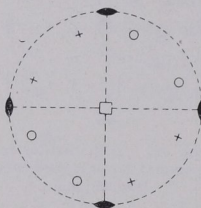


Fig. 188. Erzeugende Symmetrie der tetragonal-skalenoedrischen Klasse ($4s$).

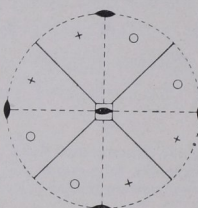


Fig. 189. Allgemeines tetragonal-skalenoedrisches Bauschema.

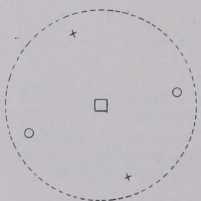


Fig. 190. Erzeugende Symmetrie der tetragonal-bisphenoidischen Klasse ($4p$).

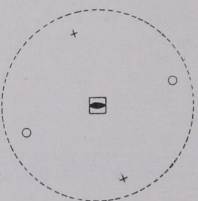


Fig. 191. Allgemeines tetragonal-bisphenoidisches Bauschema.

C. Pinakoid.

1. Tetragonale Bisphenoide erster Stellung, + und —.
2. Tetragonale Bipyramiden zweiter Stellung.
3. Ditetragonale Prismen.
4. Tetragonale Skalenoeder, + und —.

VII. Tetragonal-bisphenoidische Klasse. 1a-Stufe. Erzeugende Symmetrie $4p$ (tetragryroidisch-pedial) Fig. 190. Volle

- A. Tetragonales Prisma erster Stellung.
- B. Tetragonales Prisma zweiter Stellung.
- C. Pedien, oben u. unten.
 1. Tetragonale Pyramiden erster Stellung, oben und unten.
 2. Tetragonale Pyramiden zweiter Stellung, oben und unten.
 3. Tetragonale Prismen dritter Stellung, rechts und links.
 4. Tetragonale Pyramiden dritter Stellung, rechts und links, oben und unten.

VI. Tetragonal-skalenoedrische Klasse. 3a-Stufe. Erzeugende Symmetrie $4s$ (tetragryroidisch-sphenoidisch) Fig. 188. Volle Symmetrie Fig. 189. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 189 und 169.

- A. Tetragonales Prisma erster Stellung.
- B. Tetragonales Prisma zweiter Stellung.

Symmetrie Fig. 191. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 191 und 169.

- A. Tetragonales Prisma erster Stellung.
- B. Tetragonales Prisma zweiter Stellung.
- C. Pinakoid.
1. Bisphenoide erster Stellung, + und —.
2. Bisphenoide zweiter Stellung, vorn oben, vorn unten.
3. Tetragonale Prismen dritter Stellung, rechts und links.
4. Bisphenoide dritter Stellung, + und —, rechts und links.

Beispiele für das tetragonale System.

Fig. 179. Zirkon. Ditetragonal-bipyramidal. $o \{111\}$; $p \{110\}$.

Fig. 192. Zirkon. Ditetragonal-bipyramidal. $p \{110\}$; $o \{111\}$.

Fig. 193. Zirkon. (Hyazinth.) Ditetragonal-bipyramidal. $a \{100\}$; $o \{111\}$.

Fig. 194. Zinnstein. Ditetragonal-bipyramidal. $o \{111\}$; $r \{101\}$; $p \{110\}$; $s \{100\}$.

Fig. 195. Pentaerythrit. Ditetragonal-pyramidal. $c \{001\}$; $o \{111\}$; $o' \{1\bar{1}1\}$; $a \{100\}$.

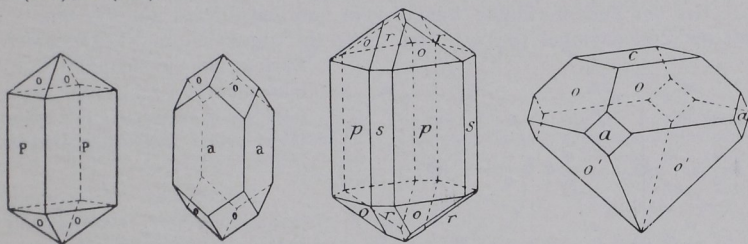


Fig. 192. Zirkon. Fig. 193. Zirkon. (Hyazinth.) Fig. 194. Zinnstein. Fig. 195. Pentaerythrit.

Fig. 196. Scheelit. Tetragonal-bipyramidal. $o \{111\}$; $m \{430\}$.

Fig. 197. Harnstoff. Tetragonal-skalenoedrisch. $c \{001\}$; $o \{111\}$; $p \{110\}$.

Fig. 198. Kupferkies. Tetragonal-skalenoedrisch. $p \{111\}$; $p' \{1\bar{1}1\}$; $z \{201\}$.

Fig. 199. Stereographische Projektion der Fig. 195.

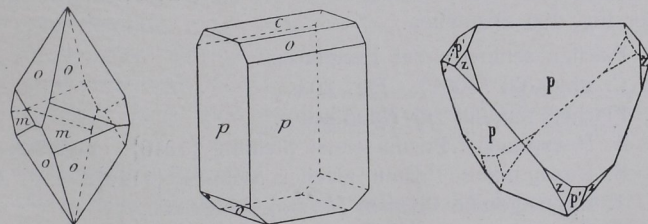


Fig. 196. Scheelit.

Fig. 197. Harnstoff.

Fig. 198. Kupferkies.

Hexagonales System.

Die Hauptzonen entsprechen der Fig. 200. Die Weißschen und Bravais'schen Flächenbezeichnungen stellt man wie im trigonalen System auf, d. h. unter Kennzeichnung der Schnitte auf den 120° miteinander einschließenden Achsen. (Vgl. Fig. 129, S. 46.)

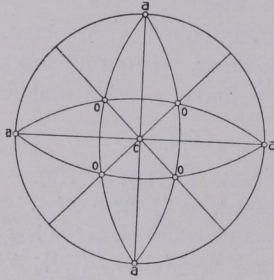


Fig. 199. Stereographische Projektion der Fig. 195.

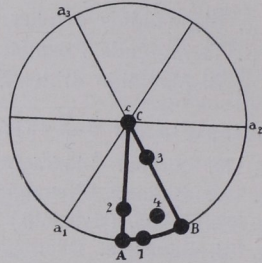


Fig. 200. Urbauenteil des hexagonalen Systems.

Bei der Zonenrechnung benutzt man von den Indizes nur hik und erhält als Zonensymbol $[uvw]$. Der dritte im trigonalen und hexagonalen System bei vierstelligem Kantensymbol $[uv tw]$ nötige Wert t folgt aus $u - v + t = 0$. Der Wert von k leitet sich ab aus $h + i + k = 0$.

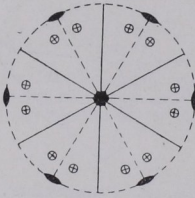


Fig. 201. Erzeugende Symmetrie der dihexagonal-bipyramidalen Klasse ($6m$).

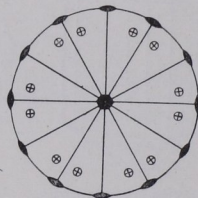


Fig. 202. Allgemeines dihexagonal-bipyramidales Bauschema.

Bemerkung. Hexagonale Gestalten erster, zweiter und dritter Stellung wie im trigonalen System.

I. Dihexagonal-bipyramidale Klasse.

5. Stufe. Erzeugende Symmetrie $6m$ (hexagyrisch-prismatisch) Fig. 201. Volle Symmetrie Fig. 202. Entsprechend Fig. 202 sind die sieben Gestaltstypen aus den Punktlagen $A, B, C, 1, 2, 3, 4$ des Urbau-teils der Fig. 200 abzuleiten.

- α . Flächen senkrecht zur Hauptachse.
 - C. Pinakoid $\{0001\}$. Fig. 203.
- β . Flächen parallel zur Hauptachse.
 - A. Hexagonales Prisma erster Stellung $\{10\bar{1}0\}$. Fig. 204.
 - B. Hexagonales Prisma zweiter Stellung $\{11\bar{2}0\}$. Fig. 205.
 1. Dihexagonale Prismen $\{h\bar{i}k0\}$. Fig. 206.
- γ . Flächen schräg zur Hauptachse.
 2. Hexagonale Bipyramiden erster Stellung $\{h\bar{o}hl\}$. Fig. 207.

3. Hexagonale Bipyramiden zweiter Stellung $\{h h \bar{2} \bar{h} l\}$.

Fig. 208.

4. Dihexagonale Bipyramiden $\{h i \bar{k} l\}$. Fig. 209.

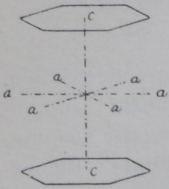


Fig. 203.
Endflächen.

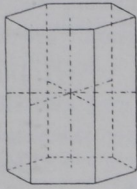


Fig. 204.
Hexagonales Prisma
I. Stellung.

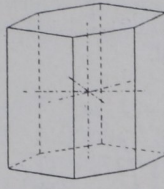


Fig. 205.
Hexagonales Prisma
II. Stellung.

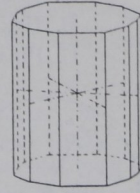


Fig. 206.
Ein dihexagonales
Prisma.

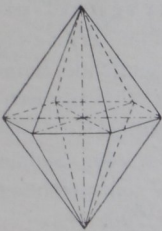


Fig. 207. Eine hexagonale Bipyramide
1. Stellung.

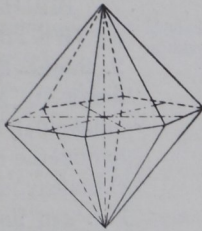


Fig. 208. Eine hexagonale Bipyramide
2. Stellung.

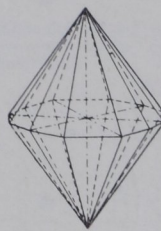


Fig. 209. Eine dihexagonale Bipyramide.

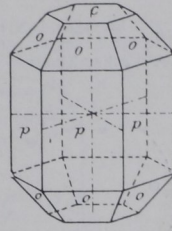


Fig. 210. Kombination d. hexagonalen Prismas I. Stellung mit einer hexagonalen Bipyramide 1. Stellung und den Endflächen.

II. Dihexagonal-pyramidale Klasse. 4. Stufe. Erzeugende Symmetrie $6 d$ (hexagyrisch-domatisch) Fig. 211. Volle Symmetrie Fig. 212. c -Achse heteropolar (Hemimorphismus). Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 212 u. 200.

- A. Hexagonales Prisma erster Stellung.
- B. Hexagonales Prisma zweiter Stellung.
- C. Pedien, oben und unten.

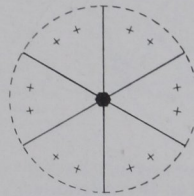


Fig. 211. Erzeugende Symmetrie der dihexagonal-pyramidalen Klasse ($6 d$).

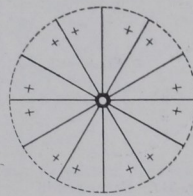


Fig. 212. Allgemeines dihexagonal-pyramidales Bauschema.

1. Dihexagonale Prismen.
2. Hexagonale Pyramiden erster Stellung, oben und unten.
3. Hexagonale Pyramiden zweiter Stellung, oben und unten.
4. Dihexagonale Pyramiden, oben und unten.

III. Hexagonal-trapezoedrische Klasse. 3. Stufe. Erzeugende Symmetrie $6s$ (hexagyrisch sphenoidisch) Fig. 213. Volle Symmetrie Fig. 214. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 214 und 200.

- A. Hexagonales Prisma erster Stellung.
- B. Hexagonales Prisma zweiter Stellung.
- C. Pinakoid.

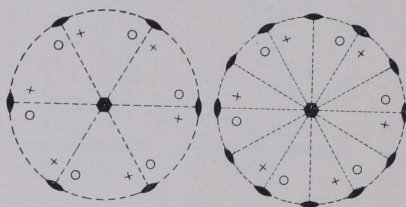


Fig. 213. Erzeugende Symmetrie der hexagonal-trapezoedrischen Klasse ($6s$).

Fig. 214. Allgemeines hexagonal-trapezoedrisches Bauschema.

1. Dihexagonale Prismen.
2. Hexagonale Bipyramiden erster Stellung.
3. Hexagonale Bipyramiden zweiter Stellung.
4. Hexagonale Trapezoeder, rechts und links.

IV. Hexagonal-bipyramidale Klasse.

2. Stufe. Erzeugende Symmetrie $6pi$ (hexagyrisch-pinakoidal) Fig. 215. Volle Symmetrie Fig. 216. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 216 und 200.

- A. Hexagonales Prisma erster Stellung.
- B. Hexagonales Prisma zweiter Stellung.
- C. Pinakoid.

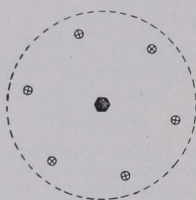


Fig. 215. Erzeugende Symmetrie der hexagonal-bipyramidalen Klasse ($6pi$).

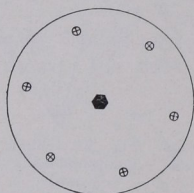


Fig. 216. Allgemeines hexagonal-bipyramidales Bauschema.

1. Hexagonale Prismen dritter Stellung, rechts und links.
2. Hexagonale Bipyramiden erster Stellung.
3. Hexagonale Bipyramiden zweiter Stellung.
4. Hexagonale Bipyramiden dritter Stellung, rechts und links.

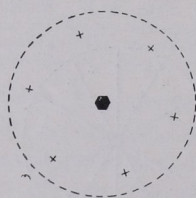


Fig. 217. Erzeugende Symmetrie der hexagonal-pyramidalen Klasse ($6p$).

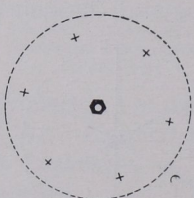


Fig. 218. Allgemeines hexagonal-pyramidales Bauschema.

V. Hexagonal-pyramidale Klasse. 1. Stufe. Erzeugende Symmetrie $6p$ (hexagyrisch-pedial) Fig. 217. Volle Symmetrie Fig. 218. c -Achse heteropolar (Hemimorphismus). Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 218 und 200.

- A. Hexagonales Prisma erster Stellung.

B. Hexagonales Prisma zweiter Stellung.

C. Pedien, oben und unten.

1. Hexagonale Prismen dritter Stellung, rechts und links.
2. Hexagonale Pyramide erster Stellung, oben und unten.
3. Hexagonale Pyramiden zweiter Stellung, oben und unten.
4. Hexagonale Pyramiden dritter Stellung, rechts und links, oben und unten.

Beispiele für das hexagonale System.

Fig. 210. Dihexagonal-bipyramidal. $p \{10\bar{1}0\}$; $c \{0001\}$; $o \{10\bar{1}1\}$.

Fig. 219. Beryll, von oben gesehen. Dihexagonal-bipyramidal. $p \{10\bar{1}0\}$; $c \{0001\}$; $o \{10\bar{1}1\}$; $o' \{20\bar{2}1\}$; $s \{11\bar{2}1\}$; $x \{21\bar{3}1\}$.

Fig. 220. Zinkoxyd. Dihexagonal-pyramidal. $p \{10\bar{1}0\}$; $c \{0001\}$; $c' \{000\bar{1}\}$; $o \{10\bar{1}1\}$.

Fig. 221. Apatit. Hexagonal-bipyramidal. $p \{10\bar{1}0\}$; $c \{0001\}$; $o \{10\bar{1}1\}$; $s \{11\bar{2}1\}$; $x \{21\bar{3}1\}$.

Fig. 222. Stereographische Projektion der Fig. 219.

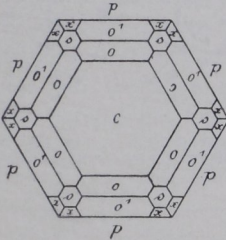


Fig. 219. Beryll.

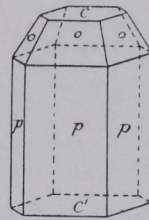


Fig. 220. Zinkoxyd.

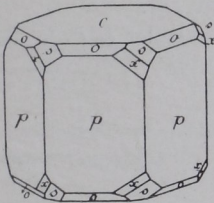


Fig. 221. Apatit.

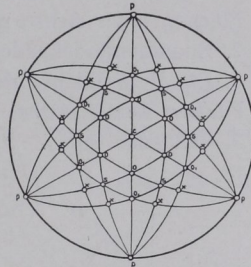


Fig. 222. Stereographische Projektion der Fig. 219.

Isometrisches (reguläres, kubisches, tesseractales) System.

(Orthoisometrische Gruppe.)

Mit drei gleichen Achsen rechtwinklig zueinander¹⁾.

Der Urbauteil, die Achsenausstiche und der Hauptzonenverband

¹⁾ Der Name isometrisches System stammt von Hausmann und bezieht sich auf die Gleichheit der Achsen, Winkel und Nebenwinkel;

drücken sich deutlich in Fig. 223 aus. In ihr bedeuten: 1 = 100; 2 = 110; 3 = 111; 4 = hko ; 5 = $kk\bar{l}$; 6 = hll ; 7 = hkl .

Dies Achsenkreuz bringt gleiche Winkel bei den entsprechenden Formen aller isometrischen Stoffe mit sich. Es gilt die einfache Formel

$$\cos(h_1 k_1 l_1 : h_2 k_2 l_2) = \frac{Z}{J_1 \cdot J_2} \quad \text{wo } Z = h_1 h_2 + k_1 k_2 + l_1 l_2 \quad \text{und} \\ J_1 = \sqrt{h_1^2 + k_1^2 + l_1^2}; \quad J_2 = \sqrt{h_2^2 + k_2^2 + l_2^2}.$$

I. Hexakisoktaedrische Klasse. 5. Stufe. Erzeugende Symmetrie *im* (isometrisch - prismatisch) Fig. 224. Volle Symmetrie Fig. 225. Entsprechend Fig. 225 sind die sieben Gestaltstypen aus den Punktlagen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 des Urbauteils in Fig. 223 abzuleiten.

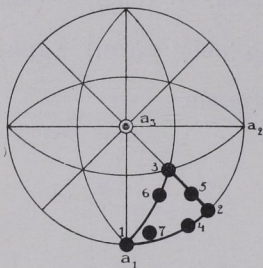


Fig. 223. Urbauteil des isometrischen Systems.

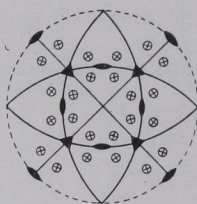


Fig. 224. Erzeugende Symmetrie der hexakisoktaedrischen Klasse (*im*).

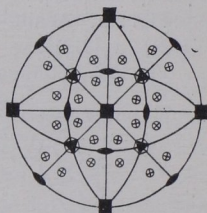


Fig. 225. Allgemeines hexakisoktaedrisches Bauschema.

α . Flächen zwei Achsen parallel.

1. Würfel. Hexaeder $\{100\}$. Fig. 226.

β . Flächen einer Achse parallel.

2. Rhombendodekaeder $\{110\}$. Fig. 227.

4. Ein Pyramidenwürfel. Tetrakishexaeder $\{hko\}$. Fig. 228.

γ . Flächen keiner Achse parallel.

3. Oktaeder $\{111\}$. Fig. 229.

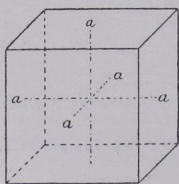


Fig. 226. Würfel.

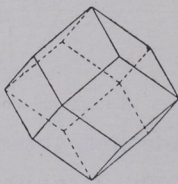


Fig. 227. Rhombendodekaeder.

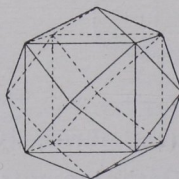


Fig. 228. Ein Pyramidenwürfel.

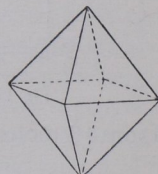


Fig. 229. Oktaeder.

in letzterem liegt der Unterschied zum rhomboedrischen System mit gleichfalls drei gleichlangen Achsen (Fig. 132 S. 47).

5. Pyramidenoktaeder. Triakisoktaeder $\{kkl\}$. Fig. 230.
 6. Ikositetraeder $\{hll\}$. Fig. 231.
 7. Hexakisoktaeder $\{hkl\}$. Fig. 232.

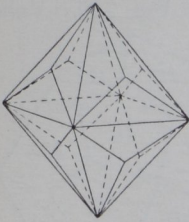


Fig. 230.
Ein Pyramidenoktaeder.

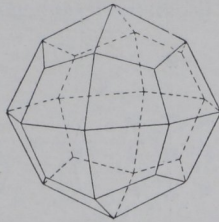


Fig. 231.
Ein Ikositetraeder.

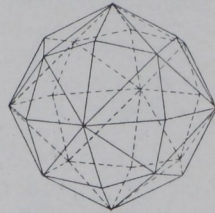


Fig. 232.
Ein Hexakisoktaeder.

II. Hexakistetraedrische Klasse. 4. Stufe. Erzeugende Symmetrie id (isometrisch-domatisch) Fig. 233. Volle Symmetrie Fig. 234. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 234 und 223.

Würfel, Rhombendodekaeder, Pyramidenwürfel wie in der hexakisoktaedrischen Klasse. Bei den Gestalten mit Flächen keiner Achse parallel gilt folgendes.

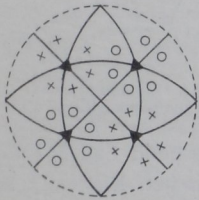


Fig. 233. Erzeugende Symmetrie der hexakistetraedrischen Klasse (id).

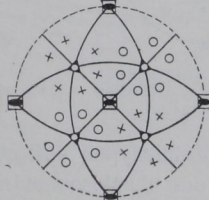


Fig. 234. Allgemeines hexakistetraedrisches Bauschema.

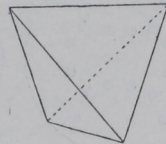


Fig. 235. Positives Tetraeder.

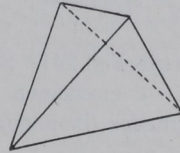


Fig. 236. Negatives Tetraeder.

3. Tetraeder: a) positives Tetraeder $\{111\}$. Fig. 235; b) negatives Tetraeder $\{111\}$. Fig. 236.

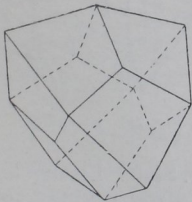


Fig. 237. Ein positives Deltoiddodekaeder.

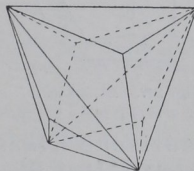


Fig. 238. Ein positives Trigondodekaeder.

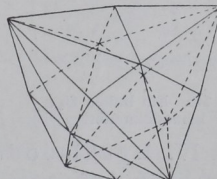


Fig. 239. Ein positives Hexakistetraeder.

- 5. Deltoiddodekaeder, positiv und negativ $\{kkl\}$ bzw. $\{k\bar{k}l\}$. Fig. 237.
- 6. Trigondodekaeder, positiv und negativ $\{hll\}$ bzw. $\{h\bar{l}l\}$. Fig. 238.
- 7. Hexakistetraeder, positiv und negativ $\{hkl\}$ bzw. $\{h\bar{k}l\}$. Fig. 239.

III. Pentagonikositetraedrische Klasse. 3. Stufe. Erzeugende Symmetrie is (isometrisch-sphenoidisch) Fig. 240. Volle

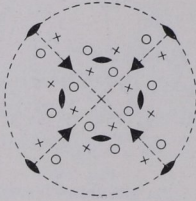


Fig. 240. Erzeugende Symmetrie der pentagonikositetraedrischen Klasse (is).

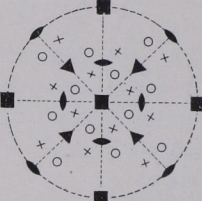


Fig. 241. Allgemeines pentagonikositetraedrisches Bauschema.

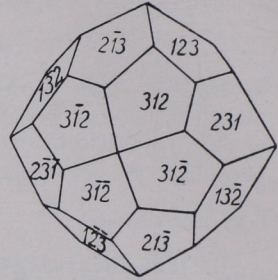


Fig. 244. Ein rechtes Pentagonikositetraeder (Gyroeder).

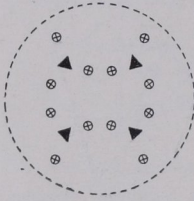


Fig. 242. Erzeugende Symmetrie der dyakisdodekaedrischen Klasse (ipi).

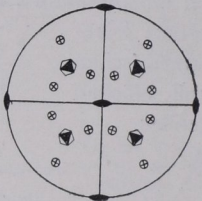


Fig. 243. Allgemeines dyakisdodekaedrisches Bauschema.

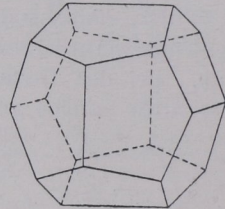


Fig. 245. Ein linkes Pentagondodekaeder.

Symmetrie Fig. 241. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 241 und 223. 1—6 erscheinen wie in der hexakisoktaedrischen Klasse, 7 tritt als Gyroeder (Pentagonikositetraeder), rechts und links, auf. Fig. 244.

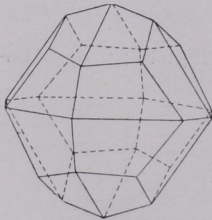


Fig. 246. Ein linkes Dyakisdodekaeder.

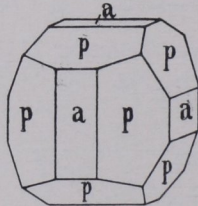


Fig. 247. Eisenkies.

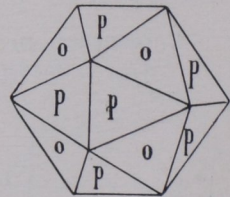


Fig. 248. Eisenkies.

IV. Dyakisdodekaedrische Klasse. 2. Stufe. Erzeugende Symmetrie ipi (isometrisch-pinakoidal) Fig. 242. Volle Symmetrie Fig. 243. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 243 und 223; sie

erscheinen wie in der hexakisoktaedrischen Klasse, ausgenommen Pyramidenwürfel und Hexakisoktaeder. Für erstere treten auf Pentagondodekaeder rechts und links, Fig. 245, für letztere Dyakisdodekaeder, rechts und links, Fig. 246.

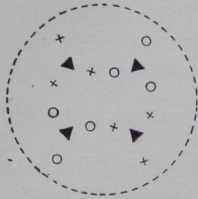


Fig. 249. Erzeugende Symmetrie der tetraedrisch-pentagondodekaedrischen Klasse (*ip*).

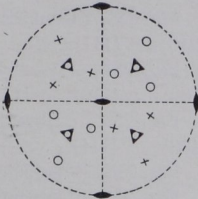


Fig. 250. Allgemeines tetraedrisch-pentagondodekaedrisches Bauschema.

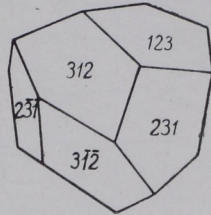


Fig. 251. Ein linkes tetraedrisches Pentagondodekaeder.

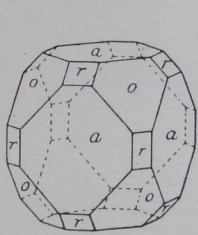


Fig. 252. Würfel als Träger der Kombination mit Oktaeder u. Rhombendodekaeder.

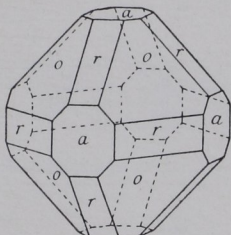


Fig. 253. Oktaeder als Träger der Kombination mit Würfel und Rhombendodekaeder.

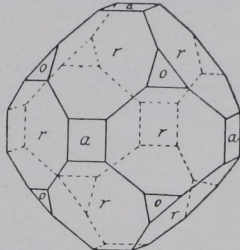


Fig. 254. Rhombendodekaeder als Träger der Kombination mit Würfel und Oktaeder.

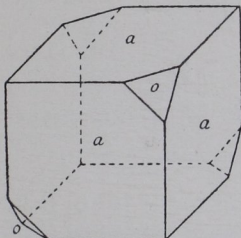


Fig. 255. α -Borazit.

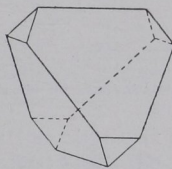


Fig. 256. Positives und negatives Tetraeder.

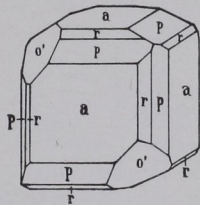


Fig. 257. Natriumchlorat.

V. Tetraedrisch-pentagondodekaedrische Klasse.

1. Stufe. Erzeugende Symmetrie *ip* (isometrisch-pedial) Fig. 249. Volle Symmetrie Fig. 250. Sieben Gestaltstypen entsprechend Fig. 250 und 223. Würfel und Rhombendodekaeder, Tetraeder, Trigondodekaeder, Deltoiddodekaeder, Pentagondodekaeder treten auf und dazu F. Rinne, Krist. Formenlehre u. Anleitung z. kristall.-opt. sowie röntgen. Untersuchung.

tetraedrische Pentagondodekaeder, + und —, rechts und links, als für diese Klasse kennzeichnende Gestalten.

Beispiele für das isometrische System.

Fig. 247. Eisenkies. Dyakisdodekaedrisch. $p \{210\}$; $a \{100\}$.

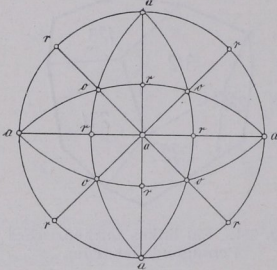


Fig. 258. Stereographische Projektion von Fig. 252, 253, 254.

Fig. 248. Eisenkies. Dyakisdodekaedrisch. $p \{210\}$; $o \{111\}$.

Fig. 252, 253, 254. Hexakisoktaedrisch. $a \{100\}$; $r \{110\}$; $o \{111\}$.

Fig. 255. α -Borazit. Hexakistetraedrisch. $a \{100\}$; $o \{111\}$.

Fig. 256. Hexakistetraedrisch. $\{111\}$; $\{1\bar{1}1\}$.

Fig. 257. Natriumchlorat. Tetraedrisch-pentagondodekaedrisch. $a \{100\}$; $o' \{111\}$; $r \{101\}$; $p \{201\}$.

Fig. 258. Stereographische Projektion von Fig. 252, 253, 254.

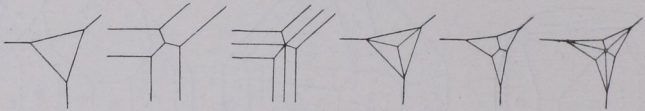


Fig. 259. Würfel als Kombinationsträger.

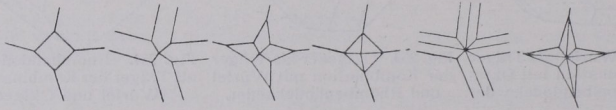


Fig. 260. Oktaeder als Kombinationsträger.

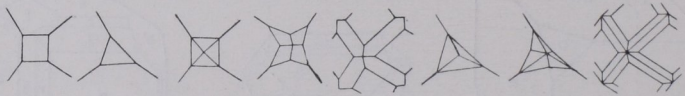


Fig. 261. Rhombendodekaeder als Kombinationsträger.

Fig. 259. $\{100\}$ jeweils mit $\{111\}$; $\{101\}$; $\{hko\}$; $\{hll\}$; $\{kkl\}$; $\{hkl\}$.

Fig. 260. $\{111\}$ jeweils mit $\{100\}$; $\{110\}$; $\{hko\}$; $\{hll\}$; $\{kkl\}$; $\{hkl\}$.

Fig. 261. $\{110\}$ jeweils mit $\{100\}$; $\{111\}$; $\{hko\}$; $\{hll\}$; $\{211\}$; $\{kkl\}$; $\{hkl\}$; $\{321\}$.

14. Besondere Wachstumserscheinungen.

a) Zwillingsbildungen. Es handelt sich um gesetzmäßige, nicht parallele Verwachsungen zweier Kristalle gleicher Art. Äußere Kennzeichen sind oft einspringende Winkel an den Berührungsstellen

der Individuen, gelegentlich Durchkreuzungen. Fig. 262—267. Zuweilen sind die miteinander verzwilligten Kristalle durcheinander gewachsen. Fig. 268 (Bergkristall). Sie heben sich dann ev. durch das Auftreten matter Stellen auf sonst glatten Flächen oder durch verschiedene Streifung voneinander ab. Die Gesetzmäßigkeit der Zwillingvereinigung liegt im Parallelismus wenigstens zweier kristallographischer Elemente der beiden Kristalle. Vgl. Fig. 263 und 264:

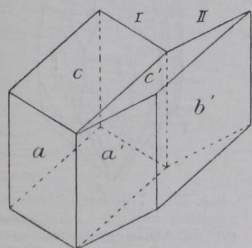


Fig. 262. Triklin-pinakoidal. Zwillung nach $b \{010\}$; $a \{100\}$; $b \{010\}$; $c \{001\}$.

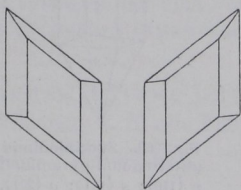


Fig. 263. Zwei Gipskristalle (monoklin-prismatisch) in Zwillingsstellung nach $\{100\}$. Aufsicht auf $\{010\}$.

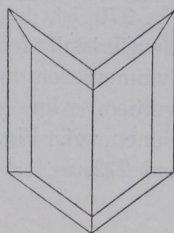


Fig. 264. Gipszwillung nach $\{100\}$. Aufsicht auf $\{010\}$.

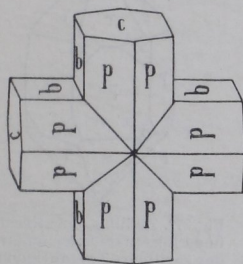


Fig. 265. Durchkreuzungszwillung nach $\{032\}$ von Staurolith (rhombisch-bipyramidal). $c \{001\}$; $p \{110\}$; $b \{010\}$.

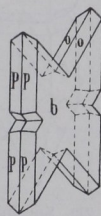


Fig. 266. Durchkreuzungszwillung nach $\{100\}$ von Gips (monoklin-prismatisch). $p \{110\}$; $o \{111\}$; $b \{010\}$.

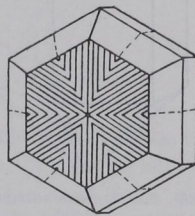


Fig. 267. Chrysoberyll Alexandrit (rhombisch) $\{100\}$, $\{111\}$, $\{011\}$, pseudohexagonal verdreht nach $\{031\}$.

Gips, monoklin prismatisch, Aufsicht auf das zweite Pinakoid; gemeinsam: Ebene $\{100\}$ und Zone der Achse c .

Die Hauptarten der Zwillingsbildung lassen sich durch Drehbewegungen kennzeichnen derart, daß die Drehung des einen Kristalls um 180° ihn in die Lage des anderen bringt, und zwar ist dies zu erreichen entweder durch Drehung um die Normale auf einer gemeinsamen Fläche (Zwillingsfläche Z) oder durch Drehung um eine gemeinsame Kante (Zwillingsachse ζ). Im ersten Falle besteht beim

Zwilling die Gemeinsamkeit aller Richtungen in der Zwillingungsfläche, im zweiten aller Flächen in der Zone der Zwillingungsachse. Vgl. für den ersten Typ Fig. 263 und 264, für den zweiten Fig. 273.

Der Zwillingungskomplex als Ganzes zeigt oft im Vergleich mit seinen Komponenten erhöhte Symmetrie. So hat Fig. 264 eine Symmetrieebene nach $\{100\}$ außer der nach $\{010\}$. Im Zwilling Fig. 270 ist das dem Einzelkristall fehlende Symmetriezentrum erworben. Im selben Sinne vgl. Fig. 271 und 272.

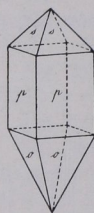


Fig. 269. Succinodimid (ditetragonal-pyramidal) $p \{110\}$; $s \{111\}$; $o \{221\}$.

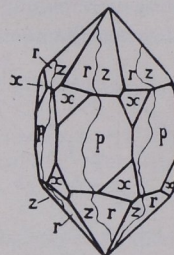


Fig. 271. Durchwachsungszwilling zweier Link Quarze (60° um Achse c gegeneinander gedreht). Symmetrie des Zwillingings $6 s$ (hexagonal-trapezoidrisch).

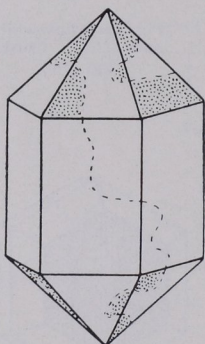


Fig. 268. Durchwachsungszwilling nach $\{1010\}$ von Quarz (trigonal-trapezoidrisch).

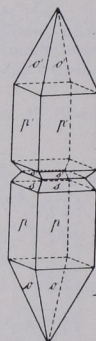


Fig. 270. Succinodimid-zwilling nach $\{001\}$.

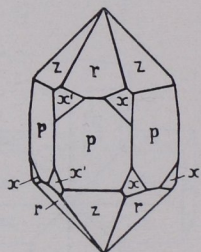


Fig. 272. Zwilling eines Rechts- und Links Quarzes. Symmetrie des Zwillingings $3 m$ (ditrigonal-skalenoidrisch).

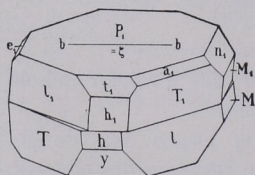


Fig. 273. Periklin (triklin-pinakoidal). Zwilling nach Achse b . $P_1 \{001\}$; $l_1 \{110\}$; $T_1 \{110\}$; $h_1 \{100\}$; $M_1 \{010\}$; $y \{201\}$; $t_1 \{201\}$; $e_1 \{021\}$; $n_1 \{021\}$; $a_1 \{111\}$. Es fallen h und h_1 , weil parallel zur Zonenachse b , in eine Ebene.

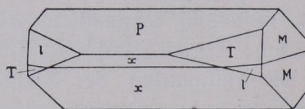


Fig. 274. Periklin (triklin-pinakoidal). Verwachsung nach dem „rhombschen Schnitt“. $P \{001\}$; $M \{010\}$; $T \{110\}$; $l \{110\}$; $x \{101\}$.

Manche Substanzen zeigen wiederholte Zwillingsbildung (Drillinge, Viellinge); zuweilen setzen sie sich aus ganz feinen Zwillingslamellen zusammen. Durch solche Bauweisen entstehen mimetische Kristalle, die den Symmetriegrad einer höher symmetrischen Gruppe gewissermaßen nachahmen (Fig. 267). Durch Druck (Kalkspat) oder Erwärmen lassen sich gelegentlich künstliche Zwillingslamellen hervorrufen.

Gelegentlich wird die Zwillingsbildung beim Erwärmen ins Submikroskopische verfeinert, so daß die gewöhnlichen Hilfsmittel zur Erkennung des polysynthetischen Baues versagen und eine vollendetste Vorspiegelung hoher Symmetrie vorliegt (sogenannte Polysymmetrie). Beispiel Glaserit und Chromglaserit.

b) Ideale Kristallentwicklung und Verzerrung. Sind alle zusammengehörigen Flächen, z. B. alle Flächen einer hexagonalen Bipyramide, des hexagonalen Prismas usw., an einem Kristall gleich

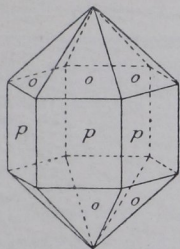


Fig. 275. Quarz. Idealisiert.

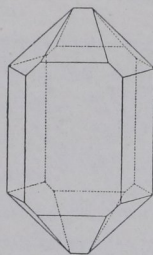


Fig. 276. Quarz. Verzerrt.

groß, so ist seine Symmetrie ohne weiteres erkennbar. Häufig ist das nicht der Fall, wie z. B. in Fig. 276, welche dieselben Flächen *o* und *p* der Fig. 275 in Verzerrung darstellt. Man muß dann die Symmetrie durch Winkelbetrachtung und physikalische Studien erschließen.

c) Anwachspyramiden. Alle Kristalle wachsen durch Absatz von Substanz auf den Flächen eines Keimes. Entsprechend zerfällt der Kristallkörper nach F. Becke in pyramidale Sektoren, deren Spitze im Kristallmittelpunkte lagert, und deren Grundfläche je eine Außenfläche des Kristalls ist (Fig. 277). Die Substanz der Sektoren kann (im Rahmen der herrschenden geometrischen Symmetrie) verschieden sein, was gelegentlich in ihrem optischen Verhalten, auch durch Ätzerscheinungen, fernerhin nicht selten durch verschiedenen Gehalt an Einschlüssen heraustritt (Sanduhrstruktur von Augit (Fig. 278); Sektoren am sog. Chiasolith).

d) Kristallskelette. Besonders bei schnellen Kristallisationen entstehen zuweilen Kristalle, die den Raum nicht lückenlos erfüllen, deren Teilchen aber parallel liegen. Man darf solche Skelette, z. B. die des Schnees, Fig. 279, nicht mit Zwillingsbildungen verwechseln;

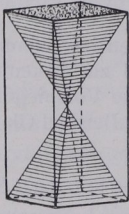


Fig. 277.
Anwachspyramiden.

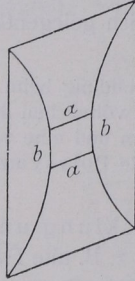


Fig. 278.
Sanduhrstruktur bei Augit.

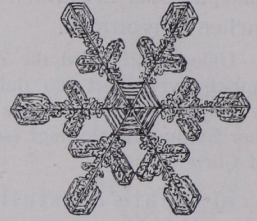


Fig. 279.
Schneekristallskelett.

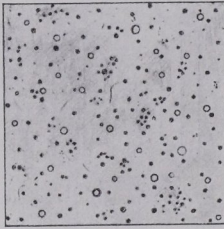


Fig. 280. Globulite.



Fig. 281. Longulite und Trichite.

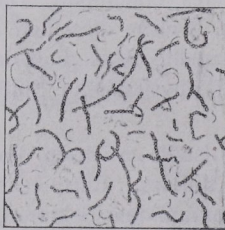


Fig. 282. Margarite.



Fig. 233. Trichite.

bei letzteren sind die Teile nicht parallel. Die Unterscheidung gelingt in vielen Fällen leicht durch optische Hilfsmittel.

e) Kristallite. Winzige Kristallisationen in natürlichen und künstlichen Gräsern zeigen oft (durch Oberflächenspannung) verrundete, auch gebogene Formen. Fig. 280 - 283 geben eine Anschauung da-

von. Man nennt die Kügelchen Globulite, die länglich verrundeten Gebilde Longulite, perlschnurartige Aggregationen Margarite, gekrümmte Fäden Trichite.

f) Sphärolithe nennt man kugelige Kristallaggregate. Sie sind häufig radialfaserig aus vielen nadelförmigen Individuen aufgebaut und bestehen oft aus mehreren Substanzen.

g) Für die Ermittlung der geometrischen Symmetrie sind nicht selten die Wachstumserscheinungen auf den Kristallflächen, insbesondere eine Streifung, wertvoll. So bekundet z. B. die Würfelfigur des Eisenkieses (Fig. 284), daß er nicht neun, sondern nur drei Symmetrieebenen, dazu drei Digyren als Normalen auf die Würfelflächen und vier Trigyre als Körperdiagonalen nach den Ecken besitzt. Damit ist die dyakisdodekaedrische Abteilung des isometrischen Systems festgelegt (vgl. Fig. 243, S. 64). In ähnlicher Art hilft gelegentlich die Verteilung von matten und glatten Flächen bei der Symmetriestimmung.

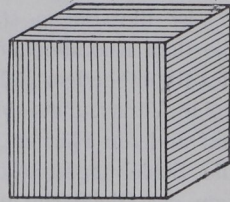


Fig. 284. Streifung auf $\{100\}$ von Eisenkies.

15. Kohäsionsverhältnisse.

a) Translation. Manche Kristalle sind nach bestimmten Flächen leicht verschiebbar, gleichsam wie übereinandergelegte Glasplatten nach ihrer Ebene. Beispiele: Eis, hexagonal, Translationsfläche die Endfläche; Steinsalz, Translationsflächen die des Rhombendodekaeders. Die verschobenen Teilchen sind mit den nicht verschobenen parallel; der Zusammenhang ist erhalten und das Volumen dasselbe geblieben. Meist erfolgt die Verschiebung besonders leicht in einer bestimmten Richtung t innerhalb der Translationsfläche T . Richtung und Gegenrichtung t können hinsichtlich der Translationsfähigkeit verschiedenartig sein. t ist wie T rational; ihre Indizes sind meist sehr einfach. Beim Verschieben entstehen infolge verschieden weitgehenden Gleitens parallel T oft sehr feine Streifen auf den Kristallflächen (ausgenommen in der Zone von t), und zwar parallel T . Beispiel: Antimonglanz, rhombisch, Translationsfläche $\{010\}$, Translationsrichtung Achse c . Die leichte Krümmbarkeit mancher Kristalle hängt mit Translation zusammen. Wie Blätter eines gebogenen Papierstoßes schieben sich die Teile nach Translationsebenen aneinander her.

b) Zwillingsgleitung = einfache Schiebung. Bei manchen Kristallen verursacht Druck ein Verschieben von Teilchen nach einer

in der »Gleitfläche« K_1 gelegenen Richtung σ' in eine zum Rest des Kristalls zwillingsmäßig nach der Fläche K_1 orientierte Lage. Die »Ebene der Schiebung« steht senkrecht auf K_1 und geht parallel σ' . Alle parallelen Ebenen und Richtungen bleiben parallel (homogene Deformation). Das Volumen wird nicht geändert. Kennzeichnend ist, daß zwei Flächen (Kreisschnittebenen des Deformationsellipsoides) ihre kristallographische Art bewahren. Es sind K_1 und K_2 der Fig. 286. K_2 ist die »Ebene stärkster Kippung«; beim Kalkspat z. B. sind es die dem Rhomboeder $\{01\bar{1}2\}$ zugehörige Gleitfläche und eine Ebene des Rhomboeders $\{10\bar{1}1\}$. Sie erleiden also bei der Zwillingsgleitung keine Verzerrung. Vorher auf ihnen geritzte Kreise bleiben Kreise; auf anderen Flächen werden sie zu Ellipsen. Grundlegend ist, daß die Schiebungsstrecke eines Punktes proportional seinem Abstände von der Gleitfläche wächst¹⁾.

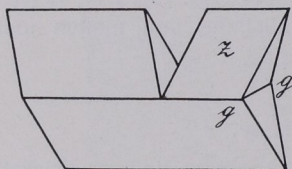


Fig. 285. Zwillingsgleitung des Kalkspats.

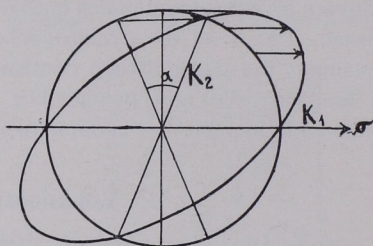


Fig. 286. Schema der Deformation einer Kalkspatkugel durch Zwillingsgleitung.

Fig. 285 stellt ein Kalkspatrhomboeder $\{10\bar{1}1\}$ dar, zu dessen (horizontal gestellter) Polkante eine senkrecht gerichtete Messerschneide gepreßt wurde. Beim Eindringen des Messers ist der rechte obere Kalkspatteil z nach einer (in Fig. 285 horizontalen) Ebene $g-g = \{01\bar{1}2\}$ in Zwillingsstellung verschoben.

Bei näherer Betrachtung erkennt man leicht, daß die Flächen von $\{10\bar{1}1\}$ solche dieses Stammrhomboeders bleiben und auch die Gleitfläche sowie ein Flächenpaar von $\{1\bar{1}20\}$ ihre kristallographische Art behalten, daß hingegen die zwei anderen Flächenpaare des Rhomboeders $\{01\bar{1}2\}$ zu solchen des Prismas $\{11\bar{2}0\}$ und umgekehrt werden, ferner die Endfläche $\{0001\}$ zur Rhomboederfläche $\{2021\}$, sowie ein Flächenpaar von $\{20\bar{2}1\}$ zu $\{0001\}$.

c) Schlagfiguren kann man durch die Körnerprobe hervorrufen. Setzt man z. B. eine Nadel auf eine Würfelfläche von

¹⁾ Ausführlicheres: O. Mügge, N. Jahrb. f. Mineral. B, B, VI, 274, 1889. A. Johnsen, Fortschritte d. Mineralogie Bd, 3, 1913, 110.

Steinsalz (isometrisch) und treibt sie mit kurzem Schläge ein wenig in den Kristall, so erscheinen im Steinsalz Risse nach den Diagonalen der Würfelfläche, entsprechend Einschnitten der Translationsflächen von $\{110\}$. Beim Glimmer (monoklin) entsteht auf der Spaltfläche nach $\{001\}$ ein sechsstrahliger Stern mit einer langen Linie parallel Achse a (Fig. 287).

d) Spaltbarkeit. Viele Kristalle kann man z. B. mittels eines Messers nach bestimmten kristallographischen Ebenen zerlegen, spalten.

Wie die natürlichen Kristallflächen, sind auch die Spaltflächen in Lage und bezüglich ihrer Vereinigung zu einem »Spaltkörper« den Symmetriegesetzen des betreffenden Systems, dem der Körper angehört, unterworfen. Das isometrische Steinsalz spaltet nach allen Flächen des Würfels, die gleichfalls isometrische Zinkblende nach dem Rhombendodekaeder, der Flußspat nach dem Oktaeder.

Die Güte der Spaltbarkeit wechselt mit den Substanzen, und weiterhin ist es nicht selten, daß Spaltbarkeiten verschiedener Vollkommenheit sich im selben Kristall zeigen. So bietet der monokline Gips eine vollkommene Spaltbarkeit nach $\{010\}$, eine minder gute (muschelige) nach $\{100\}$ und eine faserige nach $\{111\}$ dar. Bei einer Abkühlung der Kristalle erhöht sich die Spaltfähigkeit.

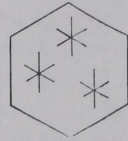


Fig. 287. Schlagfiguren auf $\{001\}$ von Glimmer.

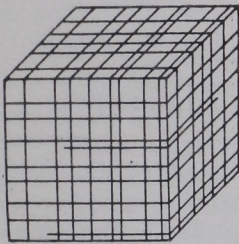


Fig. 288. Spaltbarkeit nach dem Würfel.

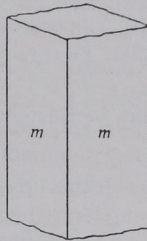


Fig. 289 a. Prismatische Spaltform der Hornblende.

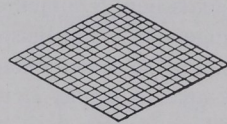


Fig. 289 b. Quer- und Längsschnitte der Hornblende (Spaltrisse).

Für die optische Untersuchung sind die Spaltrisse als kristallographische Richtungen sehr wichtig. Oft mangelt es an ebenflächiger, äußerer Gestalt; dann geben Spaltrisse noch guten Anhalt für die kristallographische Orientierung.

Man erkennt die Spaltfähigkeit durch Probieren; zuweilen deuten schon Risse oder ein Irisieren auf den betreffenden Flächen Spaltbarkeiten an.

16. Wärmeleitung in Beziehung zur Kristallform.

Gelegentlich ist ein für die Praxis der Kristalluntersuchung nützlicher Versuch die Beobachtung über die Ausbreitung der Wärme in einer Kristallplatte. Bei amorphen Körpern wie Glas und bei isometrischen Kristallen vollzieht sich diese Ausbreitung nach allen Richtungen gleich schnell. Überdeckt man daher eine solche thermisch-isotrope Platte mit einer sehr zarten Schicht aus Wachs oder Elaidinsäure und führt durch Aufsetzen einer heißen Nadel auf die überzogene Kristallfläche letzterer Wärme zu, so schmilzt der Überzug rund um die Nadelspitze in Form eines Kreises, der sich auch nach dem Erkalten kennzeichnet. Bei hexagonalen, tetragonalen und trigonalen Körpern erhält man auf den Endflächen Kreise, sonst Ellipsen. Elliptische Figuren erzielt man auf allen Flächen von Kristallen sonstiger Kristallsysteme. Das Längenverhältnis der Achsen der Schmelzfigur läßt sich unter dem Mikroskop ausmessen. Die Lage der Ellipsen entspricht bei den wirteligen Kristallen der Symmetrie eines Rotationsellipsoides mit Achse c als Drehachse. Eine Achse der Schmelzfiguren fällt also in den Hauptschnitt der Fläche (d. h. in die Ebene durch Flächennormale und Achse c). Bei den rhombischen, monoklinen und triklinen Kristallen ist die Lage der Ellipsen der geometrischen Symmetrie der höchstsymmetrischen Klasse des Systems angepaßt. Zum Beispiel fallen die Ellipsenachsen auf dem 1., 2. und 3. Pinakoid der rhombischen Kristalle in die Achsen b und c bzw. a und c sowie a und b . Bei monoklinen Kristallen liegen die Ellipsenachsen z. B. auf $\{100\}$ parallel b und c , auf $\{010\}$ schief zur Begrenzung, wie es auf allen Flächen trikliner Kristalle statthat.

17. Pyroelektrizität in Beziehung zur Kristallform.

Eine bequeme Methode, Symmetrieverhältnisse zu erkennen besteht bei nicht leitenden elektrisch erregbaren Kristallen darin, letztere etwa eine Viertelstunde lang in einem Trockenschrank mäßig (auf 60—100°) zu erhitzen und beim Abkühlen mit einem Gemisch aus Schwefel und Mennige, das man z. B. aus einem Lederball mit Spitze durch ein engmaschiges Netz bläst, zu bestäuben. Man hängt den Kristall am besten an einem vor dem Versuch um ihn geschlungenen Fädchen frei schwebend auf. Der elektrisch negative Schwefel setzt sich dann auf die elektrisch positiven Teile, die elektrisch positive Mennige auf die elektrisch negativen Teile des Kristalls. Die Verteilung des so hergestellten gelben bzw. roten Beschlages zeigt sehr deutlich die pyroelektrische Symmetrie des Kristalls an. Besonders

bei hemimorphen Kristallen tritt der Gegensatz an den Enden der Achse der Hemimorphie hierbei dadurch gut heraus, daß das eine entsprechende Ende des Kristalls gelb, das andere rot erscheint. Vgl. Fig. 290 (Weinsäure). Andere Beispiele Turmalin, Kieselzinkerz, Quarz (Fig. 291).

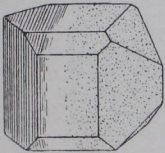


Fig. 290.
Pyroelektrizität der Weinsäure (monoklin-sphenoidisch).

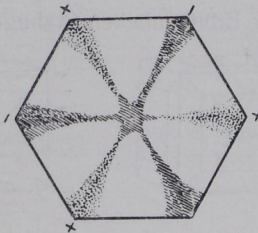


Fig. 291 a und b.
Pyroelektrizität (Piezoelektrizität) des Quarzes (trigonal-trapezoesdrisch).

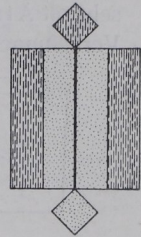
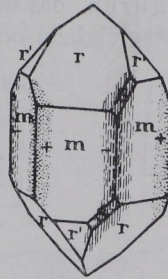


Fig. 292.
Pyroelektrizität (Piezoelektrizität) des Skolezits (monoklin-domatisch).

Nach Voigt gibt es eigentliche Pyroelektrizität nur bei Kristallen mit einer heteropolaren Achse, wie z. B. beim Turmalin, bei anderen (wie Quarz, der drei horizontale heteropolare Achsen a besitzt, und dem monoklin domatischen Skolezit [Fig. 292]) beruht die Erscheinung nach dem Genannten auf ungleichmäßiger Volumveränderung (Piezoelektrizität).

18. Lösungserscheinungen und Lichtfiguren in Beziehung zur Kristallform.

Aus Kristallen geschliffene Kugeln bedecken sich in einem Lösungsmittel mit Kristallflächen. Es sind Ebenen besonders großer Lösungsgeschwindigkeit (leichtere gemessen durch den Grad der Verschiebung normal zur Kristallfläche). Sie realisieren sich am Kristall, weil sie ihn näher an seinem Mittelpunkt durchschneiden als die Flächen geringerer Lösungsgeschwindigkeit, die virtuell bleiben. Im Kampfe des Vordringens der Flächen können gewisse sich zunächst geltend machen, von anderen aber wieder verdrängt werden. In dem Sinne sind die Fig. 293.97 zu deuten. Der Lösungskörper ist abhängig von der Art und Konzentration des Lösungsmittels sowie von der Temperatur.

Kreisförmige Kristallplatten formen sich entsprechend um, wie ein leicht anzustellender Versuch an einem Gips spaltblättchen nach $\{010\}$ zeigt, das man mittels eines Zirkels zur Kreisscheibe formt und der Wirkung mit HCl angesäuerten Wassers aussetzt (Fig. 300).

Beispiel: Steinsalz in ungesättigter Kochsalzlösung liefert ein ver-rundetes Ikositetraeder (Fig. 298). Man kann für den Versuch einen Spaltwürfel benutzen (Fig. 293/97). Fig. 299 stellt einen Lösungskörper von Topas vor.

Auf den Flächen eines sich lösenden Kristalls beobachtet man sehr oft Ätzfiguren, das sind meist nur mikroskopische, regelmäßige Vertiefungen (Ätzgrübchen) oder Erhabenheiten (Äzhügel). Sehr glatte

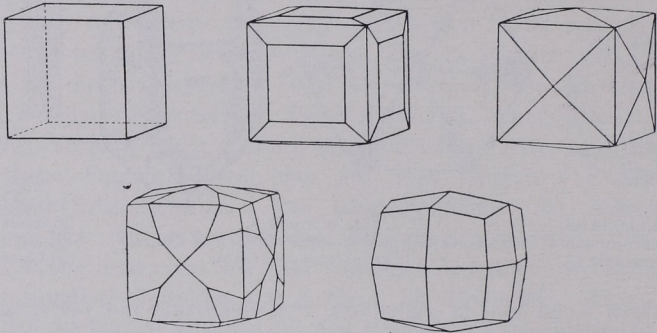


Fig. 293/97. Lösungserscheinungen an einem Steinsalzwürfel in unersättigter harnstoffhaltiger Kochsalzlösung. Nach W. Schnorr.

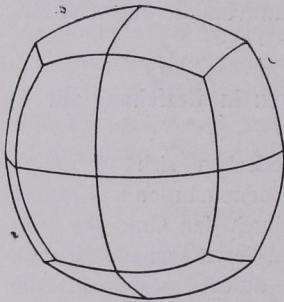


Fig. 298. Lösungskörper aus einer Kugel von Steinsalz. Nach A. Johnsen.

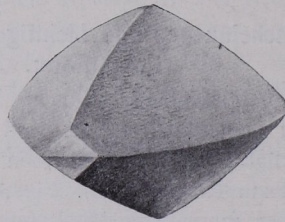


Fig. 299. Lösungskörper einer mit Kalilauge behandelten Topaskugel. Nach M. Eichler.

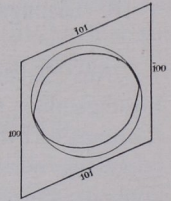


Fig. 300. Lösung einer kreisförmigen (010)-Scheibe von Gips.

Flächen lassen beim Versuch gelegentlich keine Ätzfiguren entstehen. Dann hilft wohl ein gelindes Rauhmachen der Fläche durch Streichen des Kristalls über Schmirgelpapier, um örtliche Angriffsstellen zu schaffen.

Die Ätzfiguren geben in ihrer eigenen Symmetrie und durch ihre Lage auf den Kristallflächen die geometrische Symmetrie der Klasse

an, welcher der Kristall angehört. So zeigt z. B. Fig. 301, daß die drei Symmetrieebenen und drei Digyren der bipyramidalen Klasse des rhombischen Systems vorliegen.

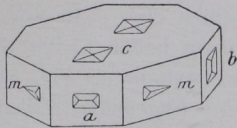


Fig. 301. Ätzfiguren eines rhombisch-bipyramidalen Kristalls.

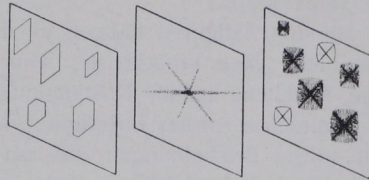


Fig. 302. Ätzfiguren, Lichtfiguren und Entwässerungsfiguren auf (010) von Gips (monoklin-prismatisch).

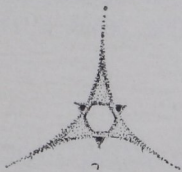


Fig. 303. Lichtfigur auf angeätzter Fläche (0001) von Kalkspat.



Fig. 304. Lichtfigur auf angeätzter Fläche (10\bar{1}1) von Kalkspat.

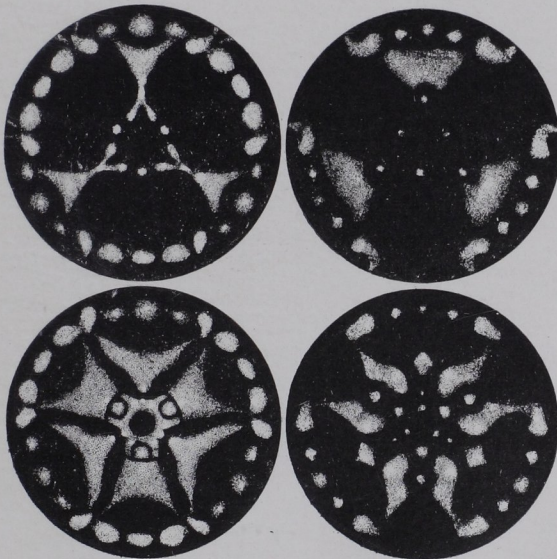


Fig. 305/308. Lichtfiguren an Turmalin (ditrigonal-pyramidal). Linke Figuren: Ätzung mit Kalilauge, rechte Figuren: Ätzung mit Flußsäure. Obere Figuren: obere Kugelhälften, untere Figuren: untere Kugelhälften (Hemimorphismus). Nach Ch. Kulaszewski.

Anhang. Auch das Verdunsten von Kristallwasser ergibt zuweilen regelmäßige, mikroskopische Figuren (Entwässerungsfiguren). Beispiel: bis zum leichten Weißwerden erhitzte Spaltblättchen von Gips (Fig. 302).

Mit den Ätzfiguren hängen die Lichtfiguren geätzter Kristalle zusammen. Man erblickt sie, wenn man durch eine dicht vor das Auge gehaltene geätzte Kristallplatte nach einem hellen Lichte sieht. Die Symmetrie solcher Lichtfiguren ist die der Ätzfiguren. Fig. 303 4 stellt solche Erscheinungen auf mit Salzsäure angeätzten Kalkspatplatten dar. Im reflektierten Lichte kann man die Figuren gleichfalls beobachten. Insbesondere eignet sich das zweikreisige V. Goldschmidtsche Goniometer für einschlägige Studien. Mit diesem Apparat sind z. B. die Lichtfiguren an Turmalinkugeln aufgenommen, die mit Kalilauge bzw. Flußsäure geätzt wurden (Fig. 305/8, S. 77).